FACULTAD DE INGENIERÍA
Y CIENCIAS

UNIVERSIDAD ADOLFO IBÁÑEZ

XII CHILEAN CONFERENCE ON OPERATIONS RESEARCH

UNIVERSIDAD ADOLFO IBÁÑEZ – CAMPUS VIÑA DEL MAR

Proceedings of the XII Chilean Conference on Operations Research

Universidad Adolfo Ibáñez
Viña del Mar
November 27 – 29, 2017

Proceedings of the XII Chilean Conference on Operations Research

I.S.B.N 978-956-393-272-0
First edition, November 2017
Santiago, Chile

Editors:

Rodrigo A. Carrasco
Eduardo Moreno

b.171129114045

Table of Contents

Contents

Forewords v

Conference Committees and Supporters ix

Conference Schedule 1

Plenary Talks 7

On the Optimal Design of a Bipartite Matching System 8

On Big Data, Optimization and Learning 9

Effective scenarios in distributionally robust stochastic programs 10

Integer Programming Modeling of Convex Subsets and Related Shape Requirements 11

Accepted Articles 13

MA1: Integer Optimization Models for Scheduling I 15

MA2: Optimization Theory and Algorithms I 25

MA3: Applications in Nonlinear Optimization 35

MA4: Transportation and Localization using Integer Optimization 45

MB1: OR Models and Applications in Mining 57

MB2: Integer Optimization Theory and Applications 71

MB3: OR Models and Applications in Healthcare 83

MB4: OR Models and Applications in Transportation I 97

MC1: Meta-heuristic Tools in Scheduling 111

MC2: Meta-heuristics: Theory and Applications 123

MC3: Other Topics in Management Science and Data Mining 137

MC4: Integer Optimization Models for Transportation 149

TA1: Optimization Theory and Algorithms II . . . 163
TA2: OR Models and Applications in Transportation II . . . 175
TA3: Dealing with Uncertainty: OR Methods and Applications . . . 187
TB1: Integer Optimization Models for Scheduling II . . . 201
TB2: Supply Chain and Transportation . . . 213
TB3: OR Tools for Project Management . . . 223
TC1: Localization Applications with Case Studies . . . 235
TC2: OR Models and Applications in Energy . . . 249
TC3: OR Models and Applications in Retail . . . 263
WA1: Undergraduate Student Paper Contest . . . 275
WA2: OR Models and Applications in Transportation III . . . 289
WA3: OR Models and Applications in Inventory Management - Production . . . 303
WB1: Graduate Student Paper Contest . . . 317
WB2: Integer Optimization Models for Scheduling III . . . 331
WB3: OR Models and Applications in Agriculture . . . 345
WC1: Application of OR Tools . . . 357
WC2: Integer Optimization Models for Mining . . . 363
WC3: Scheduling Applications . . . 375

Index of Authors **385**

Forewords

Foreword from the Proceedings Editors

Welcome to the XII Chilean Conference on Operations Research, OPTIMA 2017!

Big Data and *Analytics* are now common words that we see in newspapers or hear in the radio, increasing the interest for our area. The availability of huge databases and new algorithms and ideas to process the vast amount of data have been the cornerstone of this resurgence. This has moved many organizations from *descriptive analytics*, that gives us insight on "what happened yesterday?" to *predictive analytics*, which gives us tools to understand the future; transforming data into information. The next big step is to take intelligent decisions with this data: *prescriptive analytics*, which aims to transform information into decisions and policies. Operations research is at the center of these transformations, and the tools, methodologies, and applications developed by this community are the key to achieve it. The Chilean Institute of Operations Research (ICHIO) with its biannual conference OPTIMA, aims to further develop this community, both in Chile and our neighboring countries, and showcase the latest research and developments done in the field.

We have prepared a very interesting program, with 110 talks in parallel sessions and four excellent plenary speakers. During the conference registration we surveyed thematic preferences of all registered attendees. We used this information to construct a schedule, using an optimization model, that clusters talks of similar topics and schedules them to reduce the occurrence of parallel sessions with topics of interest to most attendees. This volume contains the manuscripts accepted for presentation at the XII Chilean Conference of Operations Research (OPTIMA 2017), held from November 27 to November 29 at the Viña del Mar campus of Universidad Adolfo Ibáñez.

We would like to thank all the sponsors of OPTIMA 2017 for their generous funding which helped in making this conference possible. In particular, we would like to thank the Ingeniería 2030 project, the DEPLAMIN research project, UAI Systems Center, and the Faculty of Engineering and Sciences at Universidad Adolfo Ibáñez, all of which sponsored this conference. We would also like to thank ICHIO Board for their help and for trusting us with the organization of its flagship conference.

We would like to thank the program committee, for their support; all the authors, for sending interesting articles; and to all the reviewers, whose comments allowed us to select the accepted manuscripts among so many abstracts we received.

Making such a conference is not a small task, especially when it has grown so much, but it was possible thanks to the help of many. We would like to thank all the organization committee, both in Santiago and in Viña, for helping us in coordinating activities and making fast decisions. We would also like to thank Michelle Figueroa and Paula Montebruno for helping us in designing and getting all the material for the conference, and a special thanks to Natalia Peña, for all her hard work in the administrative background. We would also like to thank Magdalena Marín, for helping with the conference proceedings, and to all the students, whose helping hands allowed us to have this conference. Finally, but not less important, we would like to thank Universidad Adolfo Ibáñez and all of its authorities, for allowing us to use the beautiful Viña del Mar campus to hold this conference.

On behalf of the Program Committee of OPTIMA 2017,

Eduardo Moreno
OPTIMA 2017 Conference Chair

Rodrigo A. Carrasco
Proceedings Editor

Foreword from the ICHIO President

Operational Research, the art of mathematical modelling for decision support, has received increasing interest due to the new challenges in the industry. Big Data Analytics and Health Care are some of the current trends in OR that have gained an important place in the OPTIMA Congress, the main event of the Chilean OR Society ICHIO. This year, the congress was quite successful in attracting attendees and high-quality submissions, showing that this field of research is in continuous growth.

The ICHIO would like to thank the authors, whose research notes are recorded here, and the keynote speakers for they valuable contribution to this event. Also, I would like to say a big thank you to the OPTIMA 2017 organizers; whose commitment was fundamental for the success of the congress. Finally, I would like to invite you to our next OPTIMA congress, to be held in the year 2019.

Sebastián Maldonado
ICHIO President

Conference Committees and Supporters

Program Committee

Victor Albornoz Universidad Técnica Federico Santa María, Chile.

Eduardo Álvarez-Miranda Universidad de Talca, Chile.

Gustavo Angulo Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile.

Hector Cancela Universidad de la República, Uruguay

Rodrigo Carrasco Universidad Adolfo Ibáñez, Chile.

Luis Chavez-Bedoya ESAN, Perú.

Cristian Cortes Universidad de Chile, Chile.

Guillermo Durán Universidad de Buenos Aires, Argentina.

Mariana Escalante Universidad Nacional de Rosario, Argentina.

Gustavo Gatica Universidad Andrés Bello, Chile.

Tito Homem-de-Mello Universidad Adolfo Ibáñez, Chile.

Rodrigo Linfati Universidad del Bío-Bío, Chile.

Sebastián Maldonado Universidad de los Andes, Chile.

Susana Mondschein , Universidad Adolfo Ibáñez, Chile.

Jairo Montoya-Torres Universidad de la Andes, Colombia.

Diego Moran Universidad Adolfo Ibáñez, Chile.

Eduardo Moreno Universidad Adolfo Ibáñez, Chile.

Bernardo Pagnoncelli Universidad Adolfo Ibáñez, Chile.

Adriana Piazza Universidad Adolfo Ibáñez, Chile.

Roger Z. Rios Universidad Autónoma de Nuevo León, México.

Denis Saure Universidad de Chile, Chile.

Oscar Vasquez Universidad de Santiago de Chile, Chile.

Organization Committee

Javiera Barrera Universidad Adolfo Ibáñez, Santiago.

Rodrigo Carrasco Universidad Adolfo Ibáñez, Santiago.

Rodolfo Carvajal Universidad Adolfo Ibáñez, Viña del Mar.

Sebastián Maldonado Universidad de los Andes, Santiago.

Eduardo Moreno Universidad Adolfo Ibáñez, Santiago (Chair).

Sebastián Moreno Universidad Adolfo Ibáñez, Viña del Mar.

Jordi Pereira Universidad Adolfo Ibáñez, Viña del Mar.

Conference Organizers

Universidad Adolfo Ibáñez

Instituto Chileno de Investigación Operativa

ICHIO Board

Sebastián Maldonado Universidad de los Andes, President.

Eduardo Moreno Universidad Adolfo Ibáñez, 1st Vice-President.

Jaime Bustos Universidad de la Frontera, 2nd Vice-President.

Victor Albornoz Universidad Técnica Federico Santa María, Executive Director.

Rosa González Universidad de los Andes, Secretary.

Cecilia Montt Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Treasury.

Jaime Miranda Universidad de Chile, Past President.

ICHIO Congress

The Chilean Congress of Operation Research, OPTIMA, is a biannual congress organized by the Chilean Institute of Operation Research (ICHIO), which in its XII version is organized by Universidad Adolfo Ibáñez and it will take place in its campus located in Viña del Mar.

OPTIMA has taken place since 1995, which its first version took place in Santiago, organized by researches from Universidad de Chile. Since then, OPTIMA congress have been organized every 2 years by different universities in several cities of Chile. The following list shows all OPTIMA's versions, the organizers and where it took place.

XII (2017)	Universidad Adolfo Ibáñez, Viña del Mar
XI (2015)	Universidad Católica del Norte, Antofagasta
X (2013)	Universidad de Concepción, Concepción
IX (2011)	Universidad de la Frontera, Pucón
VIII (2009)	Universidad del Bío-Bío, Chillán
VII (2007)	Universidad de los Lagos, Puerto Montt
VI (2005)	Universidad Austral de Chile, Valdivia
V (2003)	Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso
IV (2001)	Universidad de Talca, Curicó
III (1999)	Universidad de Tarapacá, Arica
II (1997)	Universidad de Concepción, Concepción
I (1995)	Universidad de Chile, Santiago

On each version of this congress, ICHIO has sought to establish connections between students, academics, and researchers, in order to contribute to the dissemination and exchange of ideas and knowledge in the different topics addressed by operations research.

Supporters

Deplamin

The Deplamin project (Challenges in Strategic Mine Planning: An Interdisciplinary Approach) brings together a team of researchers with expertise in Mining Engineering, Operations Research, Geostatistics, Finance and Economics, in a multidisciplinary effort to advance the state of the art strategic mine planning through scientific research, advanced human capital development, and outreach. Deplamin's efforts focus on the development of new planning methodologies for solving productivity challenges in mining today: lower ore grades, deeper ores, complex concentrations, water scarcity, energy and labor force, more volatile prices, and increase concern for safety, communities and the environment. Specifically, the Deplamin project works on the development, implementation and evaluation of new methodologies to solve a wider range of planning problems (underground mining, mining district, etc.); in higher resolution (temporal, spatial, and modeling of complex restrictions); looking to incorporate business uncertainties (geological, financial and operational). Deplamin is a research project "Anillo" funded by the Associative Research Program (PIA) of CONICYT and carried out by researchers from the Universidad Adolfo Ibáñez, Universidad de Chile, Pontificia Universidad Católica de Chile and the Universidad Católica del Norte. Learn more by visiting *www.deplamin.cl*.

Ingeniería 2030

Ingeniería 2030 is an strategic plan that aims to transform de Faculty of Engineering and Sciences of the University Adolfo Ibáñez into a school that is recognized as a world leader in providing engineering education, applied research and technological solutions suited to the needs of the global economy in the 21st century. This vision is to build a school that excels for its: (i) innovate education methodologies, (ii) interdisciplinary research on critical complex problems of society, (iii) developing methodologies and tools to improve productivity of systems and institutions, (iv) capacity to integrate state of art technologies in the design of new products, services and process, and (v) close links with industry and universities worldwide.

iUAI Systems

iUAI Systems is one of the technological transfer hubs developed under the *Ingeniería 2030* initiative in 2015. The center has defined its mission to be to develop tools and methodologies in the field of Industrial Engineering and Operations Research, to solve national and regional problems, foster its use, and spread knowledge.

In order to achieve its mission, the center has set three main objectives: apply analytical tools to model and solve problems in our industries, improving its efficiency and competitiveness; help the associated researchers to find relevant problems and funding for their research areas; and actively participate in teaching the tools and methodologies in Industrial Engineering and Operations Research. The center currently has 11 associated researchers, with relevant expertise in the different areas of operations research and management sciences.

Conference Schedule

Monday, November 27, 2017

9:00 - 10:00	Registration and Welcome Breakfast	Hall Edificio
10:00 - 10:30	Opening Session	Auditorium
10:30 - 11:30	**Plenary Session** Rene Caldentey	Auditorium
11:30 - 12:00	Coffee Break	Hall Edificio
12:00 - 13:10	**MA1** Integer Optimization Models for Scheduling I	D207
	MA2 Optimization Theory and Algorithms I	D208
	MA3 Applications in Nonlinear Optimization	D206
	MA4 Transportation and Localization using Integer Optimization	Auditorium
13:10 - 14:30	Lunch	Casino Sodexo
14:30 - 16:00	**MB1** OR Models and Applications in Mining	D207
	MB2 Integer Optimization: Theory and Applications	D208
	MB3 OR Models and Applications in Healthcare	D206
	MB4 OR Models and Applications in Transportation I	Auditorium
16:00 - 16:30	Coffee Break	Hall Edificio
14:30 - 16:00	**MC1** Meta-heuristic Tools in Scheduling	D207
	MC2 Meta-heuristics: Theory and Applications	D208
	MC3 Other Topics in Management Science and Data Mining	D206
	MC4 Integer Optimization Models for Transportation	Auditorium
18:00 - 19:00	Welcome Reception	Hall Edificio

Tuesday, November 28, 2017

9:00 - 10:30	**TA1** Optimization Theory and Algorithms II	D207
	TA2 OR Models and Applications in Transportation II	D208
	TA3 Dealing with Uncertainty: OR Methods and Applications	D206
10:30 - 11:00	Coffee Break	Hall Edificio
10:30 - 11:30	**Plenary Session** Andrea Lodi	Auditorium
12:00 - 13:10	**TB1** Integer Optimization Models for Scheduling II	D207
	TB2 Supply Chain and Transportation	D208
	TB3 OR Tools for Project Management	D206
13:10 - 14:30	Lunch	Casino Sodexo
14:30 - 15:30	**Plenary Session** Tito Homem-de-Mello	Auditorium
15:30 - 16:00	Coffee Break	Hall Edificio
16:00 - 17:30	**TC1** Localization Applications with Case Studies	D207
	TC2 OR Models and Applications in Energy	D208
	TC3 OR Models and Applications in Retail	D206
17:30 - 18:00	ICHIO Business Meeting	Edificio D

Wednesday, November 29, 2017

9:30 - 11:00	**WA1** Undergraduate Student Paper Contest	D207
	WA2 OR Models and Applications in Transportation III	D208
	WA3 OR Models and Applications in Inventory Management - Production	D206
11:00 - 11:30	Coffee Break	Hall Edificio
11:30 - 13:00	**WB1** Graduate Student Paper Contest	D207
	WB2 Integer Optimization Models for Scheduling III	D208
	WB3 OR Models and Applications in Agriculture	D206
13:00 - 14:30	Lunch	Casino Sodexo
14:30 - 15:40	**WC1** Application of OR Tools	D207
	WC2 Integer Optimization Models for Mining	D208
	WC3 Scheduling Applications	D206
15:40 - 16:40	**Plenary Session** Maurice Queyranne	Auditorium
16:40 - 17:00	Closing and Award Ceremony	Auditorium
17:00 - 17:30	Closing Coffee Break	Hall Edificio

Plenary Talks

René Caldentey

Monday, November 27, 10:30AM - 11:30AM

On the Optimal Design of a Bipartite Matching System

In this talk, we explore the optimal design of matching topologies for a multi-class multi-server queueing system in which each customer class has a specific preference over server types. We investigate the performance of the system from the perspective of a central planner who must decide the set of feasible customer-server pairs that can be matched together under fairness constraints for both customers and servers. Joint work with Philipp Afeche (U. Toronto) and Varun Gupta (U. Chicago)

René Caldentey is a Professor of Operations Management at The University of Chicago Booth School of Business. His primary research interests include stochastic modeling with applications to revenue and retail management, queueing theory, and finance. He has been published in numerous journals including Advances in Applied Probability, Econometrica, Management Science, Mathematics of Operations Research, M&SOM, Operations Research and Queueing Systems. He has served on the editorial board of Management Science, M&SOM, Operations Research, Production and Operations Management and the Journal of Systems and Engineering (in Spanish).

Prior to joining Booth, Caldentey was a professor in the department of Information, Operations and Management Science at New York University Stern School of Business. Before joining NYU Stern in 2001, he worked for the Chilean Central Bank and taught at the University of Chile and The Sloan School of Management at Massachusetts Institute of Technology (MIT).

Professor Caldentey received his Master of Arts in civil industrial engineering from the University of Chile and his Doctor of Philosophy in operations management from MIT.

Andrea Lodi

Tuesday, November 28, 11:00AM - 12:00PM

On Big Data, Optimization and Learning

In this talk I review a couple of applications on Big Data that I personally like and I try to explain my point of view as a Mathematical Optimizer — especially concerned with discrete (integer) decisions — on the subject. I advocate a tight integration of Machine Learning and Mathematical Optimization (among others) to deal with the challenges of decision-making in Data Science. For such an integration I try to answer three questions: 1) what can optimization do for machine learning? 2) what can machine learning do for optimization? 3) which new applications can be solved by the combination of machine learning and optimization?

Andrea Lodi holds the Canada Excellence Research Chair in Data Science for Real-Time Decision-Making at Polytechnique Montréal, Canada's main chair in operations research.
Before joining the Polytechnique, Lodi was a professor in operations research in the faculty of electrical and information engineering at Italy's University of Bologna. He earned his doctorate in systems engineering from this same university in 2000.
Lodi is interested in developing new models and algorithms that would make it possible to process a large quantity of data from multiple sources both rapidly and effectively. Through his research, he is looking for solutions designed to improve the electricity market, rail transport logistics, and health-care planning.
Lodi's innovative work has earned him several awards, including the Google Faculty Research Award in 2010 and the IBM Faculty Award in 2011. In 2005 and 2006, he was a fellow in the prestigious Herman Goldstine program at the IBM Thomas J. Watson Research Center in New York.
In addition to co-ordinating several large-scale European projects in operations research, Lodi has also acted as a consultant for the IBM CPLEX research and development team since 2006. He has authored more than 70 publications in top mathematical programming journals; and has served as associate editor for several of these journals.

Tito Homem-de-Mello

Tuesday, November 28, 2:30PM - 3:30PM

Effective scenarios in distributionally robust stochastic programs

Traditional stochastic programs optimize the expected value of some function that depends on the decision variables as well as on some random variables that represent the uncertainty in the problem. Such formulations assume that the probability distribution of those random variables is known. However, in practice the probability distribution oftentimes is not known or cannot be accurately approximated. One way to address such ambiguity is to work with distributionally robust stochastic programs (DRSPs), which minimize the worst-case expected value with respect to a set of probability distributions. In this presentation we discuss some recent advances in the research on DRSPs. In particular, we study the question of how to identify the critical scenarios resulting from solving a DRSP. We demonstrate that not all, but only some scenarios might have an "effect" on the optimal value/solution. Computational and analytical results show that identifying effective scenarios may provide useful insight on the underlying uncertainties of the problem.

Tito Homem-de-Mello is a Professor in the School of Business at Universidad Adolfo Ibañez, where he has taught courses in Operations Management and Business Analytics at the undergraduate, masters of science and MBA levels. He obtained his Ph.D. in Industrial and Systems Engineering from Georgia Institute of Technology, M.S. in Applied Mathematics from Georgia Institute of Technology, and a B.S. degree in Computer Science from University of São Paulo, Brazil. Prior to joining Universidad Adolfo Ibañez, he was a faculty member at Ohio State University and later at Northwestern University. His research focuses on optimization of systems under uncertainty. In particular, he studies theory and algorithms for stochastic optimization using sampling methods and applications in risk management, energy, and transportation, having published more than 30 peer-reviewed articles in top international journals. Dr. Homem-de-Mello has been principal investigator of numerous grants, mostly sponsored by the National Science Foundation in the United States and by Conicyt in Chile. He is the recipient of Best Paper Awards from IIE Transactions (2012) and INFORMS Revenue Management and Pricing Section (2007), and the winner of the George Nicholson student paper competition (1998).

Maurice Queyranne

Wednesday, November 29, 3:40PM - 4:40PM

Integer Programming Modeling of Convex Subsets and Related Shape Requirements

Many planning and location problems in forestry, mining, political districting, farmland consolidation, as well as in data mining, entail the selection of a subset, or a partition into subsets, that should satisfy some, often ill-specified, shape constraints. A typical such shape constraint is that the subsets be convex, or "approximately convex". In general terms, a subset S of a given (finite) set of points in a convexity structure is convex if every given point that is in the convex hull of S is itself in S. We are interested in modeling such convexity restrictions when the given set of points is finite, i.e., in polyhedral descriptions of the characteristic vectors of convex subsets, and extended formulations that are compact (i.e., polynomial-sized) and if possible ideal (i.e., with integer extreme solutions). This in turn leads us to considering the associated optimization problem, where each point has a given weight (of arbitrary sign) and we seek a convex subset with maximum (or minimum) total weight. In many applications, these restrictions and optimization problem arise in a low-dimensional space and are subject to additional constraints.
Modeling convex subset restrictions is well understood for the standard (vector space) convexity in the one-dimensional case. On the other hand, the optimization problem is NP-hard for the standard convexity in dimensions three and higher, and hard to approximate when the dimension is part of the input. For the two-dimensional (planar) case, convexity can be enforced by a polynomial (quartic) number of linear inequalities in the natural binary variables, but the resulting formulation is very weak. We present a compact ideal extended formulation, derived from the cubic-time dynamic programming optimization algorithm of Eppstein et al. (1992) and Bautista-Santiago et al. (2011). We point out open questions on finding more compact and/or tighter formulations, as well as exact or approximate combinatorial separation and optimization algorithms. We also consider related notions of convexity in partially ordered sets and in networks and metric spaces.
(This talk presents joint work with numerous co-authors in Chile and elsewhere.)

Maurice Queyranne is a Professor in Sauder School of Business at University of British Columbia. He received his Ph.D. in Operations Research from the University of Grenoble, France. His current research interests are in the areas of Management Science, Production and Operations Management and Combinatorial Optimization. He has published more than 80 papers in journals on operations research, mathematical programming and related areas. He has been awarded the 2016 EURO Gold Medal, Europe's highest distinction within the field of Operations Research (OR).

Accepted Manuscripts

Session MA1
Integer Optimization Models for Scheduling I

- *A novel formulation for the Firing Scheduling Problem with common deadlines*; Canut De Bon, Dario; Maturana, Javier; Mejía, Gonzalo.
- *IP based heuristics for Job Shop Scheduling*; Che León, Bruno A.; Carrasco, Rodrigo A..
- *Optimal Waterway Ship Scheduling using Resource-Constrained Projects*; Hill, Alessandro; Lalla-Ruiz, Eduardo; Voss, Stefan; Goycoolea, Marcos.

A novel formulation for the Firing Scheduling Problem with common deadlines

Dario Canut-de-Bon, Javier Maturana-Ross, Gonzalo Mejía
School of Industrial Engineering,
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile

Dario Canut-de-Bon
Naval Operations Research Department,
Directorate of Programs, Research and Development,
Chilean Navy
Valparaíso, Chile
Email: dcanutdebon@armada.cl

Abstract— En este trabajo se propone una nueva formulación para el problema de asignación y secuenciamiento de disparos en el marco de las tareas de defensa de costa realizada por unidades militares desde tierra, problema conocido comúnmente como Fire Scheduling Problem (FSP). Sin embargo, en esta nueva formulación se considera un tiempo límite común para la batería de cañones, además de objetivos que requieren múltiples cañones para ser neutralizados, lo cual a conocimiento de los autores aún no ha sido estudiado en la literatura. Debido a que el modelo matemático propuesto es NP-Hard, se propone un método heurístico para su resolución, el cual provee buenos resultados en tiempos de cómputo razonables.

Keywords—Firing Scheduling Problem, FSP, parallel machine, common deadlines, heuristics.

I. Introducción

En esta investigación se trabaja el *Fire Scheduling Problem* (FSP) que consiste en la asignación y secuenciamiento de disparos a múltiples blancos. Este problema ha sido estudiado por distintos autores en la literatura en donde se han considerado diversos aspectos tales como probabilidades de destrucción, detección de la amenaza en tierra, relevancia o ponderación en los objetivos, múltiples cañones para la neutralización de blancos, etc. [1]–[6], sin embargo, en ninguno de ellos se ha considerado un factor vital en este tipo de operaciones, y que tiene que ver con la ventana de tiempo disponible para poder neutralizar a las amenazas. En este sentido, los autores consideran que al estudiar el FSP se debe mantener en consideración la posibilidad de contraataque por parte del enemigo, lo cual se traduce en la definición explicita de un horizonte temporal de operación.

En este estudio se presenta una nueva formulación de programación entera para el problema en cuestión, en donde se consideran tanto la asignación como la programación de tiros de artillería de costa contra blancos navales (buques, lanchas de desembarco, etc.), y/o terrestres, en donde existe una posibilidad de contraataque. Al considerar un límite de operación (es decir un *deadline* común para todos los trabajos), sólo deberán ser programados y neutralizados los blancos que representen una mayor amenaza para el territorio comprometido, existiendo la posibilidad de no programar disparos contra algunos blancos, los cuales finalmente, no serán neutralizados.

Estas operaciones militares defensivas poseen una naturaleza combinatoria que puede ser enfrentada mediante las herramientas brindadas por la investigación de operaciones. El problema base estudiado en este trabajo es NP-Hard [1], [2], lo que impacta en el tiempo de resolución de las instancias del problema, en motores de optimización comerciales, a medida que estas crecen. Por lo anterior, es importante y necesario generar estrategias para resolverlo que permitan obtener soluciones cercanas al óptimo en tiempos computacionales reducidos.

II. Métodos de Resolución

Para la implementación del problema en estudio, se realizó un símil entre el problema y los modelos de asignación y secuenciamiento de la literatura, orientados a problemas industriales. Es así como los blancos serán considerados como trabajos a ser procesados por una o más máquinas, las que representarán los cañones.

Debido a la complejidad del problema estudiado, se observa un incremento exponencial en el tiempo de resolución con los paquetes de *software* de resolución comerciales. Es por esta razón que se propone de manera inicial una heurística para su resolución (regla de despacho) denominada por los autores como MWSPT (*Multi-Machine Weighted Shortest Processing Time first*), la cual combina el concepto de WSPT ponderando por la cantidad de máquinas requeridas por cada trabajo. A continuación, se presenta una breve explicación de la regla: Suponer que hay dos trabajos que tienen el mismo tiempo de proceso y la misma importancia (es decir: $p_i = p_j$ y, $w_i = w_j$), lo anterior implica que se deberá seleccionar primero el trabajo que requiera la menor cantidad de máquinas para ser procesado. Esto se justifica en el hecho de que, si un trabajo requiere menos máquinas, entonces se pueden utilizar las restantes para programar los trabajos que todavía no han sido secuenciados.

Suponer ahora que los trabajos tienen la misma importancia y la misma cantidad de máquinas requeridas para procesar el trabajo (es decir $W_i = W_j$ y $w_i = w_j$), esto implicará que se deberá secuenciar primero el trabajo que tenga el menor tiempo de proceso.

Finalmente, si los trabajos tienen el mismo tiempo de proceso y el mismo número de máquinas requeridas para

procesarse (es decir: $p_i = p_j$ y $W_i = W_j$) entonces se deberá secuenciar primero al trabajo con la mayor importancia. Los casos especiales para esta regla siguen siendo estudiados por los autores.

Realizado el cálculo del factor MWSPT, se realiza el ordenamiento de los trabajos de manera no ascendente. Una vez ordenados los trabajos, se despachan y son asignados a cada máquina dependiendo de la disponibilidad de tiempo que posea y el tiempo de inicio más temprano existente.

III. Resultados Preliminares

En esta sección se presentan los resultados preliminares obtenidos al resolver el modelo utilizando un motor de optimización comercial (CPLEX 12.7) y también la heurística presentada en la sección anterior. En la tabla I se muestran las características de cada instancia y posteriormente los resultados en la tabla II.

Al utilizar un tiempo límite de 1000 segundos computacionales para la ejecución de CPLEX, los resultados obtenidos con la heurística no sólo son mucho mejores en términos de la cantidad de blancos abatidos sino que además lo son en los tiempos computacionales, lo cual representa una gran ventaja por sobre la utilización de un *software* tradicional para la optimización.

Es importante destacar que la programación para este problema en particular, debe ser realizada en el menor tiempo posible, ya que las amenazas enemigas pueden: (1) variar impredeciblemente y (2) presentarse en cualquier instante del día, sin previo aviso, por lo que se justifica la utilización de herramientas que no necesariamente entreguen el valor óptimo del problema sino que sean capaces de proveer soluciones factibles lo suficientemente buenas en tiempos breves, las cuales puedan ser modificables por los tomadores de decisiones.

En la Tabla II se presentan los resultados obtenidos al resolver las instancias mostradas en la Tabla I, tanto su valor en la función objetivo como el tiempo de resolución.

Se puede ver que la heurística propuesta encuentra soluciones factibles con un valor de la función objetivo igual o mejor a las que se encuentran utilizando CPLEX, en un tiempo bastante menor. Además, la cantidad de trabajos secuenciados es al menos la misma en cada caso, lo cual demuestra la eficiencia del método en términos de la calidad de las soluciones obtenidas. Naturalmente, se deben continuar los esfuerzos para demostrar matemáticamente la calidad de la heurística propuesta.

TABLA I. Características de las instancias

N° de Instancia	Número de cañones	Número de Blancos
1	3	5
2	3	10
3	5	15
4	7	25
5	10	40

TABLA II. Resultados obtenidos

N°	CPLEX 12.7			Heurística		
	Cnt. Trabajos	*Función Objetivo*	*CPU Tpo. (seg)*	*Cnt. Trabajos*	*Función Objetivo*	*CPU Tpo. (seg)*
1	5	10	0,046	5	10	0,002
2	8	18	1000	8	18	0,001
3	6	15	1000	7	17	0,007
4	9	18	1000	9	26	0,009
5	0	0	1000	13	30	0,003

IV. Conclusiones

La presente investigación trabaja sobre una formulación novedosa para enfrentar un problema que, a conocimiento de los autores, no se ha estudiado previamente en la literatura. Este modelo matemático pretende resolver el problema de la asignación y secuenciamiento de disparos en donde se considera una ventana de tiempo de antemano conocida y limitada, por lo cual se debe decidir qué blancos serán neutralizados para eliminar la amenaza. En conjunto con lo anterior, se propuso una nueva heurística capaz de encontrar soluciones factibles en un tiempo computacional muy bajo, lo cual representa una gran ayuda a la toma de decisiones, ya que al limitar el tiempo computacional de CPLEX las soluciones encontradas por la metodología propuesta son mejores.

Referencias

[1] Y. H. Cha and Y. D. Kim, "Fire scheduling for planned artillery attack operations under time-dependent destruction probabilities," *Omega*, vol. 38, no. 5, pp. 383–392, 2010.

[2] O. Kwon, K. Lee, and S. Park, "Targeting and scheduling problem for field artillery," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 33, no. 3–4, pp. 693–696, 1997.

[3] S. Kaplan and G. Rabadi, "Exact and heuristic algorithms for the aerial refueling parallel machine scheduling problem with due date-to-deadline window and ready times," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 62, no. 1, pp. 276–285, 2012.

[4] M. Dror, H. I. Stern, and J. K. Lenstra, "Parallel machine scheduling: Processing rates dependent on number of jobs in operation.," *Manage. Sci.*, vol. 33, no. 8, 1987.

[5] H. Belouadah and C. N. Potts, "Scheduling identical parallel machines to minimize total weighted completion time," *Discret. Appl. Math.*, vol. 48, no. 3, pp. 201–218, 1994.

[6] E. Balas, N. Simonetti, and A. Vazacopoulos, "Job shop scheduling with setup times, deadlines and precedence constraints," *J. Sched.*, vol. 11, no. 4, pp. 253–262, 2008

IP based heuristics for Job Shop Scheduling

Bruno A. Che León*, Rodrigo A. Carrasco
Faculty of Engineering and Sciences
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
Email: bcheleon@alumnos.uai.cl, rax@uai.cl

***Abstract*—We present an IP-based heuristic to solve the Job Shop Scheduling Problem (JSP). In our formulation, we use the optimal solution of relaxation of an integer programming formulation indexed in intervals, which gives us lower bounds, and we propose an algorithm that computes feasible schedules as a upper bounds. In both cases, we can solve large instances in a short time, and we achieve a gap less than 2.2 times approximately the optimal value in our experiments.**

I. Introduction

The Job Shop Scheduling Problem (JSP) is one of the most studied problems in the field of scheduling, especially thanks to the advances in industry during the twentieth century, like the computational advances that allowed to solve complex instances [11]. This problem is present in several areas of production and manufacturing, where the work environment consists of a finite number of workstations to which the different jobs arrive. Each job is made of several operations, where each operation has a defined processing time, among other variables, such as release time, precedence constraints, etc. One of the objectives that have been used when solving the JSP, is to decrease the total length of the schedule (makespan), that is, when all jobs have been finished. We say that a job is finished if all its operations have been processed.

The JSP is NP-hard [5] which makes it especially hard to solve to optimality even medium size instances. In [6] an integer programming time-indexed formulation is proposed for the JSP, but for instances where the jobs have long processing times or for larger instances, the formulation is not useful since the execution times are very long. In fact, tests were performed on OR-Library, and execution times for instances greater than 6 jobs x 6 machines required more than 1 hour. It is for this reason that different algorithms have been proposed that give an optimal solution, for small instances, or an approximate solution, to larger ones. For example, in [3] the problem is solved optimally, but only for 2 machines, which limits its use for larger instances. In [1] the Shifting Bottleneck Heuristic (SBH) was developed. In this algorithm the jobs have release dates and due dates, and the results provides feasible but not necessary optimal solutions, and for very large instances it is computationally expensive. In general, the different heuristics, such as the ones presented in [1] or [4], as well as the meta-heuristics that have been proposed so far, such as genetic algorithms [9], tabu search [10], or simmulated annealing [8], give solutions in a reasonable time, but without having a notion of closeness with the optimal value. We propose a IP based heuristic, specifically, a heuristic is shown which uses the relaxation of an integer programming.

The basis for the formulation of own IP based heuristics is based on the integer programming formulation presented in [2]. An important point of this work is the interval-index formulation, which allows control over the quality of the solution according to a parameter ϵ, which is related to the number of decision variables required.

The main contribution of this work is to develop an IP based heuristics that computes solutions to JSP instances in relatively short times. In general, we present a mathematical formulation for *M* jobs and *N* machines, which is indexed in intervals (IPi), this formulation has shorter execution times than the IPt formulation. In addition, we proposed the formulation of an algorithm (II-Algorithm) that considers the precedence constraints and use a relaxation of the IPi formulation (LPi). This algorithm returns a feasible schedule. In particular, since the II-Algorithm provides an upper bound to the IPt, and LPi is a lower bound that may be used to approximate de IPt, restrictions will be proposed that reduce the ratio between the II-Algorithm and IPt formulation, approaching the optimal value. The idea behind this is to limit the possible schedules for each operation, decreasing idle machine times such that all the basic restrictions of JSP are not violated. Therefore, precedence will be considered between operations of different machines when analyzing the total possible processing time in an interval, in the formulation of the IPt. In addition, the earliest start of the operations will be proposed considering the precedence between operations, which will improve the lower bound of the LPi.

II. Problem Formulation

Our problem setting is as follows: we have *J* operations and *I* machines. Each machine can process one operation at a time. E_j is defined as the set of all machines in which operation *j* can be processed. Let *F* be the set of the final operations of each job. The objective is to process all operations minimizing the time in which the last operation is processed ($C_{\max}$). In order to have a managable number of variables, we discretize time into time-intervals of geometrically increasing size. The intervals are defined as $[\kappa, \kappa], (\kappa, (1+\epsilon)\kappa], ((1+\epsilon)\kappa, (1+\epsilon)^2\kappa], ...$ where $\epsilon > 0$ is an arbitrary small constant and $\kappa = \min\{p_1, p_2, \dots\}$. Thus, the interval I_t is defined as $I_t = (\tau_{t-1}, \tau_t]$ such that $\tau_0 = \kappa$ y $\tau_t = \kappa(1+\epsilon)^{(t-1)}$ where $t = \{1, ..., T\}$ with $T = \min\{t \ / \ \kappa(1+\epsilon)^{(t-1)} \geq \sum_{j=1}^{n} p_j\}$.

Let x_{jit} be 1 if job *j* in machine *i* is completed in interval I_t and 0 otherwise.

The IPi is as follows.

$$\min \ C_{\max} \tag{1}$$

s.t.

$$\sum_{i\in E_j}\sum_{t=1}^{T} \quad x_{jit} \quad = \quad 1 \quad \forall j \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{u=1}^{t} \quad p_j x_{jit} \quad \leq \quad \tau_t \quad \forall t, \forall i \tag{3}$$

$$x_{jit} = 0 \quad \text{si } \tau_t < p_j \quad \forall i \in E_j, \forall j, \forall t \tag{4}$$

$$\sum_{i\in E_j}\sum_{u=1}^{t} x_{jit} \geq \sum_{i\in E_r}\sum_{u=1}^{t} x_{rit} j \prec r, \ \forall t, \forall (r,j) \in \theta \tag{5}$$

$$C_{\max} \geq \sum_{i\in E_j}\sum_{t=1}^{T} \tau_{t-1} x_{jit} \ \forall j \in F \tag{6}$$

$$x_{jit} \in \{0,1\} \tag{7}$$

Constraints (2) imply that all jobs *j* must finish in a unique interval; contraints (3) for each machine ensures that, the total processing time up to someone time interval I_t, must be at most τ_t units; constraints (4) ensures that each job *j* doesn't finish below p_i time units; constraints (5) sets the precedence constraints between two operation; and constraints (6) ensures that each job $j \in F$ does not end above $C_{\max}$ units of time. Note that this formulation provides lower bound to the optimal solution. From the approach of this mathematical formulation an algorithm must be applied that calculates a scheduling that respects the constraints of the problem. Note the solution of this formulation can be improved by adding constraints relating to the total processing time up to an interval I_t, considered all machines.

Next, we describe the algorithm that uses the mathematical formulation proposed above. An important point of this algorithm is that perform a relaxation of the formulation so that we have an LP in which $x_{jit} \in [0,1]$.

Given an $\alpha \in (0,1)$, for each operation *j*, we compute $I_j^{\alpha} = \min\{ \ t \mid \sum_{u=1}^{t} x_{jt} \geq \alpha\}$. Since several operations can finish in the same interval, for each *t*, a set is defined as $J_t = \{j \ / \ I_j^{\alpha} = t\}$ of all operations *j*. For each set J_t we use Khan's algorithm to sort jobs within the set, to make sure that the precedence constraints are preserved. Finally, we compute an order that has sets J_t ordered in non-decreasing values of *t* and, within each set the order of the operations are consistent with the precedence constraints.

III. Experimental Results

In this section some results are presented. We consider the IPi formulation discussed above and the algorithm recently described. In addition, we considered one metric, makespan. For the analysis, we use the instance of OR-Library that have sized form 6x6 to 100x20, which represent larger instances. On the other hand, we simulate 300 instances created randomly in *Python 3.5*, with the following distributions: $p_j \sim$ unif$\{1,\ldots,20\}$ and for the machine sequences, for each job m $\sim$ unif$\{1,\ldots,$N machines$\}$, these instances have sizes from 3x3 to 6x6, represent smaller instances that we use to compare the IPt model with the II-Algorithm, since to compute the solution of the IPt model of very large instances like those of the OR-Library is computationally expensive.

First, in relation to the SBH, for instances of OR-Library resolved in less than 1 hour, the SBH found better bounds in 54% of the instances compared to 46% of instances in which the II-Algorithm found better bounds . On the other hand, the execution times of the II-Algorithm was much better than the SBH, the average execution time was 0.07855 seconds while the SBH was 1193.82 seconds.

For all instances of the OR-Library we found lower bounds using the LPi and, upper bounds using the II-Algorithm. Table 1 shows a summary of these results.

TABLE I
SUMMARY OF RESULTS FROM INSTANCES OF OR-LIBRARY

Problem	Instances	Jobs	Machines	Lower Bound	Upper Bound
$Jm \mid\mid C_{max}$	1	6	6	60.24	92
	5	10	5	711.52	1063
	18	10	10	1212.89	1577.67
	5	15	5	893.25	1694.80
	5	15	10	1273.41	2114.20
	15	15	15	1604.29	3054.53
	5	20	5	1127.26	2006.67
	10	20	10	1404.36	3300.40
	18	20	15	1759.17	3512.61
	14	20	20	1930.20	3646.00
	5	30	10	1741.63	4379.40
	10	30	15	1714.59	5648.80
	10	30	20	2353.19	6402.00
	10	50	10	2726.42	5516.10
	10	50	15	2627.28	7115.40
	10	50	20	2704.11	8948.90
	10	100	20	5216.42	12809.60

On the other hand, we compare the output of the algorithm with the IPt solution, since the IPt formulation is non-polynomial in size, is not practical for larger instances such as most of the ones in the OR-Library, therefore, we use the instances creates randomly. Figure 1 shows a histogram of the gap between the II-Algorithm and the IPt model, it is seen that most instances are at most 2 times the optimal value and about 20% of instances are 1.2 times the optimal value, which

is very close to the optimal value.

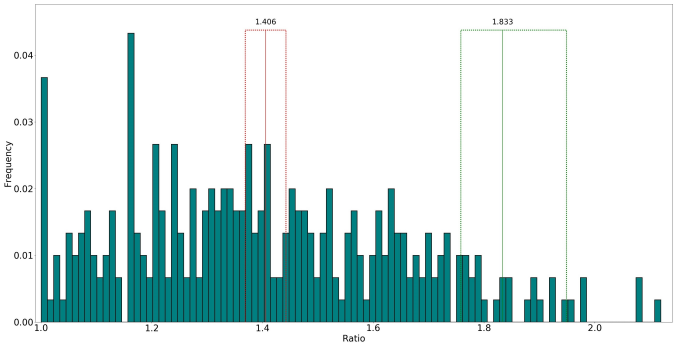


Fig. 1. II-Algorithm/IPt Ratio, sizes = 3x3 to 6x6, 300 random instances

In addition, we compare the output of our algorithm with the LPi solution as a proxy to estimate our empirical approximation ratio, we use the instance of OR-Library. With this comparisons we observe the error between the LPi and the IPt, and whether the optimality gap is due to the II-Algorithm, or due to the gap in the LPi. The simulation of the IPt, LPi and IPi formulation was done in *Gurobi 7.0* [7].

In relation to the execution times, using the random instance, the average time of the IPt model was 4.609 seconds while the average time of the II-Algorithm was 0.071 seconds. Thus, the execution times of the proposed formulations are much smaller. We used an Intel Core i7 CPU 2.60 Ghz with 12 GB memory and Windows 10-based operation system. In addition, we compute the execution times of the II-Algorithm using the OR-Library instances. In Figure 2 we show a performance profile with the instances of OR-Library, we can see that in approximately 2.5 minutes we can solve more than 50% of instances and 90% of the instances in less than a 10 minutes, at the same time, we get an execution time of more than one hour for a single instance using the IPt model.

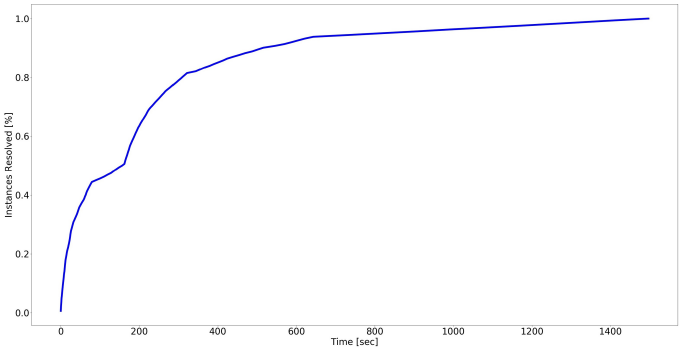


Fig. 2. Performance Profile II-Algorithm for OR-Library instances

IV. Conclusions

In this work, we have presented and IP-based heuristic, using geometrically increasing time-intervals in the formulation. Our heuristic was able to compute, in less that 150 seconds an upper and lower bound for 90% of all instances available in the OR-Library, even when a large number of jobs and machines is in the instance.

V. Future Work

We will analyse the approximation bounds of this algorithm, since we believe it to be a constant approximation algorithm. On the other hand, in this work the JSP was proposed with some basic parameters like processing times and precedences between the operations, but could be added release times and due dates for the jobs, complicating the problem, in addition, it would be possible to add the speed parameter for each machine. In this way, this approach could be adapted more to the reality. On the other hand, we could use instances of real life which allows to obtain more reliable results in relation to the application of the model to real problems.

References

[1] J. Adams, E. Balas, and D. Zawack, *The shifting bottleneck procedure for job shop scheduling*, Management science, 34(3):391-401, 1988.
[2] R. A. Carrasco, *Resource Cost Aware Scheduling Problems*, Columbia University, 2013.
[3] S. M. Johnson, *Optimal two-and three-stage production schedules with setup times included*, volume 1. Wiley Online Library, 1954.
[4] B. Naderi and A. Azab, *Modeling and heuristics for scheduling of distributed job shops*, Expert Systems with Applications, 41(17): 7754-7763, 2014.
[5] M. L. Pinedo, *Scheduling: theory, algorithms, and systems*, Springer, 2016.
[6] A. A. B. Pritsker, L. J. Waiters, and P. M. Wolfe, *Multiproject scheduling with limited resources: A zero-one programming approach*, Management science, 16(1):93-108, 1969.
[7] I. Gurobi Optimization, *Gurobi optimizer reference manual*, 2016.
[8] P. Van Laahoven, E. Aarts and J. K. Lenstra, *Job shop scheduling by simulated annealing*, Operations research, 40(1):113-125, 1992.
[9] R. Cheng, M. Gen and Y. Tsujimura, *A tutorial survey of job-shop scheduling problems using genetic algorithms representation*, Computers and industrial engineering, 30(4):983-997, 1996.
[10] E. Nowicki and C. Smutnicki, *A fast taboo search algorithm for the job shop problem*, Management science, 42(6):797-813, 1996.
[11] Back, T., Hammel, U., & Schwefel, H. P.. *Evolutionary computation: Comments on the history and current state*, IEEE transactions on Evolutionary Computation, 1(1), 3-17, 1997

Optimal Waterway Ship Scheduling using Resource-Constrained Projects

1st Alessandro Hill
School of Business
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
alessandro.hill@uai.cl

2nd Eduardo Lalla-Ruiz
Institute of Information Systems (IWI)
University of Hamburg
Hamburg, Germany
eduardo.lalla-ruiz@uni-hamburg.de

3rd Stefan Voß
Institute of Information Systems (IWI)
University of Hamburg
Hamburg, Germany
and *Escuela de Ingeniería Industrial*
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile
stafan.voss@uni-hamburg.de

4th Marcos Goycoolea
School of Business
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
marcos.goycoolea@uai.cl

***Abstract*—In this work, we address the waterway ship scheduling problem (WSSP), which finds applications in the management of ship arrivals and departures at maritime ports near channels and waterways. It incorporates practically relevant temporal passing restrictions related to, for instance, tidal changes, curfews, ship properties or traffic. We propose a variant of the multi-mode resource-constrained project scheduling problem to model the WSSP, which incorporates time-dependent resource capacities, and earliest and latest start times for the jobs. The latter is solved by a mathematical programming approach which is capable of solving most of the existing instances to optimality at the root node.**

***Index Terms*—waterway ship scheduling problem, multi-mode resource-constrained project scheduling, time-dependent resource availability, maritime logistics, mathematical programming**

I. Introduction

Maritime operators and shipping lines are highly interested in efficient ship operations in order to reduce costs, maximize the resource utilization, and improve the quality of provided services. The efficiency of ship operations is closely related to the time that the ships spend at ports. Thus, a reduction of the waiting times is desirable for enhancing and promoting smooth operations and routing. In this context, some ports face an additional difficulty because they are also involved in the management of restricted port entrances such as gateways, waterways, and canals. Maritime ports located near a delta or an estuary, such as for instance parts of the port of Shanghai, China, have to schedule the incoming and outgoing traffic. The appropriate management of such a port entrance allows to provide better service regarding the ships through optimized schedules. As indicated by Wang and Meng [1], a regular reliable schedule is very important for shippers for arranging reliable transportation plans.

Lalla-Ruiz et al. [4] propose the waterway ship scheduling problem (WSSP) which aims to manage the transport corridors in such a way that entering and leaving ships having to pass through the different waterways take the shortest time possible. This problem is modeled in the context of a restricted port entrance at the port of Shanghai and can be found in different ports near or surrounded by canals, waterways, inland rivers, etc. A mathematical model and a simulated annealing approach are proposed. Although the latter is able to provide feasible and fast solutions, the optimization model implemented in a general purpose solver is not able to provide optimal solutions for practical problem instances within a given reasonable time limit.

The related literature reveals the importance and an increasing interest of having efficient and stronger formulations for solving optimization problems. In this regard, we refer to [2], [9], [6], [8] and [7].

II. A project scheduling approach

Our solution approach is based on the use of the multi-mode resource-constrained project scheduling problem (MM-RCPSP) to model the WSSP.

A. The waterway ship scheduling problem

The waterway ship scheduling problem (WSSP) introduced in [4] considers a time horizon $T = \{t_0, t_0 + d, ..., t_0 + h * d\}$ that is discrete and equidistant, where each time step $t \in T$ represents the period $[t, t + d]$ and d its time extension. Moreover, we are given a set of waterways W. Each waterway $w \in W$ has a time-dependent depth and a constant width. Let in and out denote the two directions in which a waterway can be traversed when entering and leaving the port area, respectively. The number of ships entering simultaneously is limited. Similarly, at a limited number of ships can leave the port using w at the same time. Furthermore, we have a set of arriving ships, $V_{in} \subseteq V$, and departing ships, $V_{out} \subseteq V$. Each ship has a width, length, and a depth, or draft. The

arrival time of each ship $v_{in} \in V_{in}$, and the latest time it can enter to a waterway towards the port is given. Furthermore, the port departure time for each ship $v_{out} \in V_{out}$, and the earliest time at which it can leave the port is given. We have direction-dependent travel times. Each waterway has a contiguous availability time window in which ships can pass it.

A solution for the WSSP is a schedule that *(i)* assigns each ship $v_{in} \in V_{in}$ to an in-waterway and provides a corresponding entry time and *(ii)* assigns each ship in V_{out} to an out-waterway together with a suitable entry time, while respecting the following conditions.

- The in-waterway entry time for v_{in} cannot be scheduled before the ship arrival time.
- The out-waterway entry time for v_{out} cannot be scheduled after the ship departure time.
- In each time period, the depth of the waterway must be at least as large as the draft of each ship passing.
- In each time period, the width of the waterway must be at least as large as the sum of the widths of the ships that enter or leave the waterway.
- In each time period, the limits for the number of ships simultaneously entering and exiting each waterway have to be respected.
- Ships are only allowed to use a waterway during its available periods.

The objective of the WSSP is to find a solution that minimizes the sum of the ship turnaround times, i.e., the sum of the time between arrival and port entry for arriving ships and the time between earliest departure and out-waterway leaving for departing ships.

B. The Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem

Our MM-RCPSP variant slightly differs from the standard definition often used in the literature (see, e.g, [3]). We consider the discrete time horizon with periods in $T = \{0, 1, ..., h\}$. We are given a set of *jobs*, J and a set of *modes* M_j in which each job $j \in J$ can be executed. Let R be a set of given (renewable) *resources* R. Each mode m has a *duration* d_m and uses $u_{m,r}$ units of resource $r \in R$ per time period. Hence, job $j \in J$ utilizes a total of $d_m u_{m,r}$ of resource $r \in R$. The availability of resource $r \in R$ is limited to $q_{r,t}$ in time period t. Moreover, we are given an *earliest start time*, or *release date* est_j, and a *latest start time* lst_j for each job $j \in J$. A solution for the MM-RCPSP is a schedule S satisfying the following.

- each job is scheduled in exactly one of its modes,
- the sum of the utilization of each resource by all the jobs in each period t is at most $q_{r,t}$,
- the start time for each job is not before its earliest start time.

The MM-RCPSP seeks for a solution that minimizes the sum of the job completion times minus the release times.

C. Reformulation

We first introduce a job $j \in J$ for each ship that departs or arrives at the maritime terminal. A mode is added to every job $j \in J$ for each waterway $w \in W$ that could be used by the corresponding ship. Each mode duration is equivalent to the waterway travel time of the corresponding ship. We add four types of resources that correspond to the waterways' concurrent traffic limits, their widths and depths. For each waterway $w \in W$, we introduce two traffic resources, one for each travel direction. Similarly, we use two depth resources to model the maximum draft allowed in w for each direction. Since the width of w affects both directions, we set up a single width resource. This leads to a total of 5 $(2 + 2 + 1)$ resources per waterway. Note that only capacities for the depth resources are time-dependent, whereas the others are constant. The waterway layoffs are modeled by setting the in/out-traffic limit to zero for time periods outside their availability windows. Finally, we set earliest and latest job start times to the ship arrival and departure times, respectively.

D. Mathematical Model

Our mathematical formulation is derived from [5], which presents the most efficient mathematical programming based solution approach for the MM-RCPSP. The resulting compact mixed-integer linear program is time-index based and uses one type of decision variables. A binary *job end variable* $x_{j,m,t}$ is added for $j \in J$, $m \in M_j$, and $t \in T$, which takes value 1 if job j is scheduled to end at time t in mode m.

$$min \quad \sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T} (t - est_j) x_{j,m,t} \tag{1}$$

$$subject\ to \quad \sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T} x_{j,m,t} \ = \ 1 \quad \forall\ j \in J, \tag{2}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} \sum_{t < t' \leq t + d_m} u_{m,r} x_{j,m,t'} \ \leq \ q_{r,t} \quad \forall\ r \in R,\ t \in T, \tag{3}$$

$$\sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T : t < est_j \vee t > lst_j} x_{j,m,t+d_m} = 0 \quad \forall\ j \in J, \tag{4}$$

$$x_{j,m,t} \in \{0, 1\} \quad \forall\ j \in J,\ m \in M_j,\ t \in T. \tag{5}$$

The objective (1) states the minimization of the sum of the job completion times minus the release times. Through (2), we assure that each job is scheduled, and exactly one mode is chosen. Capacity constraints (3) forbid the excess of resources available in each time period. Inequalities (4) enforce the earliest and latest start time requirements for each job. To reduce the number of variables in our model, we omit the unneeded variables that would be set to zero through the latter inequalities in our implementation.

III. Computational Results

We use the problem instances proposed in [4] based on the data provided by the port of Shanghai. They range from 30 ships and 2 waterways up to 60 ships and 4 waterways. The time horizon spans 48 hours and is discretized using 30 minute periods. We solve the MM-RCPSP using CPLEX 12.63 on an Intel Core i7-3667U processor machine with 2.00 GHz. Cutting techniques and the heuristics in the CPLEX solver are active by default and we force single-thread mode.

The authors in [4] were able to prove optimality for two instances whereas the average optimality gap was 42.2% (only counting those instances where a feasible solution was provided). By using our proposed formulation we are able to provide the optimal solutions in less than two seconds for all the instances. Those results allow to assess the performance of the best approximate approach provided in the literature for this problem consisting of a simulated annealing (SA-RG). This way, we are able to prove that 34 of the best heuristically found solutions are optimal. Furthermore, as can be checked, out of the 40 problem instances, 33 are solved at the root node of the branch and bound tree and at most 4 nodes are explored for the remaining. The average runtime is 0.43 seconds, while the maximum running time does not exceed 1.7 seconds. In this regard, although the simulated annealing requires on average less computational time, the difference is in the range of milliseconds.

References

[1] S. Wang and Q. Meng, "Robust schedule design for liner shipping services", Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, vol. 48(6), pp. 1093–1106, 2012.

[2] Y. Disser, M. Klimm, E. Lübbecke, "Scheduling bidirectional traffic on a path", International Colloquium on Automata, Languages, and Programming, pp. 406–418, 2015.

[3] S. Hartmann, D. Briskorn, "A survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem", European Journal of Operational Research, vol. 207(1), pp. 1–14, 2010.

[4] E. Lalla-Ruiz, X. Shi and S. Voß, "The waterway ship scheduling problem", Transportation Research Part D: Transport and Environment, 2017, online available.

[5] G. Zhu, J. F. Bard, G. Yu, "A Branch-and-Cut Procedure for the Multimode Resource-Constrained Project-Scheduling Problem", INFORMS Journal on Computing, vol. 18(3), pp. 377–390, 2006.

[6] K. Buhrkal, S. Zuglian, S. Ropke, J. Larsen, R. Lusby, "Models for the discrete berth allocation problem: A computational comparison", Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, vol. 47 (4), pp. 461–473, 2011.

[7] E. Lalla-Ruiz, C. Expósito-Izquierdo, B. Melián-Batista J. M. Moreno-Vega, "A set-partitioning-based model for the berth allocation problem under time-dependent limitations", European Journal of Operational Research, vol. 250(3), pp. 1001–1012, 2016.

[8] C. Iris, D. Pacino, S. Ropke, A. Larsen, "Integrated berth allocation and quay crane assignment problem: Set partitioning models and computational results", Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, vol. 81, pp. 75–97, 2015.

[9] A.T. Ernst, C. Oğuz, G. Singh, G. Taherkhani, "Mathematical models for the berth allocation problem in dry bulk terminals", Journal of Scheduling, pp. 1–15, 2017, online available.

Session MA2
Optimization Theory and Algorithms I

- *Lagrangian Penalization Scheme with Parallel Forward-Backward Splitting*; Molinari, Cesare; Peypouquet, Juan.
- *Un filtro basado en muestreo para asimilacion de datos no gaussiana aplicando descomposicion de Cholesky modificada*; Beltrán, Rolando; Niño, Elías.
- *Um novo algoritmo aplicado ao problema de Ridge Regression mal-condicionado*; Cazarin Da Silva, Tatiane; Ribeiro, Ademir Alves; Periçaro, Gislaine Aparecida.

Lagrangian Penalization Scheme with Parallel Forward-Backward Splitting

1st Cesare Molinari
Departamento de Matemática
Universidad Técnica Federico Santa María
Avenida España 1680, Valparaíso, Chile
cecio.molinari@gmail.com

2nd Juan Peypouquet
Departamento de Matemática
Universidad Técnica Federico Santa María
Avenida España 1680, Valparaíso, Chile
juan.peypouquet@usm.cl

***Abstract*—We propose a new iterative algorithm for solving structured variational inclusions in the product of Hilbert spaces, where the corresponding set-valued map is asymmetrical in terms of regularity. This setting covers the convex constrained optimization problem in which we want to minimize the sum of a smooth function and a closed one, under a linear-affine constraint. This multiplier method is inspired by [5], [7] and combines Lagrangian techniques and a penalization scheme with bounded parameters, with parallel forward-backward iterations. Conveniently combined, these techniques allow us to take advantage of the particular structure of the problem. We prove the weak convergence of the sequence generated by this scheme, allowing errors in the computation of the implicit steps. We also analyze a case in which the convergence is (strong and) linear. Several applications are discussed and some computational experiments are reported.**

***Index Terms*—Convex programming, forward-backward, Lagrange multipliers, penalization**

Let H, Z be real Hilbert spaces. Given a maximal monotone operator $\mathcal{A} : H \rightrightarrows H$ and a bounded linear operator $T : H \to Z$, consider the variational inequality

$$(VI) \qquad 0 \in \mathcal{A}(h) + T^*\mathcal{N}_C(Th),$$

where $\mathcal{N}_C$ is the normal cone operator with respect to a non-empty closed convex subset C of Z. To fix the ideas, if $\mathcal{A}$ is the subdifferential of a proper lower-semicontinuous convex function $\Phi : H \to \mathbf{R} \cup \{+\infty\}$, under certain qualification conditions, (VI) is equivalent to the optimization problem

$$(OP) \qquad \min_{h \in H}\{\Phi(h) : \ Th \in C\}.$$

The function Φ is minimized subject to the constraint that an observation Th of the decision variable h belong to the set C.

This paper is concerned with the numerical approximation of the solutions to the aforementioned problems, especially when the operators involved have a separable structure and exhibit some dissymmetry in terms of their regularity.

More precisely, let X, Y be real Hilbert spaces and let $H = X \times Y$. Given two maximal monotone operators $M : X \rightrightarrows X$ and $N : Y \rightrightarrows Y$, set $\mathcal{A}(x, y) = (Mx, Ny)$. Finally, consider bounded linear operators $A : X \to Z$ and $B : Y \to Z$ and set $T(x, y) = Ax + By$. In this setting, (VI) can be rewritten as the system of inclusions:

$$\begin{cases} 0 \in Mx + A^*\mathcal{N}_C(Ax + By); \\ 0 \in Ny + B^*\mathcal{N}_C(Ax + By). \end{cases} \tag{1}$$

If $f : X \to \mathbf{R} \cup \{+\infty\}$ and $g : Y \to \mathbf{R} \cup \{+\infty\}$ and proper, lower-semicontinuous and convex, and we write $M = \partial f$ and $N = \partial g$, this amounts to

$$\min_{(x,y) \in X \times Y} \{f(x) + g(y) : \ Ax + By \in C\}. \tag{2}$$

We shall assume that the operator M is cocoercive $-$or, in the optimization framework, that f is differentiable and ∇f is Lipschitz-continuous$-$ while N is arbitrary. This is where the dissymmetry comes into play.

This problem is not new: it arises in economics, image processing, statistics, management, inverse problems, optimal control, partial differential equations, among others. Several methods have been developed to tackle it. An important number of them are based on the (augmented) Lagrangian, and are related to the alternating direction method of multipliers (see [10], [13]). Further details can be found in the classical references [9], [11], [12], [14], and also [19], in connection with the proximal method [4], [16], [20]. For separable problems as the ones considered here, there exist sequential methods with or without linearization (see, respectively, [5], [22] and [1], [24]). A parallel version was also studied in [15]. Methods based on the dual problem (see [8]) are also effective. An alternative approach is to use penalization schemes (see [2], [6]). A few present some combination of the two (see [3], [7], [17], [21]). The exponential multiplier method (see [23]) is also connected. We should observe that, in terms of the computational updating rules, most methods rely, to a large extent, on forward and backward discretizations of the differential inclusion $-\dot{x}(t) \in Ax(t)$, as building blocks.

At this point, it is important to clarify that our aim is not to produce a numerical method that outperforms all other existing ones in every instance. The main purpose of this work is to present several techniques that, conveniently applied at different levels, allow us to take advantage of the particular

Supported by Fondecyt Grant 1140829, Conicyt Anillo ACT-1106, ECOS-Conicyt Project C13E03, Millenium Nucleus ICM/FIC RC130003, Conicyt Project MATHAMSUD 15MATH-02, Conicyt Redes 140183, and Basal Project CMM Universidad de Chile. The first author was also supported by CONICYT scholarship CONICYT-PCHA/Doctorado Nacional/2016.

structure of the problem. We shall show that these ideas can be combined effectively to produce versatile convergent methods.

In order to find solutions for (1) and (2), we propose an iterative algorithm based on the following ideas:

- *Parallelized forward-backward primal iterations.* In order to treat the variables x and y independently, one can use either parallel or sequential splitting paradigms. When the operators involved have different regularity properties, a very effective sequential splitting scheme is the forward-backward method, where an explicit (forward) sub-iteration is performed with respect to the regular part, followed by an implicit (backward) sub-iteration with respect to the non-regular part. On the other hand, a parallel approach consists in applying an iterative procedure in the product space. In separable problems, like the one considered here, this reduce the dimension of the subproblems. To our knowledge, this scheme is always applied in a symmetric manner, and the corresponding update rules for x and y are of the same nature, so to speak. We propose here a parallel, yet asymmetric approach, in order to keep the benefits of parallelization while also taking advantage of the *partial* regularity of the problem.

- *Lagrangian penalization approach.* The linear part of the constraint is treated in a classical fashion introducing a Lagrange multiplier and performing a prediction-correction sub-iterations on this dual variable. In turn, the non-linear part of the constraint $-$corresponding to the set $C-$ is dealt with by means of a general exterior penalization function. However, the penalization parameter is treated as a Lagrange multiplier, so this gives a Lagrangian approach to deal with non-linear constraints. The main consequence of this device is that the parameter does not tend to $+\infty$ as the algorithm evolves, as occurs typically in penalization schemes, and limits the possible inherent numerical stabilities.

- *Multiscale aspects.* The multiplier steps account for under- or over-relaxation. The relaxation parameter can be used to favor the progress of either the primal or the dual variables, which results in a faster or more convenient evolution of the algorithm.

The talk is organized in 5 sections: In the first Section we describe the potential setting (2). The primal-dual sequence is proved to converge weakly to a saddle point of the Lagrangian and the function evaluations are shown to converge to the optimal value. Section 2 deals with the more general maximal monotone framework. Similar results are obtained except that variational description replaces the Lagrangian optimality conditions. In the next Section, we provide some rates of convergence, especially in a *strongly nondegenerate* setting, where the iterates turn out to converge linearly. We close this paper with some illustrations, including implementation and applicability issues in Section 4, along with some numerical tests, in Section 5.

REFERENCES

[1] H. Attouch and M. Soueycatt, "Augmented Lagrangian and proximal alternating direction methods of multipliers in Hilbert spaces. Applications to games , PDE's and control", Pacific J. Opt., vol. 5, no. 1, pp. 17-37, 2009.

[2] A. Auslender, J. P. Crouzeix, and P. Fedit, "Penalty-proximal methods in convex programming", J. Optim. Theory Appl., vol. 55, no. 1, pp. 1-21, 1987.

[3] A. Ben-Tal, Aharon, and M. Zibulevsky, "Penalty/barrier multiplier methods for convex programming problems", SIAM J. Optim., vol. 7, no. 2, pp. 347366, 1997.

[4] H. Brézis and P. L. Lions, "Produits infinis de résolvantes", Israel J. Math., vol. 29, pp. 329-345, 1978.

[5] G. Chen and M. Teboulle, "A proximal-based decomposition method for convex minimization problems", Mathematical Programming, vol. 64, pp. 81-101, 1994.

[6] R. Cominetti and M. Courdurier, "Coupling general penalty schemes for convex programming with the steepest descent method and the proximal point algorithm", SIAM J. Optim, vol. 13, pp. 745-765, 2002.

[7] P. Frankel and J. Peypouquet, "Lagrangian-penalization algorithm for constrained optimization and variational inequalities", Set-Valued and Variational Analysis, vol. 20, no. 2, pp. 169-185, 2012.

[8] M. Fukushima, "Application of the alternating direction method of multipliers to separable convex programming problems", Comput. Optim. Appl., vol. 1, no. 1, pp. 93111, 1992.

[9] D. Gabay, "Applications of the method of multipliers to variational inequalities, in augmented Lagrange methods: Applications to the solution of boundary valued problems", M. Fortin, R. Glowinski (eds.), North-Holland, Amsterdam, pp. 299331, 1983.

[10] D. Gabay and B. Mercier, "A dual algorithm for the solution of nonlinear variational problems via finite elements approximations", Comp. Math. Appl., vol. 2, pp. 1740, 1976.

[11] R. Glowinski, "Numerical methods for nonlinear variational problems", Springer Series in Computational Physics, Springer-Verlag, 1984.

[12] R. Glowinski and P. Le Tallec, "Augmented lagrangian and operator-splitting methods in nonlinear mechanics", SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, 1989.

[13] R. Glowinski and A. Marrocco, "Sur lapproximation par éléments finis dordre un, et la résolution par pénalisation-dualité d'une classe de problèmes de Dirichlet non linéaires", Revue Francaise dAutomatique, Informatique et Recherche Opérationnelle, vol. 2, pp. 4176, 1975.

[14] E. G. Gol'shtein and N.V. Tret'yakov, "Modified Lagrangians in convex programming and their generalizations", Point-to-set maps and mathematical programming, Math. Programming Stud., no. 10, pp. 8697, 1979.

[15] D. Han, X. Yuan, and W. Zhang, "An augmented Lagrangian based parallel splitting method for separable convex minimization with applications to image processing", Math. Comp., vol. 83, no. 289, pp. 22632291, 2014.

[16] B. Martinet, "Régularisation d'inéquations variationnelles par approximations successives", Rev. Franaise Informat. Recherche Oprationnelle, vol. 4, pp. 154-158, 1970.

[17] I. Necoara and J. A. K. Suykens, "Interior-point Lagrangian decomposition method for separable convex optimization", J. Optim. Theory Appl., vol. 143, no. 3, pp. 567588, 2009.

[18] J. Peypouquet, "Convex optimization in normed spaces; theory, methods and examples", SpringerBriefs in Optimization, 2015.

[19] R.T. Rockafellar, "Augmented lagrangians and applications of the proximal point algorithm in convex programming", Mathematics of Operations Research, no. 1, pp. 97-116, 1976.

[20] R.T. Rockafellar, "Monotone operators and the proximal point algorithm", SIAM Journal on Control and Optimization, no. 14, pp. 877-898, 1976.

[21] O. Sarmiento, E. A. Papa Quiroz, and P. R. Oliveira, "A proximal multiplier method for separable convex minimization", Optimization, vol. 65, no. 2, pp. 501537, 2016.

[22] P. Tseng, "Alternating projection-proximal methods for convex programming and variational inequalities", SIAM J. Optim., vol. 7, pp. 951965, 1997.

[23] P. Tseng and D. Bertsekas, "On the convergence of the exponential multiplier method for convex programming", Math. Programming, vol. 60, no. 1, Ser. A, pp. 119, 1993.

[24] M.H. Xu, "Proximal alternating directions method for structured variational inequalities", J. Optim. Theory Appl., vol. 134, pp. 107117, 2007.

[25] J. C. De los Reyes and C. B. Schönlieb, "Image denoising: learning the noise model via nonsmooth PDE-constrained optimization", Inverse Problems and Imaging, vol. 7, no. 4, pp. 1183-1214, 2013.

Un filtro basado en muestreo para asimilación de datos no gaussiana aplicando descomposición de Cholesky modificada

Rolando Beltrán A.
Departamento de Ingeniería de Sistemas
Universidad del Norte
Barranquilla, Colombia
Email: rolandob@uninorte.edu.co

Elías Niño
Departamento de Ingeniería de Sistemas
Universidad del Norte
Barranquilla, Colombia
Email: enino@uninorte.edu.co

***Abstract*—En este documento se propone un método de Asimilación de Datos, AD, que implementa dos mejoras respecto al esquema tradicional de AD, por un lado, se evita la computación explicita de la inversa de la matriz de covarianza, aplicando Cholesky Modificado; y por otro lado, se calculan los estados futuros, mediante muestreo de la función de probabilidad posterior, basada en una variación de un algoritmo de Markov Chain Monte Carlo, MCMC, para operadores observacionales no lineales. La AD tiene como objetivo mejorar la estimación de estados futuros de fenómenos, que generalmente involucran dimensiones mayores a 10^6, mediante la combinación de dos fuentes de información: 1.) Estados anteriores, obtenidos por modelos numéricos imperfectos, y 2.) Observaciones nuevas. La configuración inicial de AD incluye la suposición de que los operadores que se aplican sobre las observaciones son lineales, cuando esta suposición es violada las estimaciones obtenidas son pobres, por supuesto en una gran proporción de los fenómenos reales, esta suposición no se cumple. Una manera de evitar esta restricción es muestrear la función de probabilidad posterior, para lograr una estimación del valor de la solución óptima, con cierto nivel de incertidumbre. La familia de MCMC comprende algoritmos amplia aceptación para este tipo de muestreo, en este artículo, una versión modificada es utilizada para aumentar la eficiencia del método propuesto.**

I. Introducción

El uso de modelos numéricos de predicción se extiende a través de múltiples campos de aplicación, los modelos para para describir y predecir el comportamiento de los sistemas dinámicos están construidos sobre fuertes estructuras teóricas, sin embargo, los fenómenos naturales exhiben una enorme complejidad que excede el alcance del modelado, por lo cual estos modelos son considerados imperfectos. En las décadas recientes han emergido una variedad de técnicas para mejorar la precisión de los estados predichos por los modelos numéricos, basadas en la introducción de datos provenientes de observaciones actualizadas provistos por sensores y otros dispositivos, esta disciplina es conocido como Asimilación de Datos, y ha tenido aplicación en la construcción de sistemas de predicción climatológica, alrededor de Europa, América y Asia[1]. La AD puede ser descrita bajo el marco de la estadística bayesiana, como un problema donde los estados y parámetros del modelo son variables estocásticas, y las estimaciones son obtenidas sobre la función de distribución de probabilidad, FDP, de las variables. La información a priori, $\mathcal{P}(\mathbf{x})$, está relacionada con las predicciones hechas por los modelos numéricos; la verosimilitud, $\mathcal{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$, es calculada a partir de las observaciones, la información a priori y la verosimilitud se combinan para reducir la incertidumbre en la estimación hecha por el modelo, y se obtiene la probabilidad a posterior del vector de estado dadas las observaciones, esto es: $\mathcal{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \propto \mathcal{P}(\mathbf{x}) \cdot \mathcal{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$. En conclusión la AD intenta obtener la FDP posterior para modelar la incertidumbre alrededor del análisis o estado estimado. Algunos autores distinguen dos categorías para las técnicas asociadas a AD, variacional y secuencial. El primero tiene fundamento teórico en los métodos de control, en este caso AD es estudiada como un problema de optimización en el cual se establece una función de costo para minimizar la diferencia entre la predicción producida por el modelo y los datos proveniente de las observaciones a través de una ventana de tiempo. En la aproximación secuencial el ajuste de la estimación, a partir de las predicciones del modelo sucede cada vez que una observación se tiene a disposición. En ambas aproximaciones se asume que la distribución de la información a priori y las observaciones tienen un comportamiento gaussiano, y el operador aplicado a las observaciones es lineal, pero el cumplimiento de esta suposición no está garantizada en muchos fenómenos reales, lo que lleva a introducir sesgo sistemático a las estimación de la AD, especialmente con el aumento de la resolución de los instrumentos de medidas y la inclusión de procesos físicos más complejos en el modelado[2]. Aunque la suposición de normalidad no se cumpla, el marco bayesiano continua siendo aplicable, y sigue siendo posible obtener información de la probabilidad posterior, aunque el estudio analítico de esta pueda tornarse sumamente complicado. Bajo estas consideraciones los métodos MCMC emergen como una prominente alternativa, porque se enfocan en tomar muestras de la distribución posterior de probabilidad lo que permite obviar la restricción de linealidad del modelo que opera las observaciones. En este documento se propone un método para AD basado en muestreo de la distribución de probabilidad

posterior con métodos MCMC.

A. Esquema tradicional de AD

Los filtros del tipo agrupamiento, Ensemble Kalman Filter, EnKF, fueron desarrollados para resolver las restricciones que surgen de la implementación de filtro de Kalman original para AD, que subyacen principalmente en la dificultad de computar una matriz de covarianza en sistemas de altas dimensiones, en vez de esto, una muestra es tomada para calcular un estimado de esta matriz. En el primer paso de este algoritmo recursivo, llamado paso de predicción, se define un agrupamiento de N realizaciones del modelo numérico:

$$\mathbf{X}^b = \left[\mathbf{x}_1^b, \mathbf{x}_2^b, ..., \mathbf{x}_N^b\right]$$

Cada vector $\mathbf{x}$ tiene n dimensiones. Luego los momentos de la distribución son estimados, la media es estimada así:

$$\bar{\mathbf{x}}^b = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} \mathbf{x}_i^b$$

Y un estimador no sesgado de la matriz de covarianza del error es calculado así:

$$\mathbf{P}^b = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} \left(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}^b\right)\left(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}^b\right)^t = \frac{1}{N-1} \cdot \Delta\mathbf{X}\Delta\mathbf{X}^t$$

Enseguida, en el paso de análisis, los datos de las observaciones $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{(m\times 1)}$ son incorporados, y el análisis o estado predicho, $\mathbf{X}^a$, es obtenido, bajo los supuestos de normalidad, así:

$$\mathbf{X}^a = \mathbf{X}^b + \mathbf{P}^b\mathbf{H}^t\left[\mathbf{H}\mathbf{P}^b\mathbf{H}^t + \mathbf{R}\right]^{-1} \cdot \left[\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{X}\right] \qquad (1)$$

Donde Y es una matriz compuesta por observaciones perturbadas con ruido gaussiano:

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, ..., \mathbf{y}_n]$$

Con:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{y} + \mathbf{e}_i;\ \mathbf{e}_i \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R})$$

$\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{(m\times m)}$ es la matriz de covarianza del error correspondiente a las observaciones, $\mathbf{e}_i \in \mathbb{R}^{(m\times 1)}$ es un vector de perturbaciones independiente, $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{(m\times N)}$ es el operador lineal que mapea las observaciones al espacio de estados del sistema. Finalmente la predicción para cada miembro del agrupamiento es calculada aplicando el modelo numérico al estado obtenido en el paso de análisis. A pesar de la demostrada eficacia del método descrito arriba, su limitación está clara[3], puesto que como se mencionó antes, las suposiciones de normalidad y de linealidad del operador observacional $\mathcal{H} \approx \mathbf{H}$, no siempre corresponden con el fenómeno real. Una aproximación alternativa, que se ha estudiado los últimos años incluye realizar muestreo directamente sobre la distribución posterior del análisis, obviando las suposiciones descritas, con lo que se obtiene un conjunto de vectores de estado que corresponden, bajo un nivel razonable de incertidumbre, a la distribución posterior del análisis.

B. Esquema propuesto

El método propuesto modifica el esquema original, como se describe en el Algortimo 1, primero, en el paso de predicción, en tanto que se aplica la Descomposición de Cholesky Modificada para realizar una estimación eficiente de la inversa de la matriz de covarianza $\mathbf{P}^b$, evitando así incurrir en gran parte del costo computacional del cálculo explícito de esta. Adicionalmente, el paso de análisis del algoritmo original se modifica, y en vez de aplicar (1) para calcular el análisis, se utiliza el algoritmo Metropolis-Hastings modificado, en este caso se construye una cadena de Markov, M, cuyos componentes corresponden a estados del sistema provenientes de la función de probabilidad posterior, esta cadena se construye iterativamente, en cada iteración se propone un estado candidato, a partir de la aplicación de Crank-Nicolson[4] al estado anterior, este candidato se evalúa en la función de probabilidad posterior $J(\cdot)$.

Algoritmo 1 AD con MCMC, Crank Nicolson y Cholesky Modificado

Salida: $\mathbf{x}^a$, estado predicho

1: Establecer el valor inicial de la cadena $M_{(0)} = \mathbf{x}^b$
2: Proponer un estado $\mathbf{x}_{(t+1)}$ aplicando Crank-Nicolson en función de $\mathbf{x}_t$
3: Calcular la razón de aceptación $\alpha = J(\mathbf{x}_{(t+1)}/(J(\mathbf{x}_t)$
4: **if** $\mu < \alpha, \mu \approx \mathcal{N}(0,1)$ **then**
5: $\quad M_{(t+1)} = \mathbf{x}_{(t+1)}$
6: **else**
7: $\quad M_{(t+1)} = \mathbf{x}_t$
8: **end if**
9: **Repetir** del 2 al 8, K veces, K es el tamaño de la cadena
10: $\mathbf{x}^a = \frac{1}{N} \cdot \sum_i^N M_{(i)}$

C. Resultados

La técnica propuesta fue aplicada en la predicción de vectores de estados para el sistema dinámico correspondiente con el modelo caótico de Lorenz 96, utilizado comúnmente para medir el rendimiento de las técnicas de AD, el modelo tiene 40 componentes. En este caso el operador observacional no lineal, se definió así:

$$\mathcal{H} : \mathcal{H}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2$$

Los valores $\mathbf{x}^*$ reales a predecir son conocidos en tanto estan determinados por el sistema dinamico. Las observaciones $\mathbf{y}$ fueron creadas sinteticamente a partir de $\mathbf{x}^*$, agregando perturbaciones aleatorias. Se construyó una cadena de Markov con vectores de estados de 40 componentes cada uno, aplicando 1000 iteraciones del Metropolis–Hastings modificado con Crank-Nicolson.

Luego como en el caso de la Figura 1, se analizó la cadena para cada uno de los 40 componentes del vector de estado, se encuentra primero, como se esperaba, que el comportamiento de las variables es no gaussiano; y segundo,que mayormente,

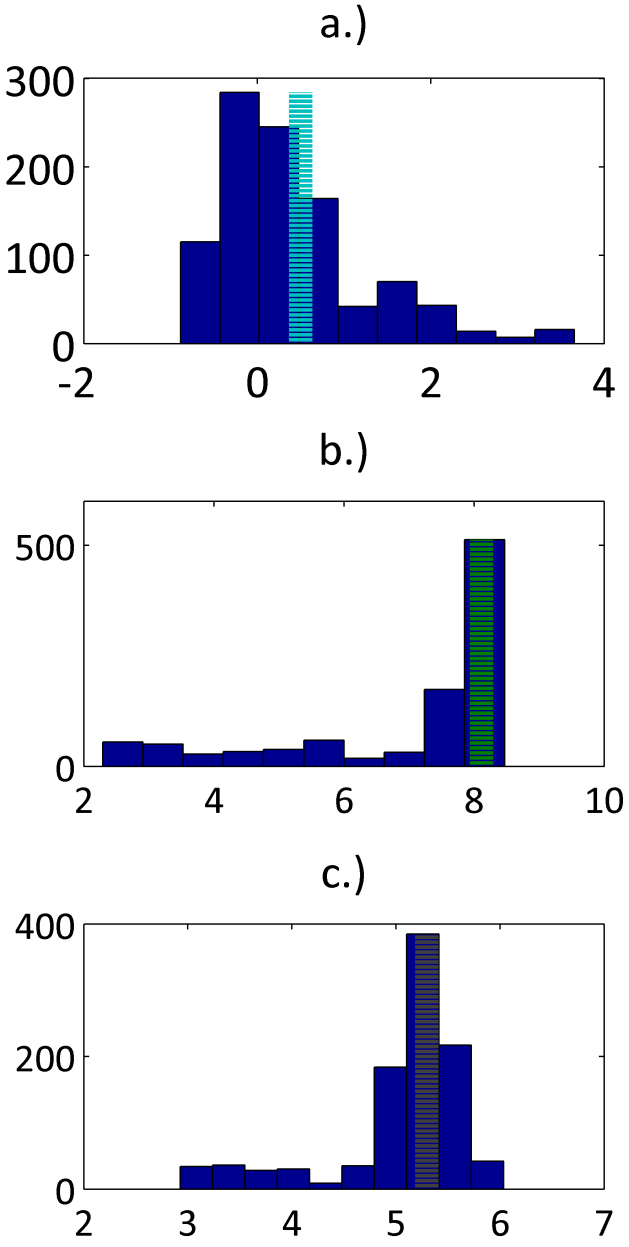


Fig. 1: Se muestra la distribución de la cadena de Markov para 1000 iteraciones del algoritmo propuesto, las barras solidas hacen parte del histograma para los componentes del vector de estados predicho por el modelo: a.) componente 2, b.) componente 4, c.) componente 20; la barra discontinua señala el valor real que debió ser predicho.

el valor real del sistema se encuentra dentro de la zona de alta densidad de la cadena de Markov construida con la técnica propuesta, con lo que puede entenderse que la probailidad de que el estado predicho coincida con el estado real, es muy alta, bajo un nivel razonable de incertidumbre, aun cuando el operador observacional no es lineal.

II. Conclusión

El esquema tradicional de AD, deriva las ecuaciones para el cálculo del estado predicho, o análisis, a partir de los supuestos de normalidad, que a su vez, son garantizados solo si el operador observacional es lineal, cuando lo anterior no se cumple la precisión de los estados predichos decae, el método propuesto brinda una alternativa para resolver la dificultad de aplicar el esquema AD tradicional en el caso de operadores observacionales no lineales, puesto que logra construir el análisis, a partir de muestras que se toman de la zona de alta densidad correspondiente a la función de probabilidad posterior. En primer lugar una implementación del Metropolis-Hastings logro obtener muestras de la posterior, aunque aún alto costo computacional, debido al gran número de iteraciones que se necesita para que el método converja, con la inclusión de Crank-Nicolson para generar los estados candidatos de la cadena de Markov, se logra una mayor eficiencia, en tanto que el método converge más rápido a la zona de alta densidad, con lo que se necesita un menor número de iteración y se ahorra computación. Los resultados preliminares descritos, indican que metodo propuesto brinda un alto nivel predictivo con un nivel bajo de incertidumbre, en los casos en los que el operador observacional es no lineal.

Agradecimientos

Gracias a el apoyo de la Gobernación del Magdalena, Colombia

References

[1] J. Zhiwei, L. Jia, C. Zhongxin, and S. Liang, "A review of data assimilation of crop growth simulation based on remote sensing information," in *Proc. The Third Int. Conf. Agro-Geoinformatics*, Aug. 2014, pp. 1–6.

[2] J. Lei and P. Bickel, "A moment matching ensemble filter for nonlinear non-gaussian data assimilation," *Monthly Weather Review*, vol. 139, no. 12, pp. 3964–3973, 2011.

[3] J. L. Anderson, "A non-gaussian ensemble filter update for data assimilation," *Monthly Weather Review*, vol. 138, no. 11, pp. 4186–4198, 2010.

[4] S. L. Cotter, G. O. Roberts, A. M. Stuart, D. White *et al.*, "Mcmc methods for functions: modifying old algorithms to make them faster," *Statistical Science*, vol. 28, no. 3, pp. 424–446, 2013.

Um novo algoritmo aplicado ao problema de Ridge Regression mal-condicionado

Tatiane Cazarin da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Email: tatianecazarin@utfpr.edu.br

Ademir Alves Ribeiro
Universidade Federal do Paraná
Email: ademir.ribeiro@ufpr.br

Gislaine Aparecida Periçaro
Universidade Estadual do Paraná
Email: gislaine.pericaro@unespar.edu.br

***Resumo*—Neste trabalho propomos um algoritmo para resolver uma formulação primal-dual geral de ponto fixo aplicada ao problema de Ridge Regression. Estudamos a formulação primal para problemas de mínimos quadrados regularizados, em especial na norma L2, nomeados Ridge Regression e descrevemos a dualidade convexa para essa classe de problemas. Nossa estratégia foi considerar as formulações primal e dual conjuntamente, e minimizar o gap de dualidade entre elas. Estabelecemos o algoritmo de ponto fixo primal-dual, nomeado método acelerado primal dual de ponto-fixo (acc-PDFP). O estudo teórico do algoritmo foi feito por meio da análise de propriedades espectrais da matriz de iteração associada. Provamos a convergência assintótica do algoritmo e verificamos que o método possui excelente desempenho numérico na resolução de problemas muito mal-condicionados.**

I. Introdução

Ridge Regression é um método popular de regularização que foi introduzido por Hoerl e Kennard em 1970 [4]. Estatisticamente, tem como finalidade a obtenção de melhores resultados para a análise de regressão múltipla quando comparado à regressão de mínimos quadrados usual, nos casos em que há presença de multicolinearidade nas variáveis explicativas. Neste sentido, o objetivo da Ridge Regression é reduzir o erro padrão dos coeficientes de regressão por meio da imposição de uma penalidade, na norma L2, sob os coeficientes [2], [3], [7], [8].

Com base neste contexto propomos um algoritmo primal-dual de ponto fixo aplicado a uma versão de problemas Ridge Regression, que também são abordados, por exemplo em [6]. De acordo com [5], os métodos primais-duais têm sido empregados principalmente em problemas de otimização convexa com dualidade forte, obtendo sucesso quando aplicado a vários tipos de funções não-lineares, que surgem em diversas áreas de aplicação, tais como processamento de imagem, aprendizado de máquina, problemas inversos, entre outros.

Neste trabalho, estabelecemos uma formulação geral primal-dual de ponto fixo aplicada a um problema quadrático e fortemente convexo, do tipo Ridge Regression. Descrevemos a dualidade convexa para essa classe de métodos e propomos um algoritmo para minimizar o gap de dualidade. A seguir, apresentamos a formulação matemática para o algoritmo, discutimos alguns conceitos teóricos empregados e os resultados numéricos encontrados.

II. Formulação matemática do problema

Considere matrizes $A_1, \ldots, A_n \in \mathbb{R}^{d\times m}$, vetores $y_1, \ldots, y_n \in \mathbb{R}^m$ e um parâmetro de regularização $\lambda > 0$. Denotamos $A = (A_1 \ \cdots \ A_n) \in \mathbb{R}^{d\times N}$ e $y = (y_1^T \ \cdots \ y_n^T)^T \in \mathbb{R}^N$, onde $N = nm$. Neste trabalho, consideramos o problema de minimizar a média de funções convexas suaves penalizada com um regularizador fortemente convexo, o que torna o problema do tipo Ridge Regression, como sendo

$$\min_{w\in\mathbb{R}^d} P(w) = \frac{1}{2n}\|A^T w - y\|^2 + \frac{\lambda}{2}\|w\|^2 \tag{1}$$

e associamos o problema dual de Fenchel

$$\max_{\alpha\in\mathbb{R}^N} D(\alpha) = -\frac{1}{2\lambda n^2}\|A\alpha\|^2 - \frac{1}{2n}\|\alpha\|^2 + \frac{1}{n}\alpha^T y. \tag{2}$$

Definindo $x = \begin{pmatrix} w \\ \alpha \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{d+N}$, nosso problema primal-dual consiste na minimização do gap de dualidade, dado por

$$\min_{x\in\mathbb{R}^{d+N}} f(x) = P(w) - D(\alpha). \tag{3}$$

Usando conceitos de dualidade convexa e a condição de otimalidade, $\nabla f(x) = 0$, com garantia de existência de solução única, recaímos no sistema

$$x = G(\theta)x + \theta b, \tag{4}$$

onde

$$G(\theta) = \begin{pmatrix} (1-\theta)\, I - \dfrac{\theta}{\lambda n} AA^T & 0 \\ 0 & \left(1 - \dfrac{\theta}{\lambda n}\right) I - \dfrac{\theta}{(\lambda n)^2} A^T A \end{pmatrix},$$

$b = \dfrac{1}{\lambda n}\begin{pmatrix} Ay \\ y \end{pmatrix}$ e θ é um parâmetro não nulo.

Partindo do fato de que a solução ótima do nosso problema primal-dual, satisfaz a relação (4), a idéia aqui consiste em considerar um sistema aumentado e equivalente, dado por

$$\begin{cases} x = z \\ x = G(\theta)x + \theta b \end{cases}. \tag{5}$$

Considerando um parâmetro não nulo $\gamma \in \mathbb{R}$, multiplicando a primeira equação por $1-\gamma$ e a segunda por γ, podemos reescrever (5) como

$$\begin{cases} x = (1-\gamma)z + \gamma(G(\theta)x + \theta b) \\ z = G(\theta)x + \theta b \end{cases}, \tag{6}$$

o que nos sugere o seguinte algoritmo.

Algoritmo: Método acc-PDFP

DADOS: $x^0, z^0 \in \mathbb{R}^{d+N}; \theta, \gamma > 0;$
INICIALIZAÇÃO: $k = 0$
REPITA
$x^{k+1} = (1-\gamma)z^k + \gamma(G(\theta)x^k + \theta b)$
$z^{k+1} = G(\theta)x^k + \theta b$
$k = k + 1$

Note que o Algoritmo também pode ser visto no formato ponto fixo, uma vez que podemos escrever cada iteração do algoritmo na forma compacta

$$v^{k+1} = H_\gamma(\theta)v^k + r, \tag{7}$$

em que $v = \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}$, $r = \begin{pmatrix} \gamma\theta b \\ \theta b \end{pmatrix}$ e

$$H_\gamma(\theta) = \begin{pmatrix} \gamma G(\theta) & (1-\gamma)I \\ G(\theta) & 0 \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Assim, podemos escrever que

$$v^k - v^* = H_\gamma(\theta)(v^{k-1} - v^*), \tag{9}$$

em que $v^* = \begin{pmatrix} x^* \\ x^* \end{pmatrix}$. Dessa forma, a convergência do Algoritmo dependerá das propriedades espectrais da matriz de iteração $H_\gamma(\theta)$. Realizando uma análise algébrica e gráfica sobre seu espectro, a partir do polinômio característico, definimos seus autovalores por $\lambda_{ij}^+ = \frac{\gamma(1-\mu_{ij}\theta)+\sqrt{\delta_{ij}(\theta)}}{2}$ e $\lambda_{ij}^- = \frac{\gamma(1-\mu_{ij}\theta)-\sqrt{\delta_{ij}(\theta)}}{2}$, onde $\delta_{ij}(\theta) = \gamma^2(1-\mu_{ij}\theta)^2 + 4(1-\gamma)(1-\mu_{ij}\theta)$, $\mu_{1j} = 1 + \frac{\sigma_j^2}{\lambda n}$ e $\mu_{2j} = \frac{1}{\lambda n}\left(1 + \frac{\sigma_j^2}{\lambda n}\right)$, $i = 1, 2$ e $j = 1, \ldots, q$, em que σ_j representam os valores singulares da matriz A. Note ainda que $\delta_{ij}(\theta)$ é uma quadrática, cujas raízes são denotadas por θ_{ij}^- e θ_{ij}^+. Sendo assim, formulamos o resultado principal que trata da convergência do Algoritmo, descrito a seguir.

Teorema: Seja $v^0 \in \mathbb{R}^{2(d+N)}$ um ponto inicial arbitrário e considere a sequência $(v^k) = \begin{pmatrix} x^k \\ z^k \end{pmatrix}$ gerada pelo Algoritmo com $\theta \in \left(0, \frac{2\gamma}{2\gamma-1}\right)\frac{1}{\mu_{i1}}$, onde $i = 1$ se $\lambda n \geq 1$ ou $i = 2$ se $\lambda n < 1$. Então, a sequência (x^k) converge linearmente para a solução única do problema (3) com uma taxa de convergência assintótica $\rho(\theta)$, dada, para o caso $\lambda n < 1$, por

$$\rho(\theta) = \begin{cases} \left|\lambda_{1q}^+(\theta)\right|, \text{ se } 0 \leq \theta \leq \theta_{21}^+ \\ \max\left\{\left|\lambda_{1q}^+(\theta)\right|, -\lambda_{21}^-(\theta)\right\}, \text{ se } \theta_{21}^+ \leq \theta \leq \theta_{1q}^+ \\ -\lambda_{21}^-(\theta), \text{ se } \theta \geq \theta_{1q}^+ \end{cases} \tag{10}$$

e, para o caso $\lambda n \geq 1$ por

$$\rho(\theta) = \begin{cases} \left|\lambda_{2q}^+(\theta)\right|, \text{ se } 0 \leq \theta \leq \theta_{11}^+ \\ \max\left\{\left|\lambda_{2q}^+(\theta)\right|, -\lambda_{11}^-(\theta)\right\}, \text{ se } \theta_{11}^+ \leq \theta \leq \theta_{2q}^+ \\ -\lambda_{11}^-(\theta), \text{ se } \theta \geq \theta_{2q}^+, \end{cases} \tag{11}$$

e o valor ótimo para o parâmetro θ é dado pela solução da equação

$$\left|\lambda_{1q}^+(\theta)\right| = -\lambda_{21}^-(\theta), \quad \text{se} \quad \lambda n < 1 \tag{12}$$

ou

$$\left|\lambda_{2q}^+(\theta)\right| = -\lambda_{11}^-(\theta), \quad \text{se} \quad \lambda n \geq 1. \tag{13}$$

Em outras palavras, por meio da análise do espectro da matriz $H_\gamma(\theta)$, garantimos a convergência assintótica do Algoritmo proposto.

III. Desempenho numérico do método

Experimentos numéricos foram realizados com uma instância de 100 problemas com dados mal-condicionados. Os elementos dos problemas foram gerados aleatoriamente, considerando os parâmetros $\lambda \in \{0.6, 0.4, 0.2, 0.1\}$, $\gamma = 1.95$, $\theta = \theta^*$, onde θ^* é a solução das equações (12) e (13). Além disso, utilizamos para fins de comparação o Método de Gradientes Conjugados (GC), um método clássico de excelente desempenho numérico quando aplicado a problemas quadráticos.

Por meio da análise do gráfico de desempenho [1] para os algoritmos, observamos que o algoritmo acc-PDFP resolveu 100% dos problemas propostos, mostrando-se superior ao Método de Gradientes Conjugados, que resolveu 98% dos problemas. Em relação ao número de iterações, Figura 1, o algoritmo acc-SRP resolveu 97% dos problemas com o menor número de iterações, enquanto que a porcentagem atingida pelo Método de Gradientes Conjugados foi de 3%.

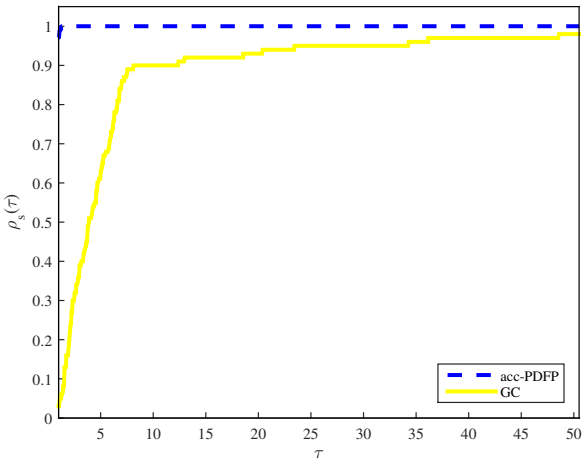


Figura 1. Gráfico de desempenho para o número de iterações

Na Figura 2 apresentamos o gráfico de desempenho para os algoritmos considerando como medida de desempenho o tempo computacional. Note que o algoritmo acc-PDFP com $\theta = \theta^*$ resolveu 54% dos problemas com o melhor tempo computacional, enquanto o Método de Gradientes Conjugados resolveu 46% dos problemas.

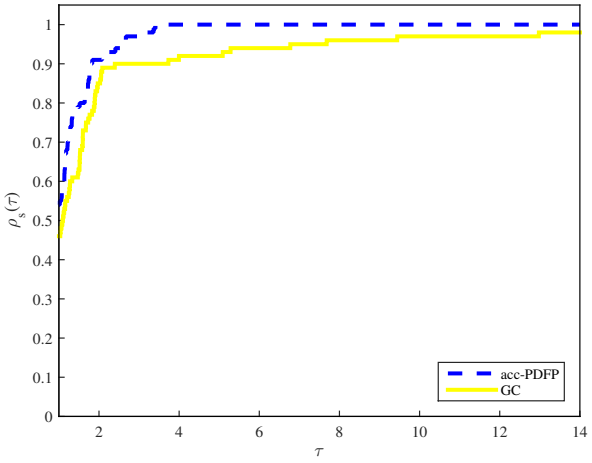


Figura 2. Gráfico de desempenho para o tempo computacional

Verificamos que o método proposto apresentou excelente desempenho numérico para problemas muito mal-condicionados. Sem qualquer técnica de pré-condicionamento, o que tornaria caro o custo computacional, o método acc-PDFP se mostrou mais eficaz e robusto do que a metodologia clássica quando aplicado a tal classe de problemas.

IV. Conclusão

Acreditamos que a nossa metodologia é promissora no campo de regularização pelo fato de fazer uma abordagem teórica relevante, utilizando principalmente informações das variáveis primais e duais e estabelecer teoricamente a convergência assintótica linear, o que diferencia a nossa abordagem dos métodos específicos para resolução do problema regularizado. Além disso, tal metodologia pode ser extendida para o campo da regressão múltipla, para base de dados mal-condicionados ou multicolineares.

Referências

[1] E. D. Dolan e J. J. Moré. Benchmarking optimization software with performance profiles. Mathematical Programming, 91:201213, 2002.

[2] M. El-Dereny e N. I. Rashwan. Solving multicollinearity problem using Ridge Regression Models. Int. J. Contemp. Math. Sciences, 6:585600, 2011.

[3] T. Hastie, R. Tibshirani e J. Friedman. The Elements of Statistical Learning Data Mining, Inference, and Prediction. Springer Series in Statistics, 2001.

[4] A. E. Hoerl e R. W. Kennard. Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems. Technometrics, 12(1):5567, 1970.

[5] N. Komodakis e J. C. Pesquet. Playing with duality: An overview of recent primaldual approaches for solving large-scale optimization problems. Relatório técnico, 2014. IEEE Signal Processing Magazine.

[6] Z. Qu, P. Richtárik e T. Zhang. Quartz: Randomized dual coordinate ascent with arbitrary sampling. In Advances in Neural Information Processing Systems 28, 865-873, 2015.

[7] R. Tibshirani. Regression shrinkage and selection via the lasso. J. R. Statist. Soc. B, 58:267288, 1994.

[8] H. D. Vinod. A survey of Ridge Regression and related techniques for improvements over ordinary least squares. The Review of Economics and Statistics, 60(1):121131, 1978.

Session MA3
Applications in Nonlinear Optimization

- *Eradication of Hepatitis C Virus*; Mondschein, Susana; Yankovic, Natalia; Matus, Omar.
- *A MINLP approach to cut-off grade optimization in open-pit mine planning*; Lamas, Patricio; Goycoolea, Marcos; Pagnoncelli, Bernardo; Piazza, Adriana.
- *A two-step hybrid investment strategy for pension funds*; Pagnoncelli, Bernardo; Cifuentes, Arturo; Denis, Gabriela; Gutierrez, Tomás; Valladão, Davi.

Eradication of Hepatitis C Virus

How much can it cost? How long can it take?

Susana Mondschein
Facultad de Ingeniería y Ciencias, UAI
Santiago, Chile
Susana.mondschein@uai.edu

Natalia Yankovic
Operations Management Department
IESE Business School
Barcelona, Spain
nyankovic@iese.edu

Omar Matus
Facultad de Ingeniería y Ciencias, UAI
Santiago, Chile
Omar.matus@uai.edu

***Abstract*— Hepatitis C Virus infection represent a major public health problem in the world.**

We present a mathematical model to optimize the detection and treatment effort allowing eliminating the Hepatitis C Virus from a given population. At every given year a budget for screening and treatment need to be decided, which will affect the evolution of the infected patients.

The objective is to have a better estimate of the economic impact and the feasibility of the eradication of the disease in a given time horizon.

I. INTRODUCTION

There currently are between 130 to 170 million people infected with hepatitis C virus (HCV) [1]. However, due to the lack of HCV screening, only a small fraction of those knows that are infected. For example, 75% of people in the United States with HCV infection are unaware of their positive HCV status [2].

The irruption in 2014 of new and highly effective new generations of drugs direct-acting antivirals (DDAs), to treat and eventually cure HCV, has imposed new challenges to an already stressed public health system. The available evidence has shown that 8 or 12 weeks treatments are effective for curing HCV infection with very mild effects in curing approximately 95% of patients, independently of their age and/or liver fibrosis stage.

These encouraging results have led to experts to start thinking of eradication of the disease as a real possibility in the near future [Chung and Baumert, 2017]. However, there are major challenges lying ahead, such as: i) the absence of effective screening programs, which leads to detections at a late stage of the disease if detected at all. ii) the high cost of DDAs will prevent their use in middle and low income countries, and even in some high income countries their use might be focused to subgroups of patients, and iii) the possibility of reinfection.

According to [3], the feasibility of disease eradication must satisfied two major criteria: scientific such as epidemiological susceptibility, effective and practical intervention availability, and demonstrated feasibility of elimination and political such a cost of intervention. With the new available treatments, HCV could be a candidate to meets these criteria.

According to [2] "the control of massive HCV pandemic will require a significant financial investment, political will, and support from medical, pharmaceutical, and civil organizations around the globe"'.

In this paper, we formulate a mathematical model whose objective function is to minimize the net present value (NPV) of the cash flows require to eradicate HCV in a given number of years, defined by the decision maker. At every year, the model decides the monetary effort assigned to the screening of patients in the risk group, trying to identify new cases of

infected people that are not aware of their condition and the treatment of diagnosed patients with the new DDAs drugs.

The evolution of the disease considers the possibility of infecting new patients for both those diagnosed and undiagnosed, and we follow the evolution of the fibrosis of identified patients.

REFERENCES

[1] Raymond T. Chung, M.D., and Thomas F. Baumert, M.D., "Curing Chronic Hepatitis C — The Arc of a Medical Triumph" New England Journal of Medicine, 370 (17), April 2014.

[2] Margaret Hellard, Joseph S. Doyle, Rachel Sacks-Davis, Alexander Thompson, Emma McBryde, "Eradication of Hepatitis C Infection: The Importance of Targeting People Who Inject Drugs" Hepathology, 2013.

[3] Yaasir Waheed, "Hepatitis C eradication: A long way to go" World Journal of Gastroenterology, November 2015.

A MINLP approach to cut-off grade optimization in open-pit mine planning

Patricio Lamas
Escuela de Negocios
Universidad Adolfo Ibañez
Santiago, Chile
Email: plamas@alumnos.uai.cl

Marcos Goycoolea
Escuela de Negocios
Universidad Adolfo Ibañez
Santiago, Chile
Email: marcos.goycoolea@uai.cl

Bernardo Pagnoncelli
Escuela de Negocios
Universidad Adolfo Ibañez
Santiago, Chile
Email: bernardo.pagnoncelli@uai.cl

Adriana Piazza
Escuela de Negocios
Universidad Adolfo Ibañez
Santiago, Chile
Email: adriana.piazzac@uai.cl

***Abstract*—Cut-off grade optimization refers to the determination of cut-off grades for each period of the open-pit mine operation, such that the Net Present Value of the project is maximized. Above the cut-off grade, the material is considered ore; otherwise, it is waste. Lane introduced an extremely simple and fast algorithm for solving the cut-off grade optimization problem, which must be regarded as a heuristic since no optimality proofs have been given in the literature. In this paper, we introduce a new mixed integer nonlinear programming formulation and a corresponding exact cutting-planes solution method for the cut-off grade optimization problem. Numerical experiments show that our algorithm can solve the problem for real-world mines in reasonable running times.**

I. Introduction

Cut-off grade is the most used criterion in the mining industry for discriminating between ore and waste. Above the cut-off grade, the material is considered ore; otherwise, it is waste. Cut-off grade optimization refers to the determination of cut-off grades for each period of the operation, such that some economical measure is maximized, typically the net present value (NPV). Lane [1] introduced an algorithm for solving the cut-off grade optimization problem that has become a fundamental part of the open-pit mine scheduling theory. Simplicity and extremely low running times are among its attributes. Nevertheless, neither theoretical optimality proofs nor empirical quality-of-solution tests have been given in the literature. In this paper, we introduce a new mixed integer nonlinear programming (MINLP) formulation and a corresponding exact cutting-planes solution method. Numerical experiments on real life instances show that our algorithm, run on a conventional laptop, solves to optimality such realistic instances in approximately one hour (on average).

II. Ore distribution model and cut-off grade optimization problem

The model of the open-pit mine in this paper is a generalization of that proposed in [1]. We assume that a mine is composed by a set of increments; an increment is a homogeneous ore-body. Furthermore, there are precedence constraints for each pair of consecutive increments such that increment i must start to be extracted only after increment $i-1$ has been completely extracted. Each increment has a grade density function that is defined as follows: Function $\mu_i : [0,\infty) \rightarrow [0,1]$ is a grade density function of increment i if $\int_0^\infty \mu_i(s)ds = 1$ and it is Lebesgue measurable. Its respective grade distribution function $F_i : [0,\infty) \rightarrow [0,1]$ corresponds to $F_i(g) := \int_g^\infty \mu_i(s)ds$. Moreover, U_i represents the total amount of material in increment i.

In order to define the cut-off grade optimization problem, we first define its set of parameters:

- T: Number of periods under consideration.
- M: Maximum amount of material that can be extracted (mined) in one period.
- C: Maximum amount of extracted material that can be send to concentrator in one period.
- R: Maximum amount of metal that can be refined in one period.
- s: Sale price per unit of refined metal.
- m: Cost per unit of extracted material.
- c: Cost per unit of extracted material sent to concentrator.
- r: Cost per unit of refined metal.
- f: Cost of operating the mine throughout one period.
- d: Discount factor to be applied each period.
- y: Maximum percentage of metal that can be recovered from ore.

Thus, the cut-off grade optimization problem is defined as follows: given a mine represented as a set of increments with its respective ore density functions, and the parameters defined above, find a cut-off grade per period such that the precedence and capacity constraints hold and the NPV of the operation is maximum.

III. Mixed integer nonlinear programming formulation

We now introduce a novel exact MINLP formulation for solving the cut-off grade optimization problem. First, we define, for each increment i, a *metal-recovery function* $H_i : [0,1] \times [0,1] \rightarrow \mathbf{R}^+$, which corresponds to the maximum amount of metal recovered from extracting x percentage of increment i, and sending p percentage of increment i to the concentrator, i.e.,

$$H_i(x,p) := yxU_i \int_{F_i^{-1}(x/p)}^{\infty} s\mu_i(s)ds$$

Function $H_i(x,p)$ is concave for all increments.

The variables of our MINLP formulation are the following. Let z_i be a binary variable that is equal to 1 if increment i has been fully extracted in time t or before; and 0, otherwise. Moreover, continuous variable $w_{i,t}$ corresponds to the percentage of period t dedicated to extracting increment i. Continuous variables $x_{i,t}$ and $p_{i,t}$ represent the percentage of increment i extracted in period t and the percentage of increment i sent to concentrator in period t, respectively. Finally, continuous variable $Qr_{i,t}$ corresponds to the amount of refined metal recovered from increment i in period t.

Therefore, our MINLP formulation is the following:

$$\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{(i,t)} \tfrac{1}{(1+d)^t}((s-r)Qr_{i,t} - cU_ip_{i,t} - mU_ix_{i,t} \\
& -f\sum_j w_{j,t}) \\
\text{s.t.} \quad & \\
& U_ix_{i,t} \le w_{i,t}M && \forall i, \forall t \\
& U_ip_{i,t} \le w_{i,t}C && \forall i, \forall t \\
& Qr_{i,t} \le w_{i,t}R && \forall i, \forall t \\
& Qr_{i,t} \le H_i(p_{i,t}, x_{i,t}) && \forall i, \forall t \\
& z_{i,t} \le \sum_{l=1}^{t} x_{i,l} \le z_{i-1,t} && \forall i, \forall t \\
& 0 \le p_{i,t} \le x_{i,t} && \forall i, \forall t \\
& z_{i,t} \le z_{i,t+1} && \forall i, \forall t \\
& 0 \le w_{i,t} \le 1 && \forall i, \forall t \\
& z_{i,t} \in \{0,1\} && \forall i, \forall t
\end{aligned}$$

Notice that the optimal cut-off grades $g^*_{i,t}$ can be trivially obtained by $g^*_{i,t} := F_i^{-1}(p^*_{i,t}/x^*_{i,t})$.

IV. Cutting-planes method

Since the *metal-recovery function* H_i is concave, the linear relaxation of our MINLP formulation corresponds to a convex optimization problem. Then, we can solve this relaxed problem by progressively approximating function H_i with cutting planes. Thus, our approach consists of solving, with a branch-and-bound algorithm, the (linear) MIP problem obtained after relaxing constraints $Qr_{i,t} \le H_i(p_{i,t}, x_{i,t}) \forall i, \forall t$ and checking whether these constraints are satisfied by the incumbent solutions. Each time an incumbent solution does not satisfy the relaxed constraints, we add cutting planes that improve the approximation of functions H_i.

More concretely, our algorithm works as follows. Let $(Qr^*, w^*, z^*, x^*, p^*)$ denotes an incumbent solution. We first check whether constraints $Qr^*_{i,t} \le H_i(p^*_{i,t}, x^*_{i,t}) \forall i, \forall t$ hold; if yes, $(Qr^*, w^*, z^*, x^*, p^*)$ is the optimal solution of the problem, and therefore the algorithm stops. If no, we find all increments i' and periods t' for which the constraints do not hold, and then we add the following cutting planes:

$$Qr_{i',t'} \le \nabla H_{i'}(p^*_{i',t'}, x^*_{i',t'}) \cdot (p_{i',t'} - p^*_{i',t'}, x_{i',t'} - x^*_{i',t'}) \forall i', \forall t'$$

The previous steps are repeated until an optimal solution is found.

TABLE I
Optimal values

Mine	NPV	Time(s)
Ranokau	5.287E+09	400.7
MarvinML	7.481E+08	315.3
Chaiten	2.060E+08	9087.9
KD	3.029E+08	26.9
McLaughlin	1.072E+09	16659.7
Palomo	8.835E+09	329.7

V. Numerical results and discussion

We implemented our exact cutting-planes method using the GUROBI solver and its Python interface. It was tested on a set of six real world instances, with number of increments ranging from 53 to 273. They were solved to optimality when run on a PC with a CPU Intel Core i3-5005U at 2.0 GHz and a memory of 6 GB RAM. The optimal values (NPV) and running times are presented in Table I.

The times required for solving realistic size instances are reasonable; in average, it took around an hour in solving the instances, and, in the worst case, it took less than five hours in solving the hardest instance. Therefore, this approach is practical in a real-life setting.

Up to our knowledge, this is the first exact algorithm for solving the cut-off optimization problem presented in the literature. Moreover, the optimal values returned by our procedure match those returned by Lane's algorithm [1]. Thus, we have validated Lane's algorithm on real-world instances.

Future work includes extensions of the model to more than one metal, and the inclusion of ore and price uncertainty in the model.

References

[1] K.F. Lane, *Choosing the optimum cut-off grade*, Quarterly of the Colorado School of Mines, 59, 4, 811-829, 1964.

A two-step hybrid investment strategy for pension funds

1st Bernardo K. Pagnoncelli
Escuela de Negocios
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
bernardo.pagnoncelli@uai.cl

2nd Arturo Cifuentes
CLAPES-UC
Columbia Business School, Finance Division
Santiago, Chile and New York, United States
aocusa@gmail.com

3rd Gabriela Denis
Department of Economics
UCLA
Los Angeles, United States
gaby.denis@gmail.com

4th Tomás Gutierrez
Departamento de Engenharia Industrial
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil
tomas_gutierrez1@hotmail.com

5th Davi Valladão
Departamento de Engenharia Industrial
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brazil
davimv@puc-rio.br

***Abstract*—We propose a two-step hybrid investment strategy suitable for pension funds. Our method consists of an active component (an optimization-based approach to decide the asset allocation), followed by a passive strategy (an index-based approach). We test our strategy with data from the Chilean pension system using two different risk metrics and we show that our approach, in three out of five cases, yields results that are better than those generated by the Chilean fund administrators. In the two cases where our approach underperformed we show that it was the result of excessively tight constraints set up by the regulator. We propose a different way of defining risk profiles that do not use portfolio constraints, and discuss its advantages.**

***Index Terms*—Pension funds; Passive strategies; risk measures**

I. Introduction

Pension funds are important factors in the global capital markets. For example, in the U.S., occupational pension funds (that is, funds sponsored by employers) manage assets equivalent to approximately 80% of the country's GDP [1]. A study focused on sixteen major markets including the U.S., U.K., Japan and Canada, estimated that pension funds at the end of 2015 managed on average assets equal to 85% of their respective countries GDP [5]. The same study indicated that such funds controlled approximately US$ 36 trillion. By way of comparison, the market capitalization of all U.S. listed companies is close to US$ 20 trillion [6]. Therefore, it is clear that in absolute and relative terms pension funds play a very influential role in the markets in which they operate.

Consequently, considering the challenges that pension funds face, coupled with their sizes compared to their respective economies, it is apparent that studying the investment strategies of pension funds is a problem of financial and political significance. With that as background, our aim is to present an easy-to-implement investment strategy suitable for pension funds (or funds with mid- to long-term horizons). The strategy is based on a two-step process. Step 1 (active) consists of selecting the appropriate asset allocation proportions; and step 2 (passive) is based on following an index within each asset class. Rebalancing (changing the asset allocation percentages) is done once a year, and we adopt a data-driven methodology, that is, we work directly with historical data without making any assumptions regarding the distribution that originated the observations.

Pagnoncelli and Cifuentes thank Fondecyt project 1170178 for the financial support.

II. Our method

Our strategy, whose target is pension funds and/or mid- to long-term investment vehicles, is based on two simple ideas. First, asset allocation matters, and to this end we employ an active approach based on Markowitz framework (with minor modifications) to select the asset allocation percentages. And second, recognizing the futility of beating the market within a given sector (or asset class), we rely on a passive strategy for each asset class, which is achieved by tracking indices.

Note that several authors who have studied active management strategies in portfolio selection have highlighted the importance of optimization as a tool for constructing passive portfolios, [4], [2]. They have also concluded that optimal allocation would include a substantial amount of index tracking.

Thus, our approach is a hybrid (active/passive) combination in which Step 1 (decision on asset allocation percentages) is followed by Step 2 (passive approach within each sector). Step 1 is done using market information (returns, correlations, etc.) from the previous three years, and rebalancing (recalibration of the asset allocation percentages) is carried out once a year.

More formally, the strategy can be described as follows: Suppose we have N asset classes, and within each sector we have identified a representative index. We also assume that we have monthly data on the random vector or returns r of such indices, and we denote as $\bar{r}_i, i = 1, \ldots, N$, the corresponding average return estimates. The weights $\alpha_i, i = 1, \ldots, N$,

represent the fraction of the portfolio allocated to each asset class; they must add to one. Finally, $R = \alpha_i \bar{r}_i + \ldots + \alpha_N \bar{r}_N$ denotes the expected (future) portfolio return based on historic data (in the past three years in this paper). A first version of the approach can be stated as:

$$\max R = \alpha_1 \bar{r}_1 + \ldots + \alpha_N \bar{r}_N$$

subject to

(i) all α_i must be positive;
(ii) asset allocation constraints on the weights imposed by the regulator (e.g. no more than 30% in foreign stocks; at least 20% in domestic investments); plus
(iii) Variance$(\alpha^T r) \leq V^*$,

where V* is a risk tolerance parameter. Variance $(\alpha^T r)$ is estimated at each step of the optimization process based on the variance-covariance matrix of returns computed from the previous months data (last three years) and the current α, that is, Variance$(\alpha^T r) = \alpha^T C \alpha$ where C is the variance-covariance matrix.

III. Numerical results

In Chile the fund administrators (AFP for their acronym in Spanish) manage five different funds, denoted A, B, C, D and E. The purpose of those five funds is to represent different risk profiles, from the riskiest A through the safest E. The value of V^* in the Variance$(\alpha^T r) \leq V^*$ constraint is calculated based on the actual variance of returns exhibited by the each of the five funds during the previous three years. Table I displays the results using our methodology (Index), versus the AFP performance.

TABLE I
Comparison of performance metrics for the two portfolios.

Fund	Type	Cum. return	Avg. Yearly return (%)	Std dev. return (%)	Sharpe Ratio	*
A	AFP	0.41	6.42	21.49	0.30	141.07
	Index	0.45	5.42	15.73	0.34	144.71
B	AFP	0.45	5.66	16.47	0.34	145.30
	Index	0.51	5.54	12.92	0.43	151.08
C	AFP	0.53	5.43	11.03	0.49	152.62
	Index	0.52	5.19	9.45	0.55	151.67
D	AFP	0.51	4.92	6.75	0.73	151.13
	Index	0.44	4.37	6.70	0.65	144.01
E	AFP	0.51	4.72	2.86	1.65	150.95
	Index	0.45	4.34	5.05	0.86	145.01

Column (*) it refers to the amount one would have had, at the end of December 2014, if one had invested 100 Chilean pesos at the beginning of January 2006 (expressed in Chilean pesos of 2006). In the case of the three riskiest funds (A, B and C) our strategy resulted in better Sharpe's ratios. In terms of absolute returns, our strategy also produced favorable results (better for funds A and B, and essentially identical for fund C). Somehow consistent with the fact that the index-based portfolios exhibited lower volatility than the corresponding AFP funds (as reflected by the lower coefficient of variation), is the fact that in the years in which the AFP funds showed extreme negative returns, the index-based portfolios experienced fewer negative returns. For instance, in 2008 the A fund (AFP) exhibited a -40.27% return while the index-based portfolio only exhibited a -25.49% return. Likewise, in 2011 the respective figures were -11.11% (AFP) versus -3.91% (Index). A similar situation is observed in relation to funds B and C.

Going back to Table I, in the case of fund D the AFP fund showed a marginally better performance, while in the case of fund E, the AFP fund was definitively better. After investigating the solutions for those cases we noted high values of the Lagrange multipliers associated with some regulatory constraints, implying that a minor variation in the investment limit could translate into a significant improvement in terms of the portfolio returns. Therefore, the limitation imposed by the regulator in those funds forbade us to take position that could have generated higher returns. We will discuss in the next section an alternative way of creating different risk profiles that does not rely on adding portfolio constraints.

IV. Direct risk control

The Chilean system, like many others in the the world, controls risk by defining portfolio constraints. The idea is that the constraints serve as a proxy for risk, that is, by controlling the percentage of investment in each class one can indirectly control risk. For example by limiting the investment on emerging markets, or by enforcing that a high percentage of the portfolio has to invested in bonds, one can create a low risk fund that is suitable for pensioners close to retirement, or more risk averse investors.

There are several problems with this approach. First, it is very hard to define the limits for each constraint, and errors can be costly. By limiting the universe of investment possibilities returns can be damaged. Moreover, If a constraint is too tight, it will probably be active in the optimal solution, and the corresponding shadow price indicates how much could have been gained. In our experiments, for funds D and E the opportunity cost could be as high as 1% per year.

A natural question to consider is how to create different risk returns profiles without using portfolio constraints. Since the goal is to control risk, we propose a model where a risk constraint is added, and different constants on the right hand side are responsible for generating different risk profiles. Using the Conditional Value-at-Risk (CVaR) at the β level 90% as our risk measure [3], the formulation can be written as follows:

$$\begin{aligned} &\max \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \bar{r}_i \\ &\text{subject to} \\ &\text{CVaR}_\beta(\alpha^T r) \leq K, \\ &\sum_{i=1}^{N} \alpha_i = 1, \\ &\alpha_i \geq 0, \ \forall i = 1, \ldots, N. \end{aligned} \tag{1}$$

In Figure 1 we show the cumulative 9-year return obtained by each of the funds, and the returns that would have been

TABLE II
THE INTERSECTING VALUES OF K FOR EACH OF THE FUNDS, AND A PROPOSED SET OF VALUES TO CONTROL VOLATILITY.

Fund	9-year returns	Intersecting K	Proposed K
A	0.4109	0.0195	6%
B	0.4529	0.0275	5%
C	0.5258	0.0415	4%
D	0.5119	0.0385	3%
E	0.5091	0.0380	2%

obtained by using model (1) for several values of K. Interestingly, the curve intersects all horizontal lines, which means that the same returns could have been obtained by investing in indexes, and using only a CVaR constraint to characterize each of the funds.

Fig. 1. Cumulative returns for the AFP and the CVaR-constrained model

On Table II we show the intersecting values of K for each of the funds together with a proposal for the those values in problem (1). They could be used in practice by the regulator to define each of the funds, which would generate different risk profiles by construction. We note that the 9 year results for the returns of the funds do not show the ordering one would expect from the funds. We believe this a simpler and more effective way of controlling volatility than the one current in place, based solely on portfolio constraints, and we are currently running out-of-sample experiments to evaluate the performance of our proposal using real data.

REFERENCES

[1] OECD. Funded pensions indicators: Occupational pension funds assets as a % of gdp. http://stats.oecd.org/viewhtml.aspx?QueryName=594&QueryType=View, 2015.

[2] Kyong Joo Oh, Tae Yoon Kim, and Sungky Min. Using genetic algorithm to support portfolio optimization for index fund management. *Expert Systems with Applications*, 28(2):371–379, 2005.

[3] R Tyrrell Rockafellar and Stanislav Uryasev. Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2:21–42, 2000.

[4] Eric H Sorensen, Keith L Miller, and Vele Samak. Allocating between active and passive management. *Financial Analysts Journal*, 54(5):18–31, 1998.

[5] Towers Watson. Global pension assets study 2015, 2015.

[6] World Bank. United states: Market capitalization of listed companies (current us$). https://www.quandl.com/data/WORLDBANK/USA_CM_MKT_LCAP_CD-United-States-Market-capitalization-of-listed-companies-current-US, 2014.

Session MA4
Transportation and Localization using Integer Optimization

- *Problemas de localización de p hubs con asignación múltiple y costos definidos por umbrales de flujo*; Guzmán González, Constanza; Lüer-Villagra, Armin.
- *Estudio de las soluciones de un problema de localización de p hubs con asignación única y congestión en arcos*; Lee Hernández, Camila; Lüer-Villagra, Armin.
- *Estudio de las soluciones de un problema de localización de p hubs con asignación única y costos definidos por umbrales*; Silva Chang, Gabriela; Lüer-Villagra, Armin.

Problemas de localización de p hubs con asignación múltiple y costos definidos por umbrales de flujo

1st Constanza Guzmán González
Estudiante MScLGO
Universidad Andrés Bello
Santiago, Chile
conguzmang@gmail.com

2nd Armin Lüer-Villagra
Departamento de Ciencias de la Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Santiago, Chile
armin.luer@unab.cl

***Resumen*—Una forma de organizar una red de transporte con múltiples orígenes y destinos consiste en utilizar instalaciones de consolidación, enrutamiento y clasificación denominadas hubs. Los arcos que comunican nodos con hubs se denominan spokes. La topología de red resultante se denomina hub-and-spoke.**

El diseño de redes hub-and-spoke ha sido estudiado en la literatura usando modelos de localización de hubs, donde existe un constante interés por la representación de economías de escala.

Uno de los enfoques activos actualmente es el uso de funciones lineales por tramos. No existe en la literatura un modelo que ocupe una estructura de costos general, sin asumir concavidad, convexidad o continuidad.

Este trabajo trata un grupo de problemas de localización de p hubs en una red, con asignación múltiple de nodos a hubs, y costos definidos por umbrales. Se cuenta con formulaciones para los casos en que la ruta desde el origen al destino está acotada a tres arcos, y cuando no existe dicha cota.

Se explora el impacto de agregar restricciones adicionales como: i. acotar la cantidad de hubs a los que puede conectarse un nodo; ii. considerar la autonomía de los vehículos utilizados; iii. umbrales mínimos para usar un spoke.

Los resultados preliminares muestran que los modelos representan adecuadamente la existencia de (des)economías de escala. El trabajo futuro consiste en experimentos computacionales adicionales, y mejoramiento del desempeño computacional de los modelos.

***Index Terms*—localización, localización de hubs, asignación múltiple, costos definidos por umbrales**

I. Introducción

La Localización de Hubs es un área consolidada dentro de la Localización de Instalaciones. Los modelos de localización de hubs son usados al diseñar redes hub-and-spoke en la indústria postal, de transporte aéreo de pasajeros, telecomunicaciones y el envío de carga en menos que un camión (LTL).

La localización de hubs comienza con los artículos de O'Kelly y Campbell [1]–[4], donde se formulan los modelos fundamentales de localización de hubs. Desde entonces, el interés en los modelos de localización de hubs se ha mantenido y aumentado, como muestran las frecuentes revisiones de literatura [5]–[8] .

De acuerdo a [6], los problemas de localización de hubs se clasifican comúnmente en aquellos con asignación única, donde cada nodo está conectado a un único hub localizado, como pasa comúnmente en la industria courier; mientras que en los problemas con asignación múltiple cada nodo está conectado al menos a un hub, como en la industria aérea de transporte de pasajeros.

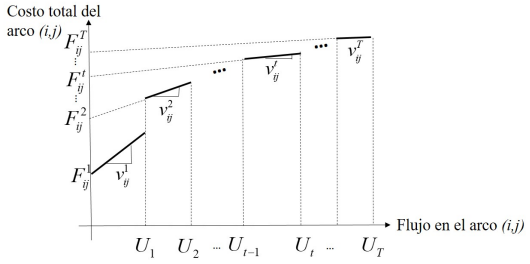


Figura 1. Ejemplo de función de costos para el arco $(i, j) \in A$ con pendientes decrecientes, para el problema propuesto.

II. El problema

Sea $G(N, A)$ un grafo, donde N es el conjunto de nodos y A el conjunto de arcos. Para cada par de nodos $o, d \in N$ existe una demanda de transporte determinística y conocida, denotada w_{od}. Para cada arco $(i, j) \in A$ existe una función lineal por tramos que representa su costo total. Dichas funciones tienen T tramos, donde el tramo $t \in \{1, \ldots, T\}$ está caracterizado por: i. su pendiente v_{ij}^t, ii. su intercepto F_{ij}^t, y iii. su cota superior de flujo U_t.

Notar que no se asume concavidad, convexidad o continuidad de las curvas de costos, pudiendo representar costos económicos, congestión, tiempos totales de traslado, etc. Esto se muestra en las Figuras 1 y 2.

El problema consiste en encontrar la red hub-and-spoke de asignación múltiple compuesta por p hubs que minimice el costo total de transporte en la red.

III. El modelo base

El modelo para este problema de asignación múltiple se basa en el trabajo de [9] para el caso de asignación única. Las variables de decisión son,

- f_{ij}^t, es el flujo total en el arco $(i, j) \in A$ que circula en el t-ésimo intervalo de flujo.
- I_{ij}^t es 1 si el flujo total en el arco $(i, j) \in A$ circula en el t-ésimo intervalo de flujo, y 0 en otro caso.

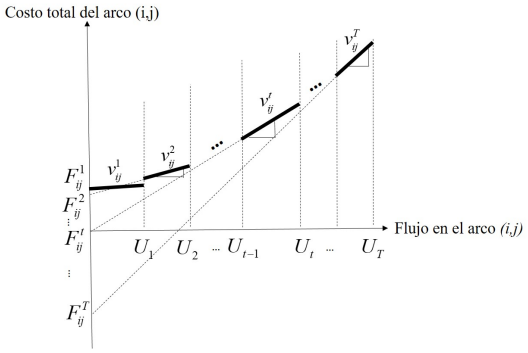


Figura 2. Ejemplo de función de costos para el arco $(i,j) \in A$ con pendientes crecientes, para el problema propuesto.

Donde la función objetivo es,

$$\min \sum_{(i,j)\in A} \sum_{t=1}^{T} \left(F_{ij}^t I_{ij}^t + v_{ij}^t f_{ij}^t\right) \quad (1)$$

Y las restricciones que permiten seleccionar a lo más un intervalo de flujo (factible) en cada arco de la red resultan ser,

$$U_{t-1} I_{ij}^t \leq f_{ij}^t \leq U_t I_{ij}^t, \ \forall (i,j) \in A, \ t \in \{1,\ldots,T\} \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^{T} V_{ij}^t \leq 1, \ \forall (i,j) \in A \quad (3)$$

Además de las variables y restricciones que aseguren la conservación de flujo, la estructura de la topología hub-and-spoke y el dominio de las variables de decisión.

Cuando la ruta OD puede contener a lo más tres arcos, la formulación es una extensión de la presentada por [10]. Cuando las rutas son irrestrictas, se extiende el modelo propuesto por [11]. En ambos casos se requiere incorporar variables y restricciones adicionales.

IV. Extensiones realizadas

La estructura de las formulaciones permite incorporar fácilmente consideraciones como:

- Cotas superiores para la cantidad de hubs a los que puede conectarse un nodo. Esto corresponde al r-allocation p-hub location problem, considerando una estructura de costos. Lo interesante de estas cotas es que si $r = 1$, el modelo resultante es de asignación única, mientras que si $r = p$ es de asignación múltiple.
- La autonomía de los vehículos utilizados en la red. Es una condición que permite evaluar la conveniencia de utilizar distintas tecnologías de transporte en la red. Por ejemplo, aviones de poca capacidad y gran autonomía. Esto permite además evitar soluciones donde pequeños volúmenes de flujo son trasladados en forma casi directa de un extremo de la red a otro. Algo que resulta infactible técnica y económicamente en la práctica.

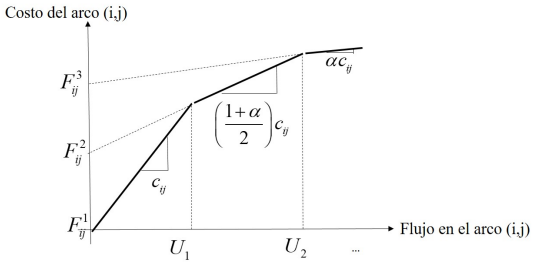


Figura 3. Estructura de costos con tres umbrales, donde existen economías de escala, para el arco $(i,j) \in A$

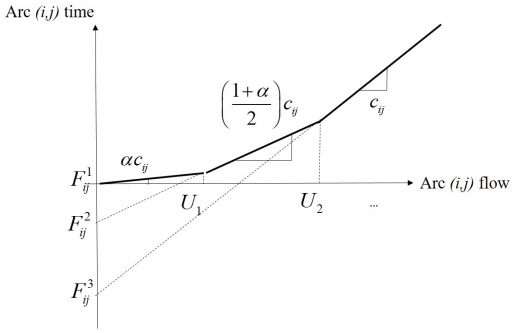


Figura 4. Estructura de costos con tres umbrales, donde existen economías de escala, para el arco $(i,j) \in A$

- Umbrales mínimos de flujo para usar un spoke. Lo que favorece la consolidación de los flujos en la red, particularmente en los arcos inter-hub.

V. Experimentos computacionales a realizar

El conjunto de datos CAB25 será usado como caso base. Su uso es convencional en la literatura. Consta de la información de tráfico aéreo y costos unitarios de transporte entre las 25 ciudades más importantes de Estados Unidos, antes de la desrregulación de dicho mercado.

Para analizar las soluciones se utilizan indicadores agregados de desempeño, tales como el costo unitario promedio de la red, las fracciones de flujo en los distintos tipos de arcos y niveles de tráfico, largos promedios de las rutas OD, etc.

Las pruebas computacionales se basan inicialmente en dos estructuras de costos propuestas. La primera, mostrada en la Figura 3, presenta una curva de costos de pendientes decrecientes y continua, que se sabe representa economías de escala. La segunda, mostrada en la Figura 4 con pendientes crecientes, permite modelar los costos de congestión.

VI. Conclusiones y trabajo futuro

Se cuenta con dos formulaciones para el problema de localización de p hubs con asignación múltiple y costos definidos por tramos. En la primera, toda ruta OD contiene a lo más tres arcos (dos paradas). En la segunda, no existe tal cota.

Además, se han extendido las formulaciones para considerar: i. cotas superiores a la cantidad de hubs a los que puede

conectarse un nodo, ii. la autonomía de los vehículos utilizados en la red; y iii. umbrales mínimos para habilitar un spoke.

Como trabajo futuro se encuentra el mejoramiento de la formulación para resolver instancias de mayor tamaño y realizar experiencias computacionales adicionales, donde se comparen distintos modelos en términos de las soluciones sugeridas.

REFERENCIAS

[1] M. E. O'Kelly, "The Location of Interacting Hub Facilities," *Transportation Science*, vol. 20, no. 2, pp. 92–106, 1986. [Online]. Available: http://transci.journal.informs.org/content/20/2/92

[2] ——, "A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities," *European Journal of Operational Research*, vol. 32, no. 3, pp. 393–404, 1987.

[3] J. F. Campbell, "Location and allocation for distribution systems with transshipments and transportion economies of scale," *Annals of Operations Research*, vol. 40, no. 1, pp. 77–99, dec 1992. [Online]. Available: http://link.springer.com/10.1007/BF02060471

[4] ——, "Integer programming formulations of discrete hub location problems," *European Journal Of Operational Research*, vol. 72, pp. 387–405, 1994.

[5] S. Alumur and B. Y. Kara, "Network hub location problems: The state of the art," *European Journal of Operational Research*, vol. 190, no. 1, pp. 1–21, oct 2008. [Online]. Available: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221707005577

[6] J. F. Campbell and M. E. O'Kelly, "Twenty-Five Years of Hub Location Research," *Transportation Science*, vol. 46, no. 2, pp. 153–169, may 2012. [Online]. Available: http://transci.journal.informs.org/cgi/doi/10.1287/trsc.1120.0410

[7] R. Zanjirani, M. Hekmatfar, A. Boloori, E. Nikbakhsh, R. Z. Farahani, M. Hekmatfar, A. B. Aravani, and E. Nikbakhsh, "Hub location problems : A review of models , classification , solution techniques , and applications," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 64, no. 4, pp. 1096–1109, 2013.

[8] I. Contreras, "Hub location problems," in *Location Science*, G. Laporte, S. Nickel, and F. Saldanha da Gama, Eds. Springer, 2015, ch. 12, pp. 311–344.

[9] A. Lüer-Villagra, H. A. Eiselt, and V. Marianov, "Threshold-based cost structures in hub location problems," in *XXIII EURO Working Group on Locational Analysis*, Málaga, Spain, 2016.

[10] D. Bryan, "Extensions to the Hub Location Problem: Formulations and Numerical Examples," *Geographical Analysis*, vol. 30, no. 4, pp. 315–330, 1998.

[11] A. T. Ernst and M. Krishnamoorthy, "Exact and heuristic algorithms for the uncapacitated multiple allocation p-hub median problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 104, pp. 100–112, 1998.

Estudio de las soluciones de un problema de localización de p hubs con asignación única y congestión en arcos

1st Camila Lee Hernández
Ingeniería Civil Industrial
Universidad Andrés Bello
Santiago, Chile
cisa.leehernandez@gmail.com

2nd Armin Lüer-Villagra
Departamento de Ciencias de la Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Santiago, Chile
armin.luer@unab.cl

***Resumen*—Los problemas de localización de hubs buscan diseñar una red centrada en un tipo de instalación de consolidación, ordenamiento y clasificación, denominada hub. La red resultante tiene topología hub-and-spoke, que es usada ampliamente en transporte y en telecomunicaciones. La mayoría de la literatura ha tratado las economías de escala en este tipo de redes, centrándose en los costos operativos. Este artículo analiza las soluciones de un problema de localización de p hubs en una red con asignación única y congestión en los arcos. Se busca balancear carga, descongestionar la red y se preocupa del bienestar de los usuarios del sistema.**

***Index Terms*—localización, localización de hubs, congestión en arcos**

I. Introducción

Dentro de la localización de instalaciones, existe un área de permanente interés. Denominada localización de hubs, busca determinar las ubicaciones de un conjunto de instalaciones especiales denominadas hubs.

Las redes resultantes, denominadas hub-and-spoke, son ampliamente utilizadas en las industrias del transporte de pasajeros, paquetería, envío de carga de menos que un camión (LTL), entre otros.

Las redes hub-and-spoke nacen como una forma de transportar personas, paquetes o carga desde múltiples orígenes hacia múltiples destinos. Para ello, los hubs son utilizados como puntos de consolidación, clasificación y empaquetamiento de flujo.

La Figura 1 muestra la ruta que usualmente sigue el flujo en una red hub-and-spoke. Los círculos grises son nodos normales y los triángulos rojos son hubs. El flujo comienza en el nodo origen y se traslada hacia un primer hub (recolección). Luego se mueve entre hubs (transferencia). Finalmente llega a su destino (distribución).

El diseño de redes hub-and-spoke ha sido abordado ampliamente mediante modelos de localización de hubs. Estos son usualmente clasificados en modelos de asignación única o múltiple. En la Figura 2 se muestran ambos casos. Por ejemplo, en la industria de paquetería y correo postal, cada oficina (nodo) despacha y recibe tráfico desde un único centro clasificador (hub), ver la Figura 2a. Por otra parte, en la

Figura 1. Ruta típica del flujo transportado en una red hub-and-spoke.

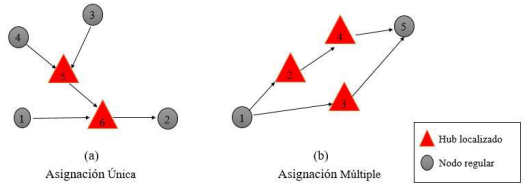


Figura 2. Tipos de asignación en modelos de localización de hubs.

industria aérea de transporte de pasajeros, cada aeropuerto donde opera una aerolínea (nodo) tiene vuelos directos a uno o más aeropuertos de combinación hubs. Esto corresponde a asignación múltiple, como se muestra en la Figura 2b. El modelo que analizaremos es de asignación única.

Los primeros modelos de localización de hubs de la literatura [1]–[3], comúnmente llamados modelos fundamentales, suponen que: i. deben localizarse una cantidad fija de hubs (p), ii. los flujos entre hubs son descontados por un factor constante, iii. la red inter-hub es completa.

Tras los modelos fundamentales, se han realizado frecuentes revisiones de literatura, indicando el constante interés por los modelos de localización de hubs [4]–[7].

Una de las líneas de trabajo actuales es la correcta modelación de los costos en las redes hub-and-spoke. Este es un aspecto central, dado que el aprovechamiento de la estructura de costos existentes es su motivo de existencia [8].

En general, las redes hub-and-spoke permiten explotar las denominadas *economías de escala*, que se definen como el aumento menos que proporcional en el costo total al existir un aumento en la demanda transportada [9].

Esto no ocurre con los modelos fundamentales, dados

sus supuestos. Los enfoques actuales son el modelamiento considerando: i. funciones lineales por tramos [10], [11], ii. los vehículos utilizados [8], iii. los arcos inter-hub como el recurso escaso [12], [13], y iv. costos definidos por umbrales [14]–[16]. El presente trabajo considera funciones definidas por umbrales.

Por otra parte, la mayoría de la literatura especializada se ha centrado en la minimización de costos. Existe poca literatura sobre la inclusión de los tiempos de transporte en los modelos de localización de hubs.

Al respecto, basándose de que en los sistemas hub-and-spoke de carga, ésta pasa gran parte del tiempo en los hubs, [17] formulan el *latest arrival hub location problem*, que minimiza el máximo tiempo de traslado en la red resultante (criterio mini-max). Luego [18] formulan el *latest arrival hub covering problem* que no requiere la atención de todos los pares OD, aplicándolo a un caso de estudio de entrega de carga en Turquía. Dentro de esta línea de trabajo, finalmente [19] proponen *latest arrival hub center* considerando varias escalas. En una línea de trabajo paralela [20] plantean un modelo bi-criterio, donde tanto costos como tiempos son minimizados. El análisis de este cuerpo de literatura revela que no se ha estudiado acabadamente el efecto de la congestión (y por lo tanto los tiempos de viaje) en los arcos de las redes hub-and-spoke.

La contribución del presente trabajo es el análisis detallado de las soluciones obtenidas al resolver el modelo [15], al considerar el efecto de la congestión de los arcos de la red hub-and-spoke, mediante indicadores agregados de desempeño.

II. El problema

Sea un grafo $G(N, A)$ un grafo, donde N es el conjunto de nodos y A el conjunto de arcos. Para cada par de nodos $o, d \in N$ existe una demanda de transporte determinística y conocida, denotada w_{od}. Para cada arco $(i, j) \in A$ existe una función lineal por tramos que representa el tiempo (o costo de congestión) totales. Dichas funciones tienen T tramos, donde el tramo $t \in \{1, \ldots, T\}$ está caracterizado por: i. su pendiente v_{ij}^t, ii. su intercepto F_{ij}^t, y iii. su cota superior de flujo U_t, como lo muestra la Figura 3.

El problema consiste en encontrar la red hub-and-spoke de asignación única compuesta por p hubs, que minimice los tiempos totales de traslado en la red.

III. El modelo

La definición de variables como sigue,

- Z_{ik}: 1, si el nodo $i \in N$ se asigna al hub localizado en el nodo $k \in N$; 0, en otro caso.
- Y_{kl}^i: flujo entre los hubs $k, l \in N$, proveniente del nodo $i \in N$.
- f_{ij}^t: flujo total del arco $(i, j) \in A$ que se encuentra en el t-ésimo tramo de flujo, $t \in \{1, \ldots, T\}$
- I_{ij}^t: 1, si el arco $(i, j) \in A$ que se encuentra en el t-ésimo tramo de flujo; 0, en otro caso.

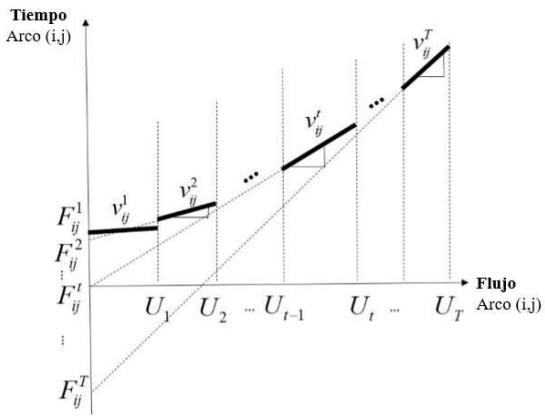


Figura 3. Función de tiempos (o costos de congestión) para el arco $(i, j) \in A$ en el problema propuesto.

Donde la función objetivo es,

$$\min \sum_{(i,j)\in A} \sum_{t=1}^{T} \left(F_{ij}^t I_{ij}^t + v_{ij}^t f_{ij}^t\right) \tag{1}$$

Donde existen restricciones que controlan la adecuada representación de la función de tiempos.

$$U_{t-1} I_{ij}^t \leq f_{ij}^t \leq U_t I_{ij}^t, \ \forall (i, j) \in A, t \in \{1, \ldots, T\} \tag{2}$$

$$\sum_{t=1}^{T} I_{ij}^t \leq 1, \ \forall (i, j) \in A \tag{3}$$

Y grupos adicionales de restricciones que aseguran la existencia de una red hub-and-spoke con asignación única; la ubicación de p hubs; el cálculo del flujo en cada arco; y el dominio de las variables de decisión.

IV. Experimentos computacionales

Para los experimentos se utilizó el lenguaje AMPL con el optimizador CPLEX 12.7, limitado a usar hasta 4 núcleos de cómputo simultáneos, en un servidor con 2 procesadores Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2630 v4 2.20GHz, con 10 núcleos cada uno y 128GB de RAM en total.

Se utiliza el conjunto de datos CAB25, convencional en la literatura, correspondiente a la información de tráfico aéreo entre las 25 ciudades más importantes de Estados Unidos, antes de la desrregulación del transporte aéreo.

Los indicadores de desempeño calculados son: i. longitud promedio de un tramo, AvgLegLen; ii. longitud promedio de una ruta, AvgRouteLen; iii. número promedio de tramos en una ruta OD, AvgLegNum; iv. fracción del flujo que viaja en arcos de cada uno de los tramos de flujo, FracDiscFlow_t; v. tiempo unitario promedio de la red, AvgUnitTime; vi. distancia mínima interhub, MinDistInterhub; vii. distancia máxima interhub, MaxDistInterhub; viii. distancia promedio interhub, AvgDistInterhub; ix. cociente de flujo entre el arco

menos y más cargado, QuotArc; x. flujo promedio en un arco, AvgFlowArc; y xi. cociente de tiempo total invertido en el arco menos y más cargado.

Se sensibilizan: i. la cantidad de hubs a localizar, p; ii. el aumento porcentual en la demanda, ν; iii. umbrales de flujo, U_t; iv. factores de impacto de la congestión.

V. Resultados obtenidos

Se observa que al aumentar,

- La cantidad de hubs a localizar (p), disminuye AvgRouteLen (rutas más cortas), aumenta FDF_1 (más flujo viaja por arcos descongestionados), y tanto QuotArc (balance de carga) y AvgDistInterhub (distancia entre hubs) revelan la existencia puntos a partir de los cuales el beneficio de un hub adicional no justifica su instalación.
- La demanda mediante el factor ν, se observa un aumento de AvgUnitTime, indicando el progresivo congestionamiento de la red, así como la disminución de la capacidad de balancear carga medida que la demanda de transporte aumenta.
- El valor de los umbrales o cotas superiores de flujo de los tramos, se observa insensibilidad de las localizaciones de hubs en parte de los valores probados.
- El impacto de la congestión, AvgLegLen y AvgRouteLen aumentan, dado que conviene utilizar rutas más largas (y con más paradas) pero más rápidas, dado que no están (tan) congestionadas.

VI. Conclusiones y trabajo futuro

En este trabajo se observa el efecto de distintos parámetros en las soluciones del *single allocation p-hub median problem with flow threshold-based discounts*.

Al considerar tiempos o costos de congestión, el modelo tiende a balancear carga entre los hubs existentes, y existen deseconomías de escala. Además las soluciones obtenidas son estructuralmente distintas a aquellas donde se considera la minimización de costos y economías de escala.

Se observa además la relevancia de considerar esta nueva función objetivo, que considera la percepción de los usuarios del sistema.

El trabajo futuro incluye el mejoramiento de la formulación, así como la comparación con el modelo fundamental respectivo.

Referencias

[1] M. E. O'Kelly, "The Location of Interacting Hub Facilities," *Transportation Science*, vol. 20, no. 2, pp. 92–106, 1986. [Online]. Available: http://transci.journal.informs.org/content/20/2/92

[2] ——, "A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities," *European Journal of Operational Research*, vol. 32, no. 3, pp. 393–404, 1987.

[3] J. F. Campbell, "Location and allocation for distribution systems with transshipments and transportion economies of scale," *Annals of Operations Research*, vol. 40, no. 1, pp. 77–99, dec 1992. [Online]. Available: http://link.springer.com/10.1007/BF02060471

[4] S. Alumur and B. Y. Kara, "Network hub location problems: The state of the art," *European Journal of Operational Research*, vol. 190, no. 1, pp. 1–21, oct 2008. [Online]. Available: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221707005577

[5] J. F. Campbell and M. E. O'Kelly, "Twenty-Five Years of Hub Location Research," *Transportation Science*, vol. 46, no. 2, pp. 153–169, may 2012. [Online]. Available: http://transci.journal.informs.org/cgi/doi/10.1287/trsc.1120.0410

[6] R. Zanjirani, M. Hekmatfar, A. Boloori, E. Nikbakhsh, R. Z. Farahani, M. Hekmatfar, A. B. Aravani, and E. Nikbakhsh, "Hub location problems : A review of models , classification , solution techniques , and applications," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 64, no. 4, pp. 1096–1109, 2013.

[7] I. Contreras, "Hub location problems," in *Location Science*, G. Laporte, S. Nickel, and F. Saldanha da Gama, Eds. Springer, 2015, ch. 12, pp. 311–344.

[8] A. Kimms, "Economies of Scale in Hub &: Spoke Network Design Models : We Have It All Wrong," in *Perspectives on Operations Research*, 2006, pp. 293–317.

[9] L. J. Basso and S. R. Jara-Diaz, "Are Returns to Scale with Variable Network Size Adequate for Transport Industry Structure Analysis?" *Transportation Science*, vol. 40, no. 3, pp. 259–268, 2006. [Online]. Available: http://transci.journal.informs.org/cgi/doi/10.1287/trsc.1060.0154

[10] M. E. O'Kelly and D. L. Bryan, "Hub location with flow economies of scale," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 32, no. 8, pp. 605–616, 1998.

[11] D. Bryan, "Extensions to the Hub Location Problem: Formulations and Numerical Examples," *Geographical Analysis*, vol. 30, no. 4, pp. 315–330, 1998.

[12] J. F. Campbell, A. T. Ernst, and M. Krishnamoorthy, "Hub Arc Location Problems: Part I - Introduction and Results," *Management Science*, vol. 51, no. 10, pp. 1540–1555, oct 2005. [Online]. Available: http://mansci.journal.informs.org/cgi/doi/10.1287/mnsc.1050.0406

[13] ——, "Hub Arc Location Problems: Part II - Formulations and Optimal Algorithms," *Management Science*, vol. 51, no. 10, pp. 1556–1571, oct 2005. [Online]. Available: http://mansci.journal.informs.org/cgi/doi/10.1287/mnsc.1050.0407

[14] H. Podnar, J. Skorin-Kapov, and D. Skorin-Kapov, "Network cost minimization using threshold-based discounting," *European Journal of Operational Research*, vol. 137, no. 2, pp. 371–386, mar 2002. [Online]. Available: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221701001515

[15] A. Lüer-Villagra, H. A. Eiselt, and V. Marianov, "Threshold-based cost structures in hub location problems," in *XXIII EURO Working Group on Locational Analysis*, Málaga, Spain, 2016.

[16] ——, "A single-allocation p-hub location problem with third party-owned vehicles and volume discounts," 2017.

[17] B. Y. Kara and B. Tansel, "The Latest Arrival Hub Location Problem," *Management Science*, vol. 47, no. 10, pp. 1408–1420, 2001.

[18] P. Z. Tan and B. Y. Kara, "A Hub Covering Model for Cargo Delivery Systems," 2007.

[19] H. Yaman, B. Y. Kara, and B. C. Tansel, "The latest arrival hub location problem for cargo delivery systems with stopovers," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 41, no. 8, pp. 906–919, oct 2007. [Online]. Available: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0191261507000318

[20] M. da Graca Costa, M. E. Captivo, and J. Clímaco, "Capacitated single allocation hub location problem-A bi-criteria approach," *Computers and Operations Research*, vol. 35, no. 11, pp. 3671–3695, 2008.

Estudio de las soluciones de un problema de localización de p hubs con asignación única y costos definidos por umbrales

1st Gabriela Silva Chang
Ingeniería Civil Industrial
Universidad Andrés Bello
Santiago, Chile
gsilvachang@gmail.com

2nd Armin Lüer-Villagra
Departamento de Ciencias de la Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Santiago, Chile
armin.luer@unab.cl

***Resumen*—Los costos asociados al transporte de carga representan un porcentaje importante del valor final de un producto. Por esto se buscan formas más eficientes de realizar el transporte de carga. Una alternativa es la utilización de redes hub-and-spoke, para aprovechar la existencia de economías de escala. Este estudio se enfoca en los modelos de localización de hubs. En un hub, la carga proveniente de múltiples orígenes y que va hacia múltiples destinos es clasificada y enrutada. Los arcos que comunican a los nodos de la red con un hub se denominan spokes. Este trabajo analiza detalladamente las soluciones obtenidas para un modelo de localización de p hubs, si los costos de transporte en los arcos están definidos por umbrales y existe asignación única de nodos a hubs. Los resultados confirman el comportamiento esperado.**

***Index Terms*—localización, localización de hubs, costos definidos por umbrales**

I. Introducción

El transporte de carga es para muchas industrias una fuente de ventajas competitivas. De ser bien realizado, permite a las empresas lograr una ventaja en términos del producto o servicio ofrecido, o bien una reducción en los costos totales de producción.

Una forma para realizar eficientemente el envío de carga desde múltiples orígenes a múltiples destinos es usar un tipo especial de instalaciones de consolidación, clasificación y enrutamiento, denominadas comúnmente hubs o concentradores.

La topología de la red resultante, donde todo el flujo desde un origen i a un destino j puede pasar por 1 o 2 de estas instalaciones en su ruta, comúnmente se denomina hub-and-spoke, cuya estructura se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Ruta típica del flujo transportado en una red hub-and-spoke.

El diseño de redes hub-and-spoke se ha abordado principalmente mediante modelos de localización de hubs [1].

Los problemas de localización de hubs son clasificados comúnmente de acuerdo a la asignación de nodos a hubs. Si

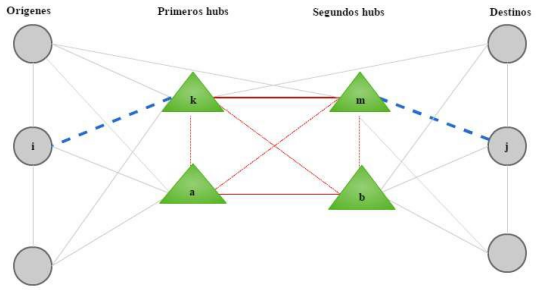


Figura 2. Ejemplo de asignación única en una red hub-and-spoke.

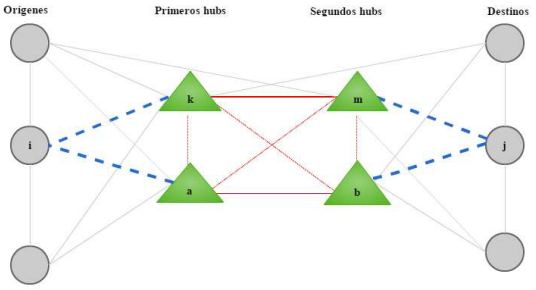


Figura 3. Ejemplo de asignación múltiple en una red hub-and-spoke.

cada nodo está conectado con un solo 1 hub, el problema es de asignación única, ver Figura 2; mientras que si debe ser al menos uno, se denomina de asignación múltiple, ver Figura 3.

Dentro de la literatura reciente, el primer problema de localización de hubs fue planteado por [2], y luego formulado como un problema de programación cuadrática binaria en [3], para el caso de asignaci'on única. Posteriormente, [4] plantea una formulación lineal para el problema de asignaci ón múltiple, tras lo que [5]extendiende el modelo a ambos tipos de asignación y otros problemas. Este grupo de modelos comúnmente se les denomina modelos fundamentales [1], [6].

Tras los modelos fundamentales, ha existido un interés constante en la localización de hubs, como lo muestran las

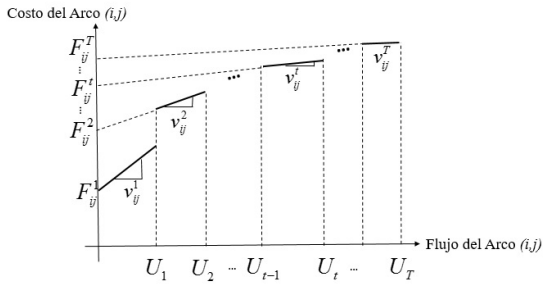


Figura 4. Función de costos para el arco $(i, j) \in A$ en el problema propuesto.

frecuentes revisiones de literatura [1], [7]–[9]. Una de las líneas activas de trabajo es la adecuada modelación de los costos asociados a las redes hub-and-spoke. En particular, el aprovechamiento de las economías de escala.

Formalmente, un sistema de transporte cuenta con economías de escala si al aumentar la demanda transportada en forma proporcional, el costo total de transporte aumenta menos que proporcionalmente, manteniendo el tamaño de la red fijo, y permitiendo cambios en las rutas [10].

Pese a que el aprovechamiento de las economías de escala son la causa de la aparición de las redes hub-and-spoke [11], los modelos fundamentales no representan adecuadamente las economías de escala [1], [6], [12]. Se han seguido distintos enfoques, tales como: considerar redes inter-hub incompletas [13]–[16], o estructuras de costos más generales.

Las estructuras usadas han sido: funciones lineales por tramos [12], [17], considerar costos fijos y variables [11] y costos definidos por umbrales [18]–[20].

Pese a estos estudios, no se ha realizado un análisis detallado de las soluciones obtenidas al considerar costos definidos por umbrales. Este trabajo contribuye en esta línea.

II. El problema

Sea un grafo $G(N, A)$ un grafo, donde N es el conjunto de nodos y A el conjunto de arcos. Para cada par de nodos $o, d \in N$ existe una demanda de transporte determinística y conocida, denotada w_{od}. Para cada arco $(i, j) \in A$ existe una función lineal por tramos que representa su costo total. Dichas funciones tienen T tramos, donde el tramo $t \in \{1, \ldots, T\}$ está caracterizado por: i. su pendiente v_{ij}^t, ii. su intercepto F_{ij}^t, y iii. su cota superior de flujo U_t, como lo muestra la Figura 4.

El problema consiste en encontrar la red hub-and-spoke de asignación única compuesta por p hubs, que minimice el costo total de transporte en la red.

III. El modelo

El modelo para este problema, de acuerdo a [19], es como sigue. Las variables de decisión son,

- Z_{ik}: 1, si el nodo $i \in N$ se asigna al hub localizado en el nodo $k \in N$; 0, en otro caso.
- Y_{kl}^i: flujo entre los hubs $k, l \in N$, proveniente del nodo $i \in N$.
- f_{ij}^t: flujo total del arco $(i, j) \in A$ que se encuentra en el t-ésimo tramo de flujo, $t \in \{1, \ldots, T\}$
- I_{ij}^t: 1, si el arco $(i, j) \in A$ que se encuentra en el t-ésimo tramo de flujo; 0, en otro caso.

Donde la función objetivo es,

$$\min \sum_{(i,j)\in A} \sum_{t=1}^{T} \left(F_{ij}^t I_{ij}^t + v_{ij}^t f_{ij}^t\right) \tag{1}$$

Donde existen restricciones que controlan la adecuada representación de la función de tiempos.

$$U_{t-1} I_{ij}^t \leq f_{ij}^t \leq U_t I_{ij}^t, \ \forall (i,j) \in A, t \in \{1, \ldots, T\} \tag{2}$$

$$\sum_{t=1}^{T} I_{ij}^t \leq 1, \ \forall (i,j) \in A \tag{3}$$

Y grupos adicionales de restricciones que aseguran la existencia de una red hub-and-spoke con asignación única; la ubicación de p hubs; el cálculo del flujo en cada arco; y el dominio de las variables de decisión.

IV. Experimentos computacionales

Para los experimentos se utilizó el lenguaje AMPL con el optimizador CPLEX 12.7, limitado a usar hasta 4 núcleos de cómputo simultáneos, en un servidor con 2 procesadores Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2630 v4 2.20GHz, con 10 núcleos cada uno y 128GB de RAM en total.

Se utiliza el conjunto de datos CAB25, convencional en la literatura, correspondiente a la información de tráfico aéreo entre las 25 ciudades más importantes de Estados Unidos, antes de la regulación de dicho mercado.

Los indicadores de desempeño calculados son: i. costo unitario promedio, AUC; ii. flujo promedio en un spoke, ASF; iii. flujo en un arco inter-hub, AIF; iv. distancia promedio entre hubs, ADI; v. distancia mínima entre hubs, minDI; y vi. distancia máxima entre hubs, maxDI.

Se sensibilizan: i. el factor de descuento aplicado, función de α; ii. el incremento en la demanda desde un caso base, ν; iii. la cantidad de hubs a localizar, p; iv. umbrales de flujo.

V. Resultados obtenidos

Se observa que al:

- Considerar economías de escala progresivamente más fuertes, el modelo tiende a consolidar los flujos de carga en cada vez menos arcos, buscando aprovechar las economías de escala existentes por consolidación.
- Aumentar la demanda a partir de un caso base ocurre un fenómeno similar. Además, se observa que AUC, el costo unitario promedio, disminuye al aumentar ν, es decir, el modelo aprovecha la existencia de economías de escala.
- Incrementar la cantidad de hubs localizados, junto con disminuir los costos totales, se observa que el flujo promedio en los arcos inter-hub disminuye.
- Aumentar los umbrales de flujo requeridos para acceder a las economías de escala, junto con el aumento en AUC,

un menor porcentaje de los flujos se mueve utilizando arcos con mayor descuento.

VI. Conclusiones y trabajo futuro

Se observa que el modelo predice una progresiva consolidación de flujo en arcos específicos de la red, buscando aprovechar las economías de escala. Además, se observa empíricamente que el modelo las aprovecha. Por otra parte, las soluciones obtenidas difieren entre sí al variar los parámetros utilizados, indicando la relevancia del modelamiento adecuado de los costos en redes hub-and-spoke.

Como trabajo futuro se encuentra el mejoramiento de la formulación para resolver instancias de mayor tamaño y realizar mayor experiencia computacional, donde se comparen distintos modelos en términos de las soluciones sugeridas.

Referencias

[1] J. F. Campbell and M. E. O'Kelly, "Twenty-Five Years of Hub Location Research," *Transportation Science*, vol. 46, no. 2, pp. 153–169, may 2012. [Online]. Available: http://transci.journal.informs.org/cgi/doi/10.1287/trsc.1120.0410

[2] M. E. O'Kelly, "The Location of Interacting Hub Facilities," *Transportation Science*, vol. 20, no. 2, pp. 92–106, 1986. [Online]. Available: http://transci.journal.informs.org/content/20/2/92

[3] ——, "A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities," *European Journal of Operational Research*, vol. 32, no. 3, pp. 393–404, 1987.

[4] J. F. Campbell, "Location and allocation for distribution systems with transshipments and transportion economies of scale," *Annals of Operations Research*, vol. 40, no. 1, pp. 77–99, dec 1992. [Online]. Available: http://link.springer.com/10.1007/BF02060471

[5] ——, "Integer programming formulations of discrete hub location problems," *European Journal Of Operational Research*, vol. 72, pp. 387–405, 1994.

[6] ——, "Modeling Economies of Scale in Transportation Hub Networks," in *2013 46th Hawaii International Conference on System Sciences*. Ieee, jan 2013, pp. 1154–1163. [Online]. Available: http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6479973

[7] S. Alumur and B. Y. Kara, "Network hub location problems: The state of the art," *European Journal of Operational Research*, vol. 190, no. 1, pp. 1–21, oct 2008. [Online]. Available: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221707005577

[8] R. Zanjirani, M. Hekmatfar, A. Boloori, E. Nikbakhsh, R. Z. Farahani, M. Hekmatfar, A. B. Aravani, and E. Nikbakhsh, "Hub location problems : A review of models , classification , solution techniques , and applications," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 64, no. 4, pp. 1096–1109, 2013.

[9] I. Contreras, "Hub location problems," in *Location Science*, G. Laporte, S. Nickel, and F. Saldanha da Gama, Eds. Springer, 2015, ch. 12, pp. 311–344.

[10] L. J. Basso and S. R. Jara-Diaz, "Are Returns to Scale with Variable Network Size Adequate for Transport Industry Structure Analysis?" *Transportation Science*, vol. 40, no. 3, pp. 259–268, 2006. [Online]. Available: http://transci.journal.informs.org/cgi/doi/10.1287/trsc.1060.0154

[11] A. Kimms, "Economies of Scale in Hub &: Spoke Network Design Models : We Have It All Wrong," in *Perspectives on Operations Research*, 2006, pp. 293–317.

[12] M. E. O'Kelly and D. L. Bryan, "Hub location with flow economies of scale," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 32, no. 8, pp. 605–616, 1998.

[13] J. F. Campbell, A. T. Ernst, and M. Krishnamoorthy, "Hub Arc Location Problems: Part I - Introduction and Results," *Management Science*, vol. 51, no. 10, pp. 1540–1555, oct 2005. [Online]. Available: http://mansci.journal.informs.org/cgi/doi/10.1287/mnsc.1050.0406

[14] ——, "Hub Arc Location Problems: Part II - Formulations and Optimal Algorithms," *Management Science*, vol. 51, no. 10, pp. 1556–1571, oct 2005. [Online]. Available: http://mansci.journal.informs.org/cgi/doi/10.1287/mnsc.1050.0407

[15] S. A. Alumur, B. Y. Kara, and O. E. Karasan, "The design of single allocation incomplete hub networks," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 43, no. 10, pp. 936–951, dec 2009. [Online]. Available: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0191261509000496

[16] A. Lüer-Villagra and V. Marianov, "A competitive hub location and pricing problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 231, no. 3, pp. 734–744, dec 2013. [Online]. Available: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S037722171300475X

[17] D. Bryan, "Extensions to the Hub Location Problem: Formulations and Numerical Examples," *Geographical Analysis*, vol. 30, no. 4, pp. 315–330, 1998.

[18] H. Podnar, J. Skorin-Kapov, and D. Skorin-Kapov, "Network cost minimization using threshold-based discounting," *European Journal of Operational Research*, vol. 137, no. 2, pp. 371–386, mar 2002. [Online]. Available: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221701001515

[19] A. Lüer-Villagra, H. A. Eiselt, and V. Marianov, "Threshold-based cost structures in hub location problems," in *XXIII EURO Working Group on Locational Analysis*, Málaga, Spain, 2016.

[20] ——, "A single-allocation p-hub location problem with third party-owned vehicles and volume discounts," 2017.

Session MB1
OR Models and Applications in Mining

- *Metodología para el diseño optimizado y semiautomático de rampas en múltiples fases en minería a cielo abierto*; Sanhueza Soto, Pedro; Morales, Nelson; Nancel, Pierre; Parra, Andrés.
- *Secuencia óptima de extracción de caserones en minería subterránea selectiva: Un caso de estudio*; Rojas, Valentina; Nelis, Gonzalo; Morales, Nelson.
- *Filtros De Kalman Basados En Descomposici´on De Cholesky*; Mancilla Herrera, Alfonso Manuel; Niño, Elías.
- *Metodología para Diseño Óptimo Semiautomático de Rampas en Minería Subterránea*; Montané, Sergio; Nancel, Pierre; Morales, Nelson.

Metodología para el diseño optimizado y semiautomático de rampas en múltiples fases en minería a cielo abierto

Pedro Sanhueza
Laboratorio de Planificación Minera
DELPHOS, AMTC, DIMIN,
Universidad de Chile
Avda. Tupper 2007, Santiago, Chile
Email: psanhueza@delphoslab.cl

Nelson Morales
Laboratorio de Planificación Minera
DELPHOS, AMTC, DIMIN,
Universidad de Chile
Avda. Tupper 2007, Santiago, Chile
Email: nelson.morales@amtc.cl

Pierre Nancel y Andrés Parra
Laboratorio de Planificación Minera
DELPHOS, AMTC, DIMIN,
Universidad de Chile
Avda. Tupper 2007, Santiago, Chile
Email: aparra@delphoslab.cl
Email: pierre.nancel@amtc.cl

***Abstract*—La planificacíon estratégica de una operación minera es una actividad crítica debido a que es la que mayor influencia tiene en el valor presente neto de un proyecto. Para lograr este objetivo se debe tener en consideración dos problemas relacionados entre sí: el agendamiento de la producción y el diseño de la mina.**

El problema de agendamiento ha sido ampliamente estudiado usando distintas técnicas optimización, en donde son usadas como apoyo para el planificador minero. Sin embargo, en el caso del diseño minero, existe una variedad de softwares que permiten materializar un diseño pero depende fuertemente del criterio del planificador y además el diseño de una mina es considerado un arte. El resultado es que un diseño es altamente dependiente de la experiencia del planificador y es una tarea que demanda tiempo, por lo que no se pueden realizar análisis exhaustivos.

En este trabajo se construye una metodología que permita la generación de rampas óptimas y semiautomáticas, a nivel de bloques, en múltiples fases que permita satisfacer las restricciones operacionales que un proyecto de minería a cielo abierto debiera incluir. Para ello se utiliza un modelo matemático que resuelve el problema de rampas en monofase y se extiende para poder resolver el problema de múltiples fases.

I. Introducción

Una de las etapas más importantes en donde se materializa la planificación minera es el diseño minero, el cual consiste en incorporar las rampas y accesos a las distintas fases que tenga el proyecto minero, de manera de adecuarse lo más fielmente posible al plan minero. Estas rampas permitirán el acceso y el transporte de material desde el interior del rajo hasta su destino, el cual puede ser botadero o planta, por medio de equipos mineros. Cada rampa debe cumplir con criterios operacionales y técnicos para que el diseño sea operativamente aplicable [1], además se deben probar distintos escenarios con el fin de obtener la configuración de rampas que permitan cumplir con el plan minero.

El diseño de rampas en múltiples fases es un problema que ha sido poco abordado por la literatura, ya que no hay un protocolo o guía que sirva para su diseño e implementación. La metodología de diseño que se usa en la actualidad es más bien un "arte" que se lleva a cabo de manera iterativa probando escenarios de aciertos y errores hasta llegar a un diseño que sea operativo, lo cual toma bastante tiempo y no se asegura un resultado óptimo.

Actualmente existen modelos en otras áreas de la ingeniería que permiten encontrar rutas de caminos óptimas en base a costos o beneficios, en donde se modela el problema como un grafo utilizando variaciones del algoritmo de Dijstrka [2] en el cual a cada arco se le otorga un "peso" que se desea minimizar. Trabajos como los de Brazil et al. [3] apuntan a resolver el problema de diseño de rampas en minería subterránea aplicando el teorema de Dubbins [4] en un espacio tridimensional con una pendiente fija. Cabe señalar que los modelos anteriores y sus variaciones no resuelven el problema de conectividad respetando restricciones operacionales, es más, la mayoría de ellos resuelve un problema en dos dimensiones.

Hoy en día no existen trabajos acerca de optimización de rampas en minería a cielo abierto por lo que surge la idea de crear una herramienta capaz de encontrar rampas de una forma óptima dada una secuencia de fases en donde se debe velar que el diseño de rampas sea operativo, es decir, que haya conexiones entre ellas de tal manera de obtener una secuencia de extracción, que permita cumplir con los requerimientos operativos y estratégicos de la compañía minera.

II. Modelo rampas en monofase

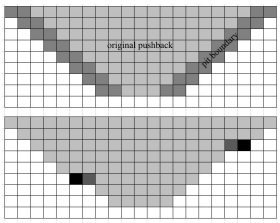
Este modelo estático fue desarrollado para modelar las rampas de una mina a rajo abierto y los bloques pertenecientes a la rampa deben salir por el diseño minero. Se resuelve un problema de optimización matemática lineal, cuya función objetivo es la maximización del beneficio total del pit diseñado.

El programa computacional para la construcción del pit con rampa utiliza el modelo de bloques y un documento de texto con los parámetros técnicos a utilizar como la noción de frontera, sentido de la rampa, pendiente de la rampa, ancho de rampa, bloque de partida de rampa, puntos obligatorios de pasada y ángulo global e interrampa.

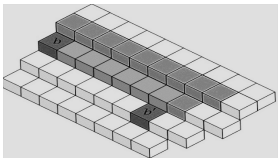
El modelo consta de una frontera alrededor del pit final en la cual la rampa tiene factibilidad de ir avanzando, al estar alrededor del pit final esto permite que la rampa este lo más

cercana a este y no se aleje demasiado. Todos los demás bloques que se encuentran dentro de la frontera es llamado pit reducido (en el cuál todos los bloques son extraídos) esto se aprecia en la Figura 1a.

Antes de aplicar el modelo matemático, se encuentran rutas de caminos factibles que respeten las condiciones de pendiente mediante el algoritmo Dijkstra [2] utilizando un grafo con los bloques, en donde se asume que es posible crear una rampa desde b a b' como se aprecia en la figura 1b, a esto llamaremos caminos elementales.



(a) Vista en perfil con 2 bloques de ancho de frontera y un pit diseñado con una rampa de dos bloques de ancho. El bloque negro es la parte lateral de la rampa.



(b) Vista isométrica de un camino elemental en un nivel k con extremidades b y b'.

Fig. 1: Ejemplo de frontera, pit diseñado y camino elemental.

La nomenclatura utilizada para el modelo es la siguiente:

- B: el modelo de bloques.
- K: el nivel máximo a la cual la rampa puede comenzar.
- B_k: es el conjunto de bloques en el nivel $k, k \in \{0, 1, ..., K\}$.
- R: es el pit reducido.
- R_k: $R \cap B_k$.
- p_b: es el beneficio del bloque b.
- p_{R_k}: es la suma de los beneficios de todos los bloques del pit reducido en el nivel k.
- I_k es el conjunto de índices i de todos los caminos elementales del nivel k.
- s_k^i: es el $i - esimo$ camino elemental en el nivel k.
- o_k^i: es el primer bloque de s_k^i.
- f_k^i: es el último bloque de s_k^i.
- O_b: es el conjunto de predecesores del bloque b; O_{R_k} el conjunto de predecesores de R_k.
- H_k^i: es el conjunto de bloques en el nivel k entre s_k^i y R_k que se requieren extraer para completar el ancho de rampa.
- L_k^i: es el conjunto de bloques del nivel k entre H_k^i y R_k que se requieren extraer para prevenir un desnivel entre la rampa y el pit.
- D_k^i: es el conjunto de bloques en el nivel $k-1$ debajo de los bloques de rampa $s_k^i \cup H_k^i$.
- Z_k^i: es el conjunto de bloques en el nivel k afuera de s_k^i (en el sentido opuesto a R_k) para evitar diseñar el pit entre la rampa y el talud.

Las variables del problema son definidas como sigue:

$$y_b = \begin{cases} 1, & \text{si el bloque } b \text{ es extraído} \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

$$x_k^i = \begin{cases} 1, & \text{si todos los bloques del nivel } k \text{ de } s_k^i \text{ corresponden} \\ & \text{a la parte lateral de la pared de la rampa en el} \\ & \text{nivel } k \text{ y } f_k^i \text{ es el primer bloque de la pared lateral} \\ & \text{de la rampa en el nivel } k\text{-}1 \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

En donde el dominio de la variable y es B, el dominio del índice k de la variable x es $\{0, 1, ..., K\}$ y el dominio del índice i de la variable x es I_k.

El modelo matemático es formulado como sigue:

$$max \sum_{b \in B} p_b \; y_b \; + \; p_{R_K} \; + \sum_{k=1}^{K} \sum_{i \in I_k} p_{R_{k-1}} \; x_k^i \qquad (1)$$

$$s.t. \sum_{i \in I_k | f_k^i = o_{k-1}^j} x_k^i \geq x_{k-1}^j \qquad (\forall k > 1, \forall j \in I_{k-1}) \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I_k} x_k^i \leq 1 \qquad (\forall k \geq 1) \qquad (3)$$

$$y_b \leq y_{b'} \qquad (\forall b \in R^C, \forall b' \in O_b \cap R^C) \qquad (4)$$

$$\sum_{i \in I_k} x_k^i \leq y_b \qquad (\forall k \geq 1, \forall b \in O_{R_{k-1}} \cap R^C) \qquad (5)$$

$$x_k^i \leq y_b \qquad (\forall k \geq 1, \forall b \in s_k^i \cup H_k^i \cup L_k^i) \qquad (6)$$

$$x_k^i + y_b \leq 1 \qquad (\forall k \geq 1, \forall b \in D_k^i \cup Z_k^i) \qquad (7)$$

$$\sum_{i \in I_k} x_k^i \geq y_b \qquad (\forall k \geq 1, \forall b \in B_{k-1} \backslash R_{k-1}) \qquad (8)$$

$$x_k^i = 0 \quad (\forall k < K, \forall i \in I_k | \{s_{k+1}^j | f_{k+1}^j = o_k^i\} = \varnothing) \qquad (9)$$

$$y_i = 0 \qquad (\forall b \in R) \qquad (10)$$

La función objetivo (1) maximiza el beneficio global del diseño con rampa el cual corresponde al beneficio de todos los bloques extraídos. La restricción (2) asegura la conectividad entre las trayectorias de rampa. La restricción (3) indica que hay como máximo una rampa por nivel. La (4) y (5) impiden la extracción de cualquier bloque en que sus predecesores no hayan sido previamente extraídos. La restricción (6) asegura que para cada camino elegido, todos los bloques en el camino elemental k, todos los bloques requeridos para completar el ancho de rampa y todos los bloques entre la rampa y el pit reducido en el nivel k son extraídos. La restricción (7) previene la extracción de bloques debajo de los bloques de rampa. La restricción (8) garantiza que existe un camino elemental en el nivel k por encima de los bloques extraídos. La restricción (9) impide que una ruta no conectada sea una ruta elegible.

Finalmente la restricción (10) impide la extracción de todos los bloques pertenecientes al pit reducido ya que estos ya están considerados en la función objetivo.

Como resultado del modelo se genera un documento de texto, que agrega columnas de atributo al modelo de bloques, tales como las capas de la frontera, el diseño de rampa y el diseño de pit con rampa. En la Figura 2 se puede visualizar un resultado de diseño de rampas aplicado a un modelo de bloques y su posterior materialización en su software CAD en la Figura. En la Tabla I se muestra una comparación entre la envolvente, el modelo matemático y su posterior diseño en un software CAD.

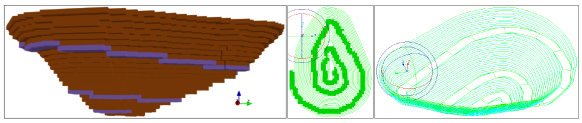


Fig. 2: Modelo de rampas en monofase.

Tabla I: Comparación entre envolvente, modelo matemático y modelo diseñado.

	Tonelaje total [Mton]	**Beneficio total [MUSD]**	**Razón estéril mineral**
Envolvente	59.7	245.56	0.452
Modelo matemático	60.88	232.7	0.496
Modelo aplicado CAD	64.22	230.57	0.574

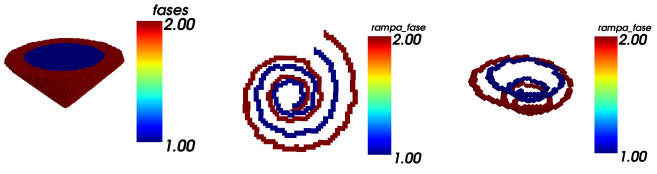
III. Metodología para extensión del modelo

La metodología para extender el modelo de monofase a uno de multifase consiste en primer lugar en dividir el problema en dos: fases concéntricas y fases direccionadas. Esto debido a que generalmente siempre se tienen geometrías de esta índole.

A. *Fases concéntricas*

Para construir rampas en forma concéntricas se asume que las rampas no interectuarán entre sí, por lo que la mejor opción son rampas tipo espiral. Para ello se utiliza el programa monofase para ir calculando las fases una a una en donde se puede entregar previamente un punto de partida de rampa o dejar que el programa encuentre el punto de partida óptimo.

En la Figura 3 se muestra un resultado que se puede obtener en esta etapa. Cabe señalar que se hace una combinación entre rampas en espiral en sentido horario o antihorario de tal forma de encontrar la combinación que maximice el beneficio de extracción.



(a) Input fases concéntricas. (b) Vista en planta (c) Isométrica

Fig. 3: Modelo de rampas concéntricas para dos fases. Se muestran las rampas pertenecientes a una fase uno y dos.

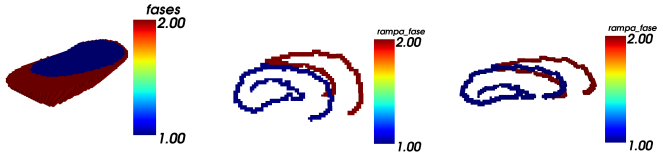
B. *Fases direccionadas*

En este caso las fases comparten una cara del pit, existe un problema de espacio para que la rampa de las fases siguientes se vayan desarrollando por lo que la mejor opción es usar rampas tipo switchback hasta que se llegue a una profundidad mayor a la fase anterior.

En esta parte la metodología consiste en ir construyendo la rampa por tramos utilizando el programa de optimización en monofase. Estos tramos son construidos mediante un proceso iterativo en el cuál se pregunta si se quiere ir conectando con la rampa anterior y/o realizando switchback. Si se quiere conectar en algún punto se busca el punto de partida adecuado de tal forma de llegar con la pendiente deseada y poder conectarse.

Se tiene la flexibilidad de que el diseñador escoja el diseño que más le parezca, se pueden intentar hacer conexiones en distintos puntos de la rampa de las fases anteriores o simplemente continuar la fase sin empalmarlas.

En la Figura 4 se muestran resultados de lo que se obtendría cuando se le entrega al programa dos fases direccionadas con una conexión entre rampas respectivamente.



(a) Input fases direccionadas (b) Vista en planta (c) Isométrica

Fig. 4: Modelo de rampas direccionadas para dos fases. Se muestra las rampas pertenecientes a una fase uno y dos.

IV. Conclusión

Actualmente no existe una herramienta que optimice el diseño de rampas en múltiples fases. Es por lo anterior que se plantea el uso de una herramienta capaz de asistir al planificador para lograr construir rampas, dado una serie de fases operativas, en un corto periodo de tiempo y que sean óptimas en cuanto al beneficio de extracción.

Con esta herramienta es posible probar varias configuraciones de rampas, por lo que permite analizar en forma exhaustiva un modelo con fases y posteriormente se puede unificar con algún programa CAD para acelerar aún más el proceso de planificación.

Agradecimientos

Los autores desean agradecer el apoyo prestado por CONICYT Proyecto Basal FB0809 (Advanced Mining Technology Center) y a Becas CONICYT Magíster Nacional.

Referencias

[1] W. Hustrulid, M. Kuchta, and R. Martin. CRC Press/Balkena, 2013, vol. 1, ch. 5, pp. 441–450.

[2] E. W. Dijkstra, *A short introduction to the art of programming*. Technische Hogeschool Eindhoven Eindhoven, 1971, vol. 4.

[3] M. Brazil, D. A. Thomas, J. F. Weng, J. H. Rubinstein, and D. H. Lee, "Cost optimisation for underground mining networks," *Optimization and engineering*, vol. 6, no. 2, pp. 241–256, 2005.

[4] L. E. Dubins, "On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal positions and tangents," *American Journal of mathematics*, vol. 79, no. 3, pp. 497–516, 1957.

Secuencia óptima de extracción de caserones en minería subterránea selectiva: Un caso de estudio

Valentina Rojas
Laboratorio de Planificación Minera
DELPHOS
AMTC
DIMIN
Universidad de Chile
Email: vrojas@delphoslab.cl

Gonzalo Nelis
Laboratorio de Planificación Minera
DELPHOS
AMTC
DIMIN
Universidad de Chile
Email: gnelis@delphoslab.cl

Nelson Morales
Laboratorio de Planificación Minera
DELPHOS
AMTC
DIMIN
Universidad de Chile
Email: nmorales@delphoslab.cl

***Abstract*—A través de la aplicación de un modelo matemático que maximiza el valor presente neto de un agendamiento, se estudia el cambio en la secuencia de extracción de un sector productivo de una mina subterránea explotada por el método Bench & Fill, al considerar en el modelo restricciones de precedencia del tipo "o".**

I. Introducción

El objetivo principal de este estudio es comparar y cuantificar el efecto que tienen las relaciones de precedencia tipo "o" sobre la secuencia de construcción y de producción de un caso de estudio de una mina subterránea explotada por el método Bench & Fill.

II. Modelo Matemático

Para modelar la secuencia de extracción de un Bench & Fill, se utiliza un modelo de secuenciamiento general de actividades llamado Universal Delphos Sequencer and Scheduler (UDESS). Este modelo busca maximizar el valor presente neto del agendamiento, sujeto a restricciones de recursos y precedencias entre ellas, generando una carta Gannt de desarrollo de las actividades. Se explicará a continuacin sus principales características. Consideremos un conjunto de periodos $t = 1, ..., T$, un conjunto de actividades $i = 1, ..., A$ que deben ser agendadas, $r = 1, ..., R$ un conjunto de recursos que pueden ser consumidos por el inicio, término y desarrollo de cada actividad i, y que tienen cierta disponibilidad en cada periodo t. Cada actividad i tiene un costo/beneficio ν_i asociado a su desarrollo, y ν_i^+, ν_i^- asociados a su inicio y término, con una tasa mínima y máxima $(v_{min,i}, v_{max,i})$ que limita el progreso de cada actividad durante cada periodo t. Finalmente, cada actividad i tiene asociado un conjunto de actividades predecesoras dado por $P(i)$.

Las variables de decisión de este modelo son:

- p_{it} : Porcentaje de progreso de la actividad i en el periodo t (Variable continua entre 0 y 1).
- s_{it}, e_{it}: Variables de inicio y término respectivamente para la actividad i. (Binaria: 1 si la actividad i empieza/termina en el periodo t o antes, 0 en caso contrario, respectivamente)
- k_{iPt} : Variable que establece relaciones de precedencia entre la actividad sucesora i y un grupo de actividades precedentes $P \in P(i)$ (Binaria, 1 si todas las actividades del grupo $P \subseteq P(i)$ estn terminadas en el periodo t, 0 en caso contrario)
- τ_{it} : Tiempo consumido por la actividad i en el periodo t y sus predecesores.

La función objetivo viene dada por:

$$NPV = \sum_{t=1}^{T} \beta^{\gamma_t} \sum_{i \in A} (\nu_i p_{it} - \nu_i^+ \Delta s_{it} - \nu_i^- \Delta e_{it}) \quad (1)$$

Con $\beta = \frac{1}{(1+\alpha)^{1/12}}$ y α la tasa de descuento anual. γ_t es el tiempo acumulado hasta el periodo t, y Δ indica la diferencia entre la variable en el periodo t y $t-1$.

El conjunto de restricciones principales viene dado por:

- **Límite de recursos:** Cada actividad i puede consumir $\lambda_{i,r}$ cantidad de recursos r durante su desarrollo. Esta restricción limita los recursos r consumidos en cada periodo (dado por $R^r_{min,t}, R^r_{max,t}$ respectivamente) para todas las actividades
- **Lmites de progreso:** Es posible exigirle a cada actividad i una tasa mnima o mxima de progreso en el periodo t (lmites dados por $b^-_{i,t}, b^+_{it}$ respectivamente)
- **Límites de recursos en un intervalo:** Se le exige a las actividades un consumo mnimo (R^r_m) y mximo (R^r_M) de recurso r durante cierto intervalo de tiempo ($[t^r_{min}, t^r_{max}]$).
- **Límites de recursos al iniciar y terminar:** Es posible modelar que las actividades i consuman recurso r al iniciar o terminar su progreso (dado por $\lambda^+_{i,r}$ y $\lambda^-_{i,r}$ respectivamente), el cual debe estar en cierto rango dado por $[S^r_{min,t}, S^r_{max,t}]$ para el caso del inicio, y $[E^r_{min,t}, E^r_{max,t}]$
- **Incompatibilidad de actividades:** Es posible modelar que cierto conjunto de actividades no pueda iniciar durante un intervalo de tiempo determinado.
- **Forzar Inicio:** Es posible forzar el inicio de un conjunto de actividades C entre cierto intervalo dado por $[t^C_{min}, t^C_{max}]$.

- **Precedencias:** Cada actividad i posee un conjunto de precedencias $P(i)$ que puede ser dividido en **grupos** $P \subseteq P(i)$. La precedencia puede generarse como tipo "y": Todos los grupos del conjunto $P(i)$ deben ser terminados antes de empezar la actividad i, o como tipo "o", donde se requiere que se finalice al menos uno de los grupos $P \subseteq P(i)$ para poder empezar la actividad i.

III. Caso de Estudio

Los datos utilizados en el presente caso de estudio corresponden a un proyecto minero situado en sudamérica. El cuerpo mineralizado es del tipo vetiforme, con presencia de minerales de oro y plata de alta ley. El método de explotación es Bench & Fill. La Mina Y posee dos sectores productivos y 43 niveles en total.

Para probar el modelo matemático, se considera el primer nivel de uno de los sectores productivos de la Mina Y, el cual corresponde al nivel de transporte principal de dicho sector productivo. La Figura 5 muestra una vista en planta de dicho nivel.

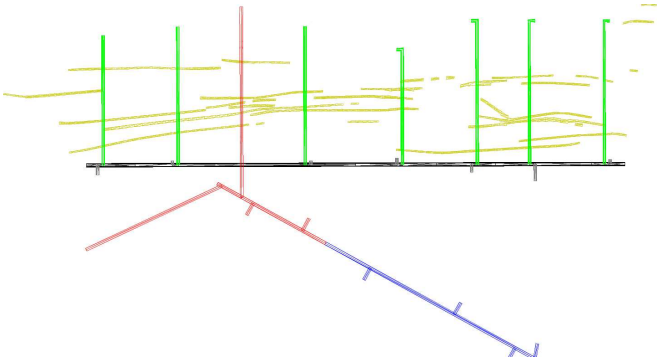


Fig. 1. Vista en planta, nivel 1175, Mina Y.

En la Figura 5, se pueden ver los principales desarrollos del nivel. La linea negra corresponde a la galeria o **drift principal**, por donde circulan los equipos desde y hacia el interior de la mina. Las lineas verdes representan los **cruzados**, los cuales proveen el acceso a las vetas que contienen el mineral (en color amarillo) a través de los **drift de extracción**, los cuales corresponden a galerás que siguen el sentido de las vetas. Sobre estas vetas se diseñan ciertas unidades básicas de explotación llamadas **caserones**, los cuales poseen un cierto tonelaje de mineral y ley media como atributos principales.

A. Secuencia de Extracción

Al tratarse de sólo un nivel de la mina, se considera una versión modificada del método Bench & Fill.

La secuencia comienza con el desarrollo completo de un cruzado y continúa con el desarrollo de los drift de extracción conectados a dicho cruzado, tal como lo muestra la Figura 2.

Una vez desarrollados los cruzados y los drifts de extracción, se procede a realizar la extracción de los caserones *en retroceso*, es decir, desde el fondo del drift de extracción hacia su conexión con el cruzado correspondiente.

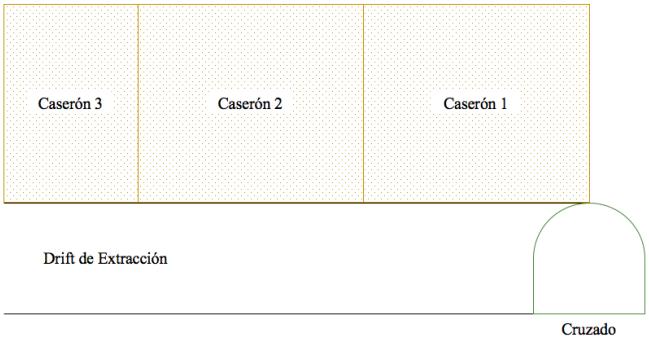


Fig. 2. Vista en perfil, secuencia constructiva Mina Y.

De esta forma, se puede establecer una secuencia general de actividades, la cual considera dos actividades:

Desarrollos Horizontales $\rightarrow$ Extracción

B. Metodología

La Figura 3 muestra un esquema de la metodología general utilizada en este estudio.

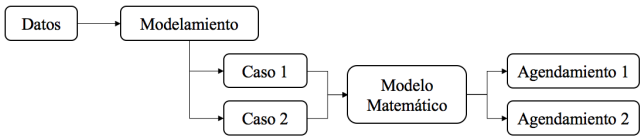


Fig. 3. Metodología aplicada.

A partir de datos reales de un proyecto minero, se definen las actividades y sus respectivas relaciones de precedencia, las cuales dependen directamente del método de explotación. Se construyen dos casos:

- Caso 1, donde las relaciones de precedencia consideradas son sólo del tipo "y".
- Caso 2, donde las relaciones de precedencia consideradas incluyen algunas del tipo "o".

En el caso 1, se definió *a priori* la cantidad de caserones que son extraídos por cada uno de los cruzados, lo que deja el modelo sólo con precedencias tipo "y". En la Figura 4, a la izquierda, se pueden observar dos cruzados 7 y 8 con sus respectivos grupos de caserones. Los caserones de rojo salen por el cruzado 7, mientras que los caserones de azul salen por el cruzado 8.

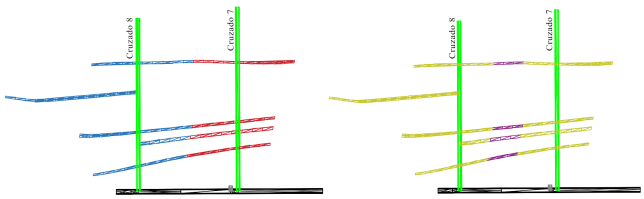


Fig. 4. Precedencias tipo "y" (izquierda) y tipo "o" (derecha).

En el caso 2, dada la continuidad de las vetas, se decidió liberar los caserones que se encuentran entre dos cruzados de la decisión de ser extraídos por un cruzado o por el otro. En la Figura 4, a la derecha, se pueden observar ciertos caserones pintados de morado, los cuales pueden ser extraídos desde el cruzado 7 o desde el cruzado 8, definiendo así relaciones de precedencia del tipo ”o”.

Una vez definidos los casos a analizar, se procede al modelamiento de los datos.

C. Modelamiento

El modelamiento consiste en definir las actividades que serán consideradas, sus respectivas relaciones de precedencia y las restricciones operacionales correspondientes a la capacidad productiva de la mina. Las actividades consideradas en el modelamiento de la Mina Y son:

- Desarrollos horizontales
- Extracción

Cada una de estas actividades posee distintos atributos, como los metros a desarrollar, el tonelaje de mineral asociado al desarrollo de galerías, tonelaje de producción por caserón extraído, ingresos, costos y la tasa mensual máxima (max rate) a la que se puede desarrollar dicha actividad.

Las actividades mencionadas anteriormente deben obedecer a ciertas relaciones de precedencia, definidas por el método de explotación ya mencionado. Además, se considera un ritmo de producción de 1,000 tpd como restricción operacional.

Luego, en base a las actividades y sus atributos, a restricciones operacionales y relaciones de precedencia, el modelo matemático encuentra la secuencia que maximiza el NPV asociado.

IV. Resultados

Una vez implementado el modelo matemático a los dos casos mencionados anteriormente, se puede observar un cambio significativo en la secuencia, tanto de desarrollos como de producción.

Debido a la gran cantidad de datos, se tomarán dos ejemplos para mostrar el cambio, tanto en la secuencia constructiva como productiva.

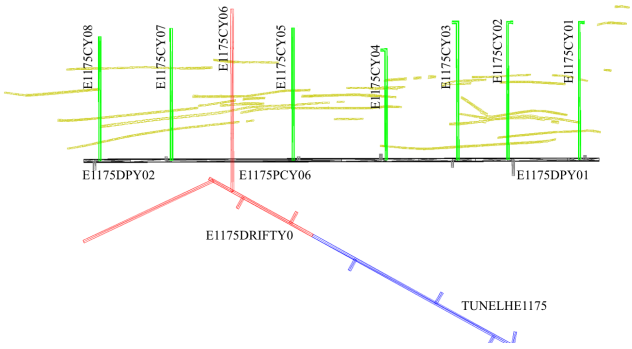


Fig. 5. Infraestructura de acceso, nivel 1175, Mina Y.

Como se puede observar en la Tabla I, existen cambios en las secuencia de las actividades de construcción de la infraestructura de acceso a la mina.

TABLE I
PERÍODOS DE EXTRACCIÓN EN CRUZADO 6.

	Caso 1	Caso 2
TUNELHE1175	1	1
E1175DRIFTY0	2	1
E1175PCY06	4	3
E1175DPY01	4	4
E1175DPY02	4	5
E1175CY01	11	11
E1175CY02	11	11
E1175CY03	11	11
E1175CY04	11	11
E1175CY05	11	11
E1175CY06	7	6
E1175CY07	7	11
E1175CY08	7	7

Finalmente, el cambio en la secuencia de extracción de os caserones, se puede ejemplificar tomando los cinco caserones ubicados en el cruzado 6, en el drift de extracción T01I, como se observa en la Tabla II.

TABLE II
PERÍODOS DE EXTRACCIÓN EN CRUZADO 6.

Caserón	Caso 1	Caso 2
E1175CY06T01I01	13	17
E1175CY06T01I02	13	17
E1175CY06T01I03	13	13
E1175CY06T01I04	12	12
E1175CY06T01I05	12	10

V. Conclusiones

Incluir restricciones tipo ”o” en el agendamiento de actividades de construcción y producción de una mina produce cambios en la secuencia de ejecución de las actividades, sin afectar mayormente el plan de producción. La incorporación de este tipo de relaciones de precedencia permite tener una mayor flexibilidad en los planes de preparación y producción, y por lo tanto, ser más cercanos a la realidad operacional.

Acknowledgment

Los autores agradecen el apoyo del Advanced Mining Technology Center (Fondo Basal FB0809) en el desarrollo de este trabajo. El segundo autor agradece el apoyo del proyecto CONICYT PIA Anillo ACT1407.

References

[1] A. Newman and M. Kuchta, *Using aggregation to optimize long-term production planning at an underground mine*, European Journal of Operational Research 176 (2007), 1205 ? 1218.

[2] W. Rocher, N. Morales and E. Rubio, *Secuenciamiento de Preparacin y Desarrollo Minero en Faenas Subterrneas*, Delphos Mine Planning Laboratory, Universidad de Chile. 62 Convencin Anual Instituto de Ingenieros de Minas de Chile (2011), Calama, Chile.

[3] P. Trout, *Underground Mine Production Scheduling Using Mixed Integer Programming*, APCOM XXV 1995 Conference, 395 - 400.

[4] E. Villaescusa, *Global Extraction Sequences in Sublevel Stoping*, MPES 2003 Conference, Kalgoorlie, Australia.

Filtros de Kalman basados en descomposición de Cholesky

Alfonso Manuel Mancilla Herrera
Departamento de Ingeniería de Sistemas
Universidad del Norte
Barranquilla, Colombia
Email: amancill@uninorte.edu.co

Elías David Niño Ruíz
Laboratorio de Matemáticas Aplicadas
Universidad del Norte
Barranquilla, Colombia
Email: enino@uninorte.edu.co

***Abstract*—Este artículo propone un filtro muestral de Kalman (EnKF, por sus sigas en inglés) basado en descomposición de Cholesky. Inicialmente, los momentos de la distribución del error asociado al pronóstico, son estimados mediante el uso de la descomposición de Cholesky modificada, a priori, la matriz de covarianza es obtenida en terminos de factores de Cholesky los cuales pueden ser modificados haciendo uso de matrices de bajo rango con el objetivo de aproximar una raiz cuadrada de la matriz de covarianza de la distribución posterior del error. Esta raíz cuadrada es utilizada para tomar muestras de la distribución a posteriori de forma determinista. Experimentos numéricos son llevados a cabo mediante el uso del modelo Lorenz 96. Los resultados revelan que, el método propuesto provee soluciones equivalentes a implementaciones efficientes del EnKF tales como el filtro de Kalman local y el filtro de Kalman muestral posterior.**

I. Introduction

El filtro de Kalman es una implementación del problema de actualización bayesiana, con momentos especificados explícitamente. El teorema de Bayes transforma el pronóstico (distribución de probabilidad a priori) en (análisis, distribución de probabilidad a posteriori).

Se han desarrollado filtros de Kalman para representar la distribución del estado de un sistema dinámico mediante un conjunto de observaciones, llamada ensemble, por lo que estos filtros se denominan filtros de Kalman muestrales (EnKFs, por sus siglas en inglés) y se diferencian del filtro de Kalman, en que en éstos; los momentos de la distribución son estimados El EnKF supone, en principio, que todas las funciones de densidad de probabilidad son Gaussianas y provee expresiones algebraicas para el cálculo de los momentos de la distribución mediante la actualización Bayesiana [1]. Los métodos de asimilación de datos son claves para la transformación del pronóstico en análisis, utilizando estadísticas apropiadas. Lo anterior puede hacerse estocásticamente, considerando las observaciones como variables aleatorias, o determinísticamente, exigiendo que las perturbaciones del análisis actualizado satisfagan las ecuaciones correspondientes al error de covarianza en los filtros de Kalman. En el primer caso, el uso de observaciones perturbadas, $Y^S \in \mathbb{R}^{m\times 1}$, permite que el filtro sea estadísticamente consistente pero induce errores de muestreo [2]. Por otra parte, Los determinísticos son ensembles basados en métodos que no hacen uso de datos sintéticos. Los EnSRF constituyen un buen ejemplo de éstos. Nuestra propuesta se fundamenta en este tipo de transformación y en las formas de la descomposición de Cholesky y Cholesky modificado, las cuales se encuentran definidas en [3]. Para obtener un estado de análisis aproximado, es importante tener buenas estimaciones de las matrices de observación y error de covarianza del pronóstico que se utilizarán en la asimilación.

La dificultad para calcular las citadas estimaciones son la razón por la cual nuevos métodos EnKF son propuestos.

II. Preliminares

En el EnKF, un ensemble de observaciones del modelo,

$$\mathbf{X}^b = \left[\mathbf{x}^{b[1]}, \mathbf{x}^{b[2]}, \ldots, \mathbf{x}^{b[N]}\right] \in \mathbb{R}^{n\times N}\,, \tag{1}$$

es utilizado para estimar los momentos de la distribución de los errores en el pronóstico,

$$\mathbf{x}^{b[i]} \sim \mathcal{N}\left(\mathbf{x}^b, \mathbf{B}\right)\,, \tag{2}$$

por medio de los momentos estimados del ensemble (1), los cuales son:

$$\mathbf{x}^b \approx \overline{\mathbf{x}}^b = \frac{1}{N}\cdot\sum_{i=1}^{N}\mathbf{x}^{b[i]} \in \mathbb{R}^{n\times 1}\,, \tag{3a}$$

y

$$\mathbf{B} \approx \mathbf{P}^b = \frac{1}{N-1}\cdot\mathbf{\Delta X}^b\cdot\left[\mathbf{\Delta X}^b\right]^T \in \mathbb{R}^{n\times n}\,, \tag{3b}$$

donde n es la dimensión del modelo, N es el tamaño del ensemble, $\mathbf{x}^{b[i]} \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ es el i-ésimo miembro del ensemble, para $1 \leq i \leq N$, $\mathbf{x}^b \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ es conocido como el pronóstico mientras que $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ es la matriz de covarianza de los errores en el pronóstico, $\overline{\mathbf{x}}^b$ es la media del ensemble, y $\mathbf{P}^b$ es la matriz de covarianza del ensemble. similarmente, La matriz de desviaciones de los miembros del ensemble $\mathbf{\Delta X}^b \in \mathbb{R}^{n\times N}$,

$$\mathbf{\Delta X}^b = \mathbf{X}^b - \overline{\mathbf{x}}^b \cdot \mathbf{1}_N^T \sim \mathcal{N}\left(\mathbf{0}, \mathbf{B}\right) , \tag{4}$$

En el EnKF basado en una versión modificada del algoritmo de Cholesky (EnKF-MC) [4] las correlaciones de los errores en el pronóstico son estimados mediante la propuesta hecha por Bicket y Levina en [5]. Esta proporciona un estimado de la inversa de la matriz de covarianza de los errores en el pronóstico de la forma,

$$\widehat{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n\times n} , \tag{5}$$

donde $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ es una matriz triangular inferior unitaria, y $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ es una matriz diagonal.

Recordemos que, la matriz de covarianza en el análisis viene dada por,

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B}^{-1} + \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{H} = \tilde{\mathbf{L}}^T \cdot \tilde{\mathbf{D}} \cdot \tilde{\mathbf{L}} \in \mathbb{R}^{n\times n} . \tag{6}$$

y además $\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ puede ser escrita como una suma de m matrices de rango uno, los factores (5) pueden ser actualizados para obtener un estimado de la inversa de la matriz de covarianza del análisis [6].
Cuando una observación, $\mathbf{y}$, está disponible calculamos,

$$\mathbf{d} = \mathbf{y} - \mathbf{H} \cdot \overline{\mathbf{x}}^b , \tag{7}$$

y una vez que hemos obtenido los factores de Cholesky $\mathbf{L}$, $\mathbf{D}$, $\tilde{\mathbf{L}}$, y $\tilde{\mathbf{D}}$, entonces el análisis puede ser calculado como sigue ,

$$\mathbf{X}^a = \overline{\mathbf{x}}^a \cdot \mathbf{1}_N^T + \widehat{\mathbf{A}}^{\frac{1}{2}} \cdot \widehat{\mathbf{B}}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{\Delta X^b} \in \mathbb{R}^{\mathbf{n}\times\mathbf{N}} , \tag{8}$$

donde,

$$\overline{\mathbf{x}}^a = \overline{\mathbf{x}}^b + \mathbf{A} \cdot \mathbf{H}^T \cdot \mathbb{R}^{-1} \cdot \mathbf{d} \tag{9}$$

$$\mathbf{A}^{\frac{1}{2}} \approx \widehat{\mathbf{A}}^{\frac{1}{2}} = \left[\tilde{\mathbf{L}}^{\mathbf{T}} \cdot \tilde{\mathbf{D}}^{\frac{1}{2}}\right]^{-\mathbf{1}} , \tag{10}$$

$$\mathbf{B}^{-\frac{1}{2}} \approx \widehat{\mathbf{B}}^{-\frac{1}{2}} = \mathbf{L}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{D}^{\frac{1}{2}} . \tag{11}$$

A continuación describiremos el nuevo método.

III. Método propuesto

Una gran variedad de EnKF han sido propuestos en la literatura, la mayoría de éstos comparten un conjunto de supuestos básicos relacionados con los momentos de las distribuciones, a priori y a posteriori, y se clasifican en general como estocásticos y determinísticos.
Nuestra propuesta procede en la siguiente forma:

- A partir de los momentos empíricos del ensemble, (3a) y (3b), y haciendo uso de una descomposición apropiada de Cholesky determinamos los factores, (5).
- Una vez factorizado $\widehat{\mathbf{B}}^{-1}$ continuamos con la misma estrategia, de actualización de los factores de Cholesky, con ayuda de las adiciones iterativas de rango uno, obteniendo la descomposición correspondiente a la matriz de covarianza del análisis (6).
- Para el cálculo del análisis actualizado utilizamos la estrategia propuesta en los EnSRF; para que las perturbaciones satisfagan las ecuaciones correspondientes, usamos (2), (4) y,

$$\widehat{\mathbf{B}}^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\mathbf{X^b} - \overline{\mathbf{x}}^{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{1_N^T}\right) \sim \mathcal{N}\left(\mathbf{0}, \mathbf{I}\right) , \tag{12}$$

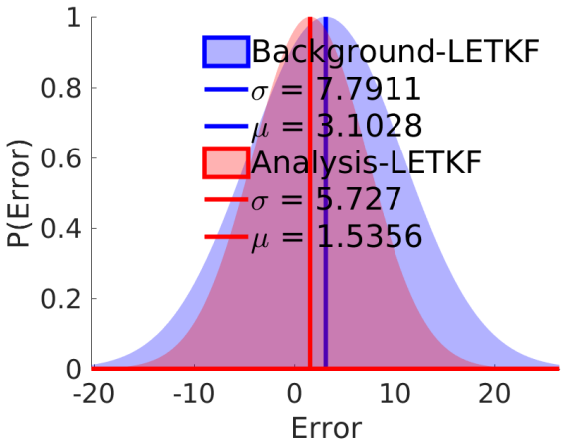
finalmente obtenemos nuestra ecuación del análisis actualizado, (8), que usamos para la implementación.
Es importante anotar que para la mencionada implementación utilizamos técnicas recomendadas como la descomposición de dominio [7], y la inflación entre otras.

IV. Resultados

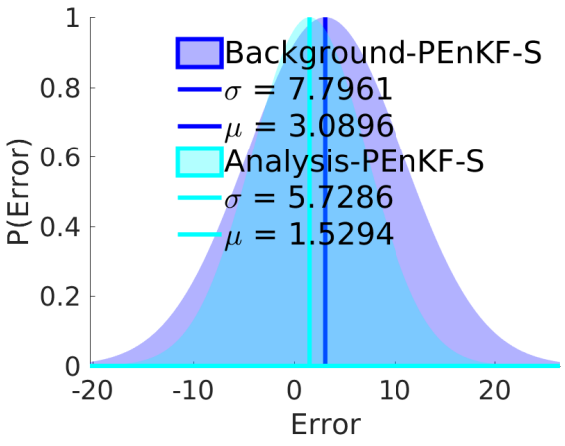
El modelo numérico utilizado fue el de Lorentz 96, el cual es descrito por el conjunto de ecuaciones diferenciales dados a continuación:

$$\frac{dx_k}{dt} = -x_{k-1} \cdot (x_{k-2} - x_{k+1}) - x_k + F, \tag{13}$$

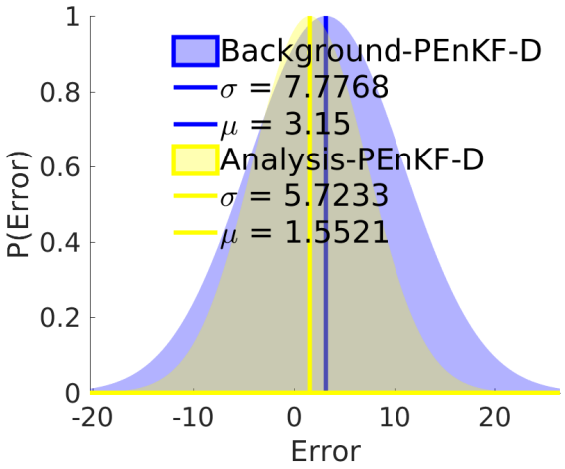
$1 \leq k \leq n$. n es el número de componentes en el modelo y F es una fuerza externa. se recomienda utilizar $F = 8$, con este valor del parámetro el modelo presenta una gran entropía. En nuestro caso los resultados obtenidos han sido similares a los correspondientes con los modelos contrastados, LETFK implementación propuesta por Hunt y PEnKF-S implementación propuesta por Niño en [6]. Esto puede ser apreciado en Fig. 1. donde se muestra la distribucion de los errores para la implementación propuesta, junto con las implementaciones usadas como referencias; en cada caso se presentan los valores estimados de los parámetros para los estados a priori y a posteriori.



(a) LETKF $\sigma_B = 0.05,\ N = 20$



(b) P-EnKF-S $\sigma_B = 0.05,\ N = 20$



(c) P-EnKF-D $\sigma_B = 0.05,\ N = 20$

Fig. 1: Distribución de los errores para las implementaciones LETKF, P-EnKF-S Y P-EnKF-D, en diferentes tiempos de observación. Para cada configuración, 50 corridas son realizadas. La ventana de asimilación consiste en 15 observaciones equidistantes.

V. Conclusion

El método propuesto estima los momentos del análisis actualizado basados en un ensemble, o conjunto de observaciones que tienen la misma distribución. Un estimado de la matriz de covarianza de los errores en el pronóstico se calcula con ayuda de la descomposición actualizada de Cholesky y matrices de rango uno. A partir de esta información y con nuevos datos disponibles se estima entonces la matriz de covarianza del análisis y se utilizan perturbaciones determinísticas que satisfagan las ecuaciones del ensemble para calcular el análisis actualizado. Finalmente, los resultados obtenidos de esta forma se contrastan con los obtenidos con LETKF y PEnKF-S.

References

[1] G. Evensen, *Data Assimilation: The Ensemble Kalman Filter*. Secaucus, NJ, USA: Springer-Verlag New York, Inc., 2006.

[2] J. S. Whitaker and T. M. Hamill, "Ensemble data assimilation without perturbed observations," *Monthly Weather Review*, vol. 130, no. 7, pp. 1913–1924, 2002.

[3] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations (3rd Ed.)*. Baltimore, MD, USA: Johns Hopkins University Press, 1996.

[4] E. D. Nino-Ruiz, A. Sandu, and X. Deng, "A parallel ensemble kalman filter implementation based on modified cholesky decomposition," in *Proceedings of the 6th Workshop on Latest Advances in Scalable Algorithms for Large-Scale Systems*. ACM, 2015, p. 4.

[5] P. J. Bickel and E. Levina, "Covariance regularization by thresholding," *The Annals of Statistics*, pp. 2577–2604, 2008.

[6] E. D. Nino-Ruiz, A. Mancilla, and J. C. Calabria, "A posterior ensemble kalman filter based on a modified cholesky decomposition," *Procedia Computer Science*, vol. 108, pp. 2049–2058, 2017.

[7] E. Ott, B. Hunt, I. Szunyogh, A. V. Zimin, E. J. Kostelich, M. Corazza, E. Kalnay, D. J. Patil, and J. A. Yorke, "A Local Ensemble Transform Kalman Filter Data Assimilation System for the NCEP Global Model," *Tellus A*, vol. 60, no. 1, pp. 113–130, 2008. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1111/j.1600-0870.2007.00274.x

Metodología para Diseño Óptimo Semiautomático de Rampas en Minería Subterránea

Sergio Montané
DELPHOS Mine Planning Lab
AMTC
DIMIN, Universidad de Chile
Santiago, Chile
smontane@delphoslab.cl

Pierre Nancel-Penard
DELPHOS Mine Planning Lab
AMTC
DIMIN, Universidad de Chile
Santiago, Chile
pnancel@delphoslab.cl

Nelson Morales
DELPHOS Mine Planning Lab
AMTC
DIMIN, Universidad de Chile
Santiago, Chile
nelson.morales@amtc.cl

***Resumen*— Hoy en día no existe una metodología que esté aceptada totalmente por la industria minera para el diseño de rampas en minera subterránea, quedando a criterio de cada ingeniero el desarrollo de esta infraestructura. En este trabajo, se pretende presentar una metodología para el diseño de rampas, que contempla el uso de un modelo de optimización. Se definen los inputs del modelo, para luego mostrar los resultados al utilizarlo en un caso de estudio.**

Palabras clave: modelo optimización; rampas; minería subterránea; diseño minero

I. INTRODUCCIÓN

La planificación minera surge como disciplina que permite orientar de manera estratégica la minería para transformar un recurso mineral en un negocio minero. El resultado de este proceso es un plan de producción y diseño minero que delinean la mejor estrategia para capturar valor para los dueños o inversionistas.

El presente trabajo busca desarrollar una metodología que permita asistir el diseño de rampas para minería subterránea, minimizando tanto costos de construcción como costos de operación. La metodología contempla un modelo de optimización al cual se le ingresan los inputs del diseño de rampas, para luego obtener los puntos sugeridos para lograr la configuración que minimiza los costos, quedando como tarea para el ingeniero el diseño final detallado.

Para el desarrollo del modelo de optimización no se considera la variabilidad temporal en la construcción de la rampa y posterior operación de la mina. Esto también se aplica en el cálculo de costos, los cuales no contemplan flujos descontados en el tiempo, sino un valor total. Se contempla el uso de perforación y tronadura como método de construcción de las galerías y el orden en que se ejecutan las obras de construcción es de acuerdo a la disposición de los niveles de producción.

El trabajo incluye en primer lugar el desarrollo del modelo matemático de optimización, incorporando los inputs necesarios que se deben contemplar en el diseño de rampas; luego, se valida el modelo, realizando pruebas que permitan verificar que el comportamiento del modelo de optimización es el esperado al ir variando los valores ingresados como inputs. Finalmente, se aplica el modelo de optimización a un caso de estudio, con el fin de comparar los resultados obtenidos por medio esta metodología con los resultantes de un estudio de prefactibilidad.

II. MODELO MATEMÁTICO

El modelo matemático consiste en una resolución de un problema de minimización de costos a partir de una ruta que debe ser establecida con el fin de conectar o pasar lo más cerca posible de los puntos de acceso a los niveles productivos de la mina. Para esto, se definen las entradas que debe incorporar el modelo de optimización.

- Se define una forma guía a partir del cual se genera la rampa, la cual va a determinar la forma de ésta. Además, se establece una frontera de tolerancia para la ubicación de los puntos de la rampa a partir de la forma guía.
- Se establecen la cantidad y ubicación de los puntos de acceso a los niveles de producción, junto con el tonelaje asociado a cada uno.
- Se debe ingresar la pendiente máxima tolerable en la construcción de la rampa.
- Se definen los costos asociados a la rampa, asociados tanto a la construcción como a la operación.
- Se define el sentido de la rampa (horario o antihorario).
- Se pueden definir el punto de inicio y el punto de término de la rampa.

De este modelo, se espera que la metodología tenga el flujo de información en la siguiente forma.

Fig. 1 Flujo del modelo de optimización.

Para el modelo matemático, se define la siguiente variable, sea x_{ij} el tramo en metros correspondiente a la distancia entre el punto i y el punto j, que es parte de la rampa. Tiene un valor en metros si es parte de la rampa y un valor 0 si es que no pertenece a ella.

Este valor es utilizado para calcular el costo asociado a la construcción del tramo y para el costo de acarreo de mineral, sujeto a una penalización en caso de que éste sea con forma de arco.

La función objetivo simplificada del problema es la que se presenta a continuación.

$$mín \sum_{i,j} (a_{ij} \cdot x_{ij} \cdot (C_d + C_{Vd}) + a_{ij} \cdot x_{ij} \cdot C_a \cdot (1 + C_{Va}) \cdot Ton_n) \cdot (1 + P_c)$$

a_{ij}: Longitud en metros del tramo o arco que une los puntos i y j ([m]).
C_d: Costo de desarrollo ([USD/m]).
C_a: Costo de acarreo de mineral ([USD/ton/m]).
C_{Vd}: Costo de ventilación en el desarrollo ([USD/m]).
C_{Va}: Costo de ventilación en el acarreo de mineral ([%]).
Ton_n: Tonelaje correspondiente al sector productivo *n* ([ton]).
P_c: Penalización por arcos ([%]).

Para resolver el problema, se hace uso del optimizador Gurobi y de códigos de la librería MineLink desarrollados en C++.

Una vez que el modelo se ejecuta, éste entrega un reporte de los costos involucrados en el diseño propuesto, detallando además los metros de construcción necesarios para dicha solución. Estos costos son dependientes de los tramos que se deben construir y transitar por los equipos, junto con el tonelaje asociados a los niveles de producción.

Por otro lado, se tiene como output un archivo de texto que contiene los puntos que son parte de la solución, los cuales representan la sección de la rampa. Al visualizar estos puntos, éstos se ven como bloques, cuyo tamaño varía dependiendo de la resolución que se utilice. Este diseño contempla las dimensiones originales del diseño final, sus costos y el tonelaje asociado a la construcción. Cabe mencionar que esta solución debe ser refinada por el ingeniero a cargo del diseño, pasando desde los puntos a la sección real de la galería mediante el uso de algún software CAD minero.

Es importante destacar que la resolución que se utilice para cubicar el espacio de trabajo para el diseño de la rampa depende del usuario. Esta resolución define el tamaño de los bloques que representan los puntos del volumen de trabajo y define el nivel de detalle que pueda tener la solución. Por lo tanto, es que el usuario debe tener un criterio de diseño de manera que pueda verificar que los resultados que se tengan sean factibles de realizar. En este sentido, el diseño entregado por el modelo debe ser refinado y operativizado posteriormente.

III. Caso de Estudio

Para evaluar el funcionamiento del modelo de optimización y la metodología, se hace uso de un caso de estudio, buscando replicar los diseños obtenidos.

Los datos que se utilizan en el desarrollo del presente caso son proporcionados por una empresa de ingeniería, cuya identidad no será revelada por acuerdos de confidencialidad. Los datos provienen de un estudio de prefactibilidad realizado por la empresa en el año 2014, que abarca desde el ámbito geoestadístico hasta el análisis económico final. El proyecto (desde ahora "Proyecto B") corresponde a una mina cuyos productos principales son oro y plata y su método de explotación es Bench & Fill.

El layout propuesto considera los siguientes criterios:

- La mina estará dividida en tres zonas de explotación: Mina Y este, Mina Y oeste y Mina V. Cada una de estas minas tendrá su propia rampa de acceso, las que estarán ubicadas de acuerdo a la distribución y morfología del yacimiento.
- Los niveles de producción estarán separados cada 12 metros verticalmente, los que tendrán un drift principal para conectar los cruzados que permiten el acceso a los drifts de extracción.

Se destaca, además, que desde el nivel 1,187 [m] hasta el nivel 1,475 [m], existe un drift principal que conecta dos niveles consecutivos a través de galerías llamadas pivotes. Desde el nivel 1,487 [m] hasta el nivel 1,691 [m] se tiene un drift principal por cada nivel, esto quiere decir que no existen pivote desde el nivel 1,487 [m] hacia arriba.

Para utilizar el modelo de optimización, se escogen tres zonas: Zona Y este, Zona Y oeste inferior y Zona Y oeste superior.

Los resultados obtenidos se presentan en la Fig. **2**, donde se observa una comparación entre el diseño preliminar obtenido con la metodología propuesta y los que se tenían del estudio de prefactibilidad del caso de estudio.

Al comparar los diseños originales con los obtenidos del modelo se observa que, en general, el modelo puede replicar los diseños hechos por el estudio de ingeniería. Para la zona este inferior, se puede ver que la réplica es casi la igual al diseño original, pues sigue el mismo trayecto y ocupan el mismo espacio físico. En la zona oeste inferior se observan diferencias en la parte de arriba, pues el diseño obtenido desde el modelo de optimización tiene un trayecto mayor en dicho sector; mientras que en el sector de abajo se nota similitud en los diseños. Esta diferencia se debe a que el diseño original presenta dos pendientes en esa zona, lo cual no se puede ingresar en el modelo de optimización directamente. Para lograrlo habría que separar esta rampa en dos y luego adjuntarlas. Finalmente, en la zona oeste superior se ve similitud en los diseños, salvo ciertas diferencias en el sector inicial de la rampa, debido a que esa zona tiene mayor complejidad para modelar y crear la forma guía de la rampa.

TABLA 1. Costos diseños caso de estudio.

Caso de Réplica	Costo Total Aproximado [MUSD]
Zona Y este	10.8
Zona Y oeste inferior	10.5
Zona Y oeste superior	5.5

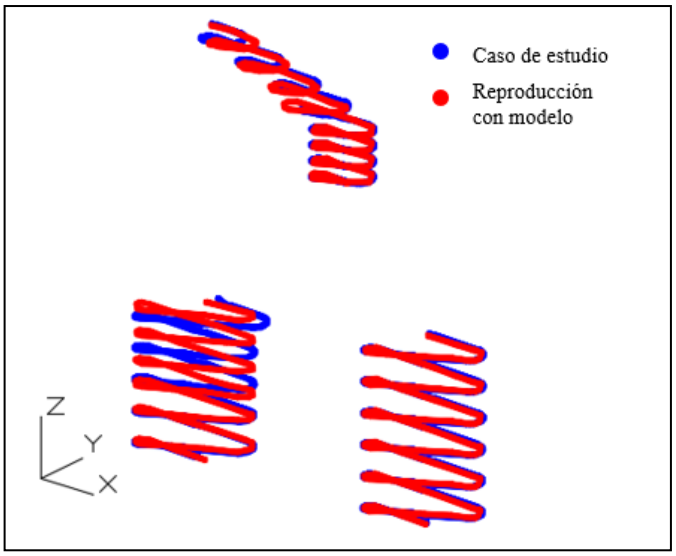


Fig. 2. Visualización de diseños reales y reproducción con modelo en las tres zonas.

IV. Conclusiones

Los diseños realizados en el caso de estudio permitieron verificar que el modelo es capaz de replicar en gran parte los diseños del estudio de ingeniería, por lo que se tiene una herramienta que puede proponer soluciones factibles en la industria.

Los tiempos requeridos para la ejecución del modelo de optimización resultan ser prudentes, entre 1 a 3 minutos dependiendo del caso. La complejidad radica en establecer bien la forma guía de la rampa de acuerdo a las condiciones del caso.

Finalmente, se tiene que el modelo es capaz de entregar soluciones que pueden asistir en el diseño de rampas de una mina, facilitando la labor del ingeniero a cargo y entregando un criterio de mayor objetividad.

A modo de recomendación, se tiene que el modelo puede ser mejorado en bastantes aspectos, con el fin de que las soluciones sean más flexibles y consideren una mayor cantidad de parámetros.

Dado que el modelo no contempla un secuenciamiento de construcción ni extracción, se puede considerar el factor temporal en la construcción de la rampa y operación de la mina, con el fin de tener un costo actualizado del diseño.

Otra mejora que se puede realizar es con respecto a la flexibilidad de la forma guía para la rampa, agregando otro tipo de diseños que permitan tener opciones al usuario, las que pueden hacer que el modelo se vuelva más complejo a la hora de programar y cambie la metodología de resolución.

Referencias

[1] Brazil, M., Lee, D. H., Rubinstein, J. H., Thomas, D. A., Weng, J. F. and Wormald, N. C. (2002) A network model to optimise cost in underground mine design. The University of Melbourne, Australia.

[2] Brazil, M., Lee, D. H., Rubinstein, J. H., Thomas, D. A., Weng, J. F. and Wormald, N. C. (2004) Optimization in the design of underground mine access. Uncertainly and Risk Management in Orebody Modelling and Strategic Mine Planning.

[3] Brazil, M. and Thomas, D. A. (2006) Network optimization for the design of underground mines. The University of Melbourne, Australia.

[4] Brazil, M., Grossmann, P. A., Lee, D. H., Rubinstein, J. H., Thomas, J. F. and Wormald, N. C. (2007). Constrained path optimisation for underground mine layout. Proceedings of the World Congress on Engineering: July 2-4, 2007, London U.K.

[5] Brazil, M., Grossman, P., Rubinstein, J. H. and Thomas, D. A. (2014) Improving underground mine access layouts using software tools. Interfaces. Vol. 44 (2): 195-203.

[6] Chang, A. J., Brazil, M., Rubinstein, J. H. and Thomas, D. A. (2013) Optimal curvature-constrained paths for general directional-cost functions. Optimization and Engineering. Vol 14 (3): 395-416.

[7] Chatterjee, P. K. and Sridhar, C. K. (1986) Computer-aided mine design and planning for underground mines. Can Inst Mining Metallurgy Bull. Vol. 79: 55-60.

[8] De Smith, M. J. (2006) Determination of gradient and curvature constrained optimal paths. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering. Vol. 21 (1): 24-38.

[9] Ghaffariyan, M. R., Stampfer, K., Sessions, J., Durston, T., Kuehmaier, M. and Kanzian, C. (2010) Road network optimization using heuristic and linear programming. Journal of Forest Science. Vol. 56 (3): 137-145.

[10] Grossmann, P. A., Brazil, M., Rubinstein, J. H. and Thomas, D. A. (2013) Minimal curvature-constrained paths in the plane with a constraint on arcs with opposite orientations. International Journal of Computational Geometry & Applications. Vol. 23 (3): 171-196.

[11] Newman, A. M., Rubio, E., Caro, R., Weintraub, A. and Eurek, K. (2010) A review of operations research in mine planning. Interfaces. Vol. 40 (3): 222-245.

[12] Stebbins, S. (2011) Mining Cost Service. CostMine, InfoMine USA.

Session MB2
Integer Optimization Theory and Applications

- *A Decisions Support System based on a Mixed Integer Linear Model for Purchasing and Storing Fresh Fruit*; Soto Silva, Wladimir; González Araya, Marcela; Plà Aragonés, Lluís Miquel.
- *Distritación y Asignación de Escaños para la Reforma al Sistema Electoral Chileno*; Rebolledo, Rodrigo; Chavéz, Gustavo; Cornejo, Óscar; Obreque, Carlos.
- *Advanced Algorithms and Recent Advances in Gurobi*; Espinoza, Daniel.
- *Programación de tareas en la restauración de la red vial luego de un aluvión*; Aravena, Matías; Lüer-Villagra, Armin.

A Decisions Support System based on a Mixed Integer Linear Model for Purchasing and Storing Fresh Fruit

Wladimir E. Soto-Silva
Departamento de Computación e Informática
Universidad Católica del Maule
Talca, Chile
wsoto@ucm.cl

Marcela C. González-Araya
Department of Industrial Engineering,
Faculty of Engineering,
Universidad de Talca
Curicó, Chile
mgonzalez@utalca.cl

Lluís M. Plà-Aragonés
Dep. Mathematics.
University of Lleida
Lleida, España
lmpla@matematica.udl.cat

***Abstract*— A decision support system (DSS) to optimize purchasing operations, cold storage selection and fresh fruit freight trips is proposed. The developed DSS seeks to facilitate decisions in a fresh fruit for processing supply chain. Currently, these activities are carried out independently and are not automatized. For this reason, the DSS aims to offer a tactical planning for a processing season. The DSS was implemented in a real case study of a company of dehydrated apples. The implementation shows that it is possible to achieve improvements of approximately 10% in costs per season.**

Keywords*— *Decisions Support System in Agriculture, Tactical Planning, Agricultural Planning

I. INTRODUCTION

The Chilean exports of dehydrated products have shown a rapid growth in the last decades. This is reflected in the total of agro-industrial products exported, where 36% corresponds to dehydrated products, and dried apple in particular has a 7% participation. In 2010, sales were more than US $ 251 million and 122 thousand tons were exported [1]. The growth of dehydrated product industry is also reflected in the participation within the 201 agro-industries registered in Chile in 2005, where 33% is dehydration plants, 29% is frozen product plants, 28% canning plants, and 9% juice plants [2]. Currently, Chile is the first world exporter of dried apples, representing 33.3 % of global exports [3].

In the dried fruit industry (Fig. 1), the purchase of a good fresh product and storage are critical issues within the supply chain, since both activities are related to obtaining a good yield in the transformation of fresh fruit into dried fruit [4,5]. In this sense, the technology of storage selection is relevant, because it is necessary to maintain the fruit quality at the time it is processed [4]. Currently, in Chile there is no a supporting tool to take an optimal decision for the purchasing process, storage and transport of fresh fruit for the dehydration process [5], so the decisions are made based on the experience of the related stakeholders [5].

In this research, a tactical decision support system (DSS) for the purchase, transport and storage of fresh products is proposed. This DSS aims to minimize the costs related to these activities and to maintain the fruit quality as long as possible. The DSS implements the mathematical model proposed by [5]. The authors present a mixed integer linear programming that allows optimal planning of supply, storage and transport of fresh fruit. As mentioned by [6], [9] and [10], there are many areas in agriculture where it is necessary to develop tools to support the decision (DSS) in order to improve the efficiency in different processes within the agricultural supply chain [8].

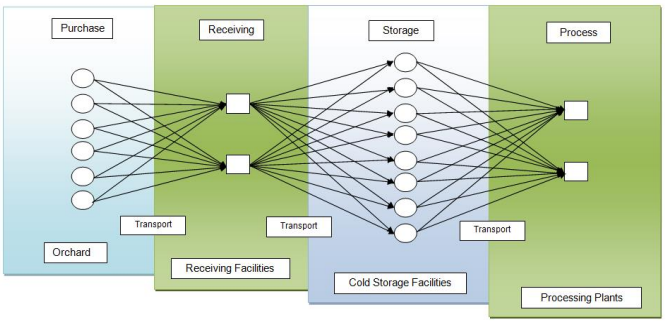


Fig. 1. General structure of the supply chain for apples destined for processing in Chile [5].

The DSS developed in this research is applied to a real Chilean case study, corresponding to a processing plant of dehydrated apples. The analyzed plant works with approximately 236 fresh fruit growers, and has an annual fruit demand of about 28 million kilograms. The plant possesses 12 cold storage centers, summing a total of 70 cold chambers. These cold chambers have different refrigeration technologies. During the processing season, the company leases a fleet of approximately 30 trucks for the fruit transportation. The trucks are classified in three categories according to their load capacity.

II. DECISIONS SUPPORT SYSTEM DESIGN

To help make purchasing, storage and transport decisions of fresh fruit for the dehydration process, the following section presents the development of a DSS. The main objective of the DSS is that the user, in particular the one responsible for the supply and storage of a process industry, can generate supplying plans and lease contracts with cold storages. This can be done through a computer tool that implies easy communication with the user and the given solution will be

supported by a mathematical model that delivers the optimal solution to the problem.

Currently, agriculture is in constant change due to, for example, the market conditions, weather, exchange rates, supplies shortage, among others. That is why it is necessary to optimize the processes to ensure that the decisions taken are the most efficient, thereby reducing the costs and time in the implementation of solutions [9].

A. Mathematical Model

The mathematical model implemented in the DSS is a mixed integer linear programming model which looks for and integrates all the requirements of the fresh fruit supply problem for a dehydration plant, focusing on the purchase, storage and transport. The model used corresponds to the integrated model proposed by [5], which seeks to respond to the problem.

The objective of the mathematical model is to minimize the total costs involved in the process. These costs are generated by the purchase, storage and transportation of fresh fruit. To select the fresh fruit suppliers, it is important to select those that enable them to comply with the requirement of the same type and segregation of fruit requested by the commercial area of the company, at a minimal cost. For the cold storage, it is important to minimize the number of cold chambers that are used to maintain the fruit quality as long as possible. This is due to the fact that the process in plant takes about 9 months, because of the capacities of daily process in plants. It must be considered that the purchase and storage must be guided by the final objective of finding good yields in the conversion of fresh fruit into dried fruit, therefore questioning what is purchased, how much is purchased and where it is stored play a critical role in the supply chain of dried apples [4,5].

Constraints description of the mathematical model proposed by [5] is presented as follows:

The objective function (1), seeks to minimize the associated costs with the fruit purchase, transportation cost from the growers to the processing plant and the administrative costs of the growers who the fruit is purchased from. It also minimizes the fixed and variable costs associated with transport from the process plant to the storage centers, costs of maintaining the fruit in cold chambers and fixed costs for storage and chamber.

Constraint (2) establishes that if any fruit variety is bought from a producer, all the producer's fruit supply must be bought. Constraint (3) indicates that the quantity of fruit to buy of a specific type and specific storage time must meet the processing plant's demand. Constraint (4) shows that the quantity of fruit to buy will be less than the supply that is available from the producers. Constraint (5) allows determining the number of total trips to be made per truck during the purchase season. Constraint (6) establishes that only one type of fruit can be stored in each cold chamber. Constraint (7) makes the amount of fruit to be stored in each of the cold chambers in the warehouses subject to the choice of chamber and its storage capacity

$$
\begin{aligned}
Minimize \sum_{p\in P}\sum_{q\in Q}\sum_{t\in T} CC_{pqt}X_{pqt}O_{pqt} &+ \sum_{p\in P}\sum_{q\in Q}\sum_{t\in T} CT_p X_{pqt}O_{pqt} \\
&+ \sum_{p\in P} CA_p C_p \\
&+ \sum_{l\in L}\sum_{p\in P}\sum_{q\in Q} CFT_l\, Y_{lpq} \\
&+ \sum_{q\in Q}\sum_{t\in T}\sum_{c\in C}\sum_{n\in N}\sum_{l\in L}(CT_{qtc} + CE_{cn})\, X_{qtcnl} \\
&+ \sum_{c\in C} CA_c\, A_c \\
&+ \sum_{c\in C}\sum_{n\in N}\sum_{q\in Q}\sum_{t\in T} CF_{cn}\, ME_{cnqt} \\
&+ \sum_{l\in L}\sum_{c\in C}\sum_{n\in N} CFT_l\, Y_{lcn}
\end{aligned} \tag{1}
$$

Subject to:

$$\sum_{q\in Q}\sum_{t\in T} X_{pqt} \le M\, C_p \qquad \forall p\in P \tag{2}$$

$$\sum_{p\in P}\sum_{t\in T}\sum_{l\in L} W_{pqtl} \ge \sum_{t\in T} D_{qt} \qquad \forall q\in Q \tag{3}$$

$$\sum_{l\in L} W_{pqtl} \le X_{pqt}\, O_{pqt} \qquad \forall q\in Q, p\in P, t\in T \tag{4}$$

$$\sum_{t\in T} W_{pqtl} \le QM_l\, Y_{lpq} \qquad \forall q\in Q, l\in L, p\in P \tag{5}$$

$$\sum_{t\in T}\sum_{q\in Q} ME_{cnqt} \le 1 \qquad \forall c\in C, n\in N \tag{6}$$

$$\sum_{l\in L} X_{qtcnl} \le W_{cn} ME_{cnqt} \qquad \forall c\in C, n\in N, t\in T \tag{7}$$

$$\sum_{c\in C}\sum_{n\in N}\sum_{l\in L} X_{qtcnl} = \sum_{p\in P}\sum_{l\in L} W_{pqtl} \qquad \forall q\in Q, t\in T \tag{8}$$

$$\sum_{n\in N}\sum_{q\in Q}\sum_{t\in T} ME_{cnqt} \le qtyc\, A_c \qquad \forall c\in C \tag{9}$$

$$ME_{cnqt} = 0 \qquad \forall c\in C, n\in N, q\in Q, t\in T: t < TE_{cn} \tag{10}$$

$$\sum_{q\in Q}\sum_{t\in T} X_{qtcnl} \le QM_l\, Y_{lcn} \qquad \forall l\in L, c\in C, n\in N \tag{11}$$

$$Y_{lcn}, Y_{lpqt} \in Z^+ \qquad \forall l\in L, c\in C, n\in N, p\in P, q\in Q, t \tag{12}$$

$$A_c, ME_{cnqt}, X_{pqt}, C_p \in \{0,1\} \qquad \forall c\in C, n\in N, p\in P, q\in Q, t\in T \tag{13}$$

$$X_{qtcnl}, W_{pqtl} \ge 0 \qquad \forall p\in P, q\in Q, t\in T, c\in C, n\in N, l\in L \tag{14}$$

Constraint (8) allows joining the purchase and storage together given that the fresh produce purchased is equal to the fresh produce to be stored in the cold chambers. The other constraints for this model correspond to the constraints given in the purchasing and storing models. Constraint (9) establishes the activation of a cold chamber within a warehouse in order to store fruit only if the warehouse is active. Constraint (10) ensures that fruit is not stored in a cold chamber if it has a length of storage time lower than the chamber's refrigeration technology allows it to stock. Constraint (11) limits the maximum number of trips per truck at full capacity according to truck type and the amount of fruit to buy from the producers. Constraints (12), (13) and (14) correspond to the integrality and non-negativity constraints of the decision variables.

B. DSS Structure

The DSS structure considers that the mathematical model is connected to a database. Both elements are nested in the DSS whose main component is the interface with the user.

The mathematical model is the starting point to begin developing a DSS, which gives the empirical validation of the problem that has been represented. In order to obtain solutions, it is necessary to handle input data for the mathematical model, which are the parameters required for modeling the problem. The storage of these parameters is performed in a database. In the same way, the outputs of the model, called decision variables, are managed through a database.

The communication with the user is done through an interface, which is responsible for the decision-maker. For the DSS developed, work is carried out with the storage and production area of a processing plant, in order to analyze the best alternatives in the management of the input/output of data from DSS.

Graphic interface DSS in the programming platform of NetBeans IDE (version 8.0) is created. This tool aims at lifting relevant information to generate various input parameters to the model, developing the respective programming of the problem, based on the programming language of optimization software ILOG OPL Development Studio IDE (version 6.0.1) using the Cplex software (version 12.6) as an engine of solution.

An important point to be considered is that the development of the graphical interface and the design of the database are made with free software.

III. Example of obtained Results for the Case Study

Currently in Chile, the most used tool for storing data is spreadsheet as Excel. For this reason, the data analysis was done in this software. As an example of the different results and reports obtained by the DSS, in Table 1 is presented the purchase report of fresh fruit suggested by the DSS.

TABLE 1. Results obtained by DSS for fresh fruit purchase

Fresh Fruit Purchase	Type of quality			
Variety of fruit	Long Quality	Medium Quality	Short Quality	Total Bins
Royal Gala	5,393	3,488	3,119	12,000
Granny Smith	11,139	8,119	14,742	34,000
Fuji	11,761	3,994	6,245	22,000
Brearburn	3,000	-	-	3,000
Pink Lady	2,000	-	-	2,000
Rojas	1,000	-	-	1,000
Total Bins	34,293	15,601	24,106	74,000

As it can be observed in Table 1, the demand of the processing plant is 74,000 bins of fresh fruit for the season. This demand is satisfied purchasing different varieties and qualities of fresh apple. The DSS also provides reports suggesting the purchase plan according to each fruit producer, the fresh fruit cold storage allocation and the number of truck trips during a season.

IV. Conclusions

Usually, among agri-industry processing companies, the size of database can change dramatically depending on the number fruit suppliers and available cold storages. For this reason, the proposed DSS must be flexible enough to be implemented in different kinds of processing plants.

The DSS contributes to support complex decisions currently made based on the experience of plant professionals. The DSS implementation could reduce about 8% of fresh fruit purchase costs. Also, it could save cold storage costs of about 7% and transportation costs of about 9%. This represents total costs savings around US$50,000 for the 2010 processing season.

References

[1] Chilealimentos. Diagnóstico Sectorial, Ambiental y Energético. Industria Procesadora de Frutas y Hortalizas. Santiago: Asociación de Empresas de Alimentos de Chile, 2010.

[2] CIREN – Centro de Información de Recursos Naturales. Report N°4: Storage Cold Capacity in Fruit Industry. In Spanish. Download from the link: http://bibliotecadigital.ciren.cl/gsdlexterna/collect/bdirenci/index/assoc/HASH01ba.dir/bolfrut4.pdf, 2005.

[3] Bravo, J. Chile y el mercado mundial de la fruta industrializada. Santiago-Chile: ODEPA, 2010.

[4] Oliva, M. Optimization Model for Agribusiness' Apple Supply Chain. Programa de Magíster en Gestión de Operaciones, Facultad de Ingeniería. Universidad de Talca. In Spanish, 2011.

[5] Soto-Silva, W., González–Araya M, Oliva-Fernández, M., Pla-Aragones L. Optimizing Fresh Food Logistics for Processing: Application for a Large Chilean Apple Supply Chain. Computers and Electronics in Agriculture: 136, 42–57

[6] Mir, S., Quadri, S. Decision Support Systems: Concepts, Progress and Issues – A Review. E. Lichtfouse (ed.), Climate Change, Intercropping, Pest Control and Beneficial 373 Microorganisms, Sustainable Agriculture Reviews 2, DOI 10.1007/978-90-481-2716-0_13, Springer Science Business Media B.V., 2009

[7] López-Milán, E., Plà-Aragonés, L. A decision support system to manage the supply chain of sugar cane. Ann Oper Res. 219: 285–297. DOI 10.1007/s10479-013-1361-0, 2014.

[8] Sanchez-Cohen, I., Díaz-Padilla, G., Velasquez-Valle, M., Slack, D., Heilman, P., Pedroza-Sandoval, A. A decision support system for rainfed agricultural areas of Mexico. Computers and Electronics in Agriculture. 114: 178–188, 2005.

[9] Fountas, S., Carli, G., Sørensen, C., Tsiropoulos , Z., Cavalaris,D.,Vatsanidou, B.,Liakos, B., Canavari, M., Wiebensohn, J., Tisserye, B. Farm management information systems: Current situation and future perspectives. Computers and Electronics in Agriculture, 115: 40–50, 2015.

[10] Jain, R., Raju, S. Decision Support System in Agriculture Using Quantitative Analysis. Edited by Rajni Jain and S S Raju. Agrotech Publishing Academy Udaipur, 2016.

Distritación y Asignación de Escaños para la Reforma al Sistema Electoral Chileno

Rodrigo Rebolledo Vega
Departamento de Ingeniería Industrial, UCSC
Concepción, Chile
rrebolledo@ucsc.cl

Óscar Cornejo Zúñiga
Departamento de Ingeniería Industrial, UCSC
Concepción, Chile
ocornejo@ucsc.cl

Gustavo Chávez Errázuriz
Departamento de Ingeniería Industrial, UCSC
Concepción, Chile
grchavez@ing.ucsc.cl

Carlos Obreque Níñez
Departamento de Ingeniería Industrial, UBB
Concepción, Chile
cobreque@ubiobio.cl

***Abstract*— La representatividad de la geografía electoral del Sistema Binominal chileno, siempre ha sido tema problemático a la hora de las elecciones. Si bien la reforma del año 2015 aborda en mejor medida las distorsiones que el binominal manifestaba, aún sigue expresando los flagelos democráticos impuestos por su mapa antecesor. Bajo este escenario, se introduce un modelo de programación matemática, para crear los distritos y asignar los escaños de la Cámara de Diputados en Chile, obteniendo una mejora sustancial en el indicador *Malapportionment*.**

***Keywords*— Representatividad, Distritación Electoral, Asignación de Escaños, Malapportionment.**

I. INTRODUCCIÓN

La representación de un sistema electoral, es el diseño del mapa electoral y su respectiva asignación de escaños. Una apropiada representatividad, es señal característica de naciones que poseen sanas democracias. Uno de los requisitos fundamentales de la representatividad, radica en el diseño del mapa electoral, si el mapa electoral logra reflejar con un aceptable nivel el principio de una "persona, un voto", podemos decir entonces que el sistema electoral es representativo.

El sistema electoral que se encargaba de la elección de representantes en el Congreso Chileno, era el Sistema Binominal. En este la representatividad era fuertemente cuestionada, y esto, se debía principalmente al mal diseño de su mapa electoral, en el cual, se observaban importantes diferencias de población en sus 60 distritos constituyentes [1]. Estas diferencias de población tenían fuertes distorsiones en la proporcionalidad del voto, manifestado en sus distritos de baja población, un poder de voto de hasta ocho veces más fuerte que el voto de una persona de un distrito que agrupaba una alta población. Esta desproporcionalidad en el voto, violaba completamente el principio de representatividad de un sistema electoral. Durante varios años se intentó poner fin al Sistema Binominal y finalmente en el año 2015 se modifica con la Reforma al Sistema Electoral. La Reforma, acabó con el Binominal en su totalidad y mejoró varios aspectos demandados desde el nacimiento de éste. Es así como esta Reforma incorporó muchos cambios, sobre todo con la creación de un nuevo mapa electoral diametralmente distinto al de su antecesor, siendo mucho más representativo. Sin embargo, a pesar de las mejoras que este nuevo mapa presenta, se evidencia, en este trabajo, que este mapa electoral sigue manifestando estas distorsiones, aunque en menor medida.

En este trabajo, el enfoque para desarrollar la composición de un nuevo mapa electoral con su respectiva asignación de escaños, es a través de la Programación Matemática que permite agrupar a todas las comunas de Chile en distritos, y asignarle escaños a cada uno de ellos de una manera más proporcional a su población. Este enfoque, no se ha manifestado en ninguna propuesta de Reforma de redistritación, ya que tradicionalmente el problema de distritación en Chile, se resuelve mediante habilidades de elaboración de mapas basada en criterios básicos como de geografía y una cuestionada proporcionalidad en la fuerza del voto.

II. MODELO

A. Malapportionment

Con excepción de los sistemas de distrito único, todos los sistemas electorales de los regímenes democráticos existentes están, en alguna medida, sobre o sub-representados distritalmente Algunos lo están por imposibilidad matemática; a veces es muy difícil que un distrito reciba exactamente una cantidad de escaños proporcional a su población. Por imposibilidad geográfica; a veces existen zonas que están en lejanía territorial y no pueden ser agrupadas o presentan escasa población. Por representatividad política obligada; existen zonas de muy baja población, que obligadamente necesitan escaños adicionales, a pesar de que esto no se justifique por su escasa población. Se puede calcular la proporcionalidad del mapa electoral de un país a partir de la diferencia entre el porcentaje de escaños y el porcentaje de población a través de sus distritos constituyentes. La

agregación de las diferencias distritales arroja un coeficiente de *Malapportionment* del sistema electoral. El indicador de *Malapportionment* se obtiene aplicando el cálculo del índice de proporcionalidad de Loosemore y Hanby [2], con una pequeña variante: en lugar de establecer la diferencia entre votos y escaños de los partidos, se calcula la diferencia entre el porcentaje de población de un distrito y el porcentaje de escaños que se eligen en el mismo.

$$Malapportionment = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{D}|\%E_i - \%P_i| \qquad (1)$$

dónde: D es el número de distritos, $\%E_i$ es el porcentaje de escaños de un distrito, $i = 1,.., D$, $\%P_i$ es el porcentaje de población de un distrito, $i = 1,.., D$.

En este trabajo usa el *Malapportionment* y el principio de "una persona un voto" para medir la desproporcionalidad de la fuerza del voto en los mapas electorales del Sistema Binominal, de la Reforma de 2015 y los mapas electorales propuestos en este trabajo, con la finalidad de compararlos entre sí e identificar cual es el más representativo en función de la proporcionalidad población-escaño. Esto se justifica en las mejores prácticas que se recomiendan y se utilizan a nivel mundial en algunas naciones con sanas democracias. En Chile, no hay un nivel máximo de *Malapportionment* permitido establecido en la constitución. El Sistema Binomial tenía un 17,79 y la Reforma del 2015 permitió bajarlo a un 10,57. Si bien, cierta parte del 10,57 puede justificarse principalmente por las regiones extremas que presentan escasa población y que forzosamente se les deben dar más escaños de los que en realidad se les deberían asignar proporcionalmente, no se justifica en su totalidad y la sobre y sub representatividad de algunos distritos se puede mejorar.

B. Modelo

Este modelo combina dos problemáticas antes estudiadas como es la distritación (o redistritación) [3], [4] y [5]; y la asignación de escaños en donde una vez definidos los distritos se busca asignar los escaños a cada distrito con objetivos como pueden ser la equidad de voto de la población [6]. El procedimiento estándar del problema de distritación es definir el área de interés y las unidades básicas indivisibles. En este trabajo, se definirá a la comuna como unidad básica indivisible, donde I es el número de comunas. Cada unidad se debe asignar a uno y sólo uno de los distritos. El área de interés contiene un total de D distritos. Un plan de distritación es el conjunto de D distritos que abarcan el área de interés.

La contigüidad y la compacidad son esenciales a la hora de la construcción de distritos, la primera se refiere a que no se pueden crear distritos con comunas desconectadas entre sí y la segunda en que se deben crear formas regulares de distritos. El modelo propuesto aquí, no la garantiza explícitamente, pero utiliza la compacidad como una herramienta para promover la contigüidad. Es raro que la contigüidad no se cumpla, si es el caso, se han de realizar las respectivas correcciones posteriores a la ejecución del modelo.

Cada comuna tiene una población p_i $i = 1,.., I$, y una distancia a cada una de las otras comunas d_{ij} $i = 1,.., I, j = 1,.., J$, donde J es el número de posibles centros de distrito, el cual está compuesto por las mismas comunas que serán seleccionadas como centros de distrito en este caso. Se define el conjunto R como los pares de comunas que pertenecen a una misma región debido a que no se pueden crear distritos con comunas de distintas regiones, S es el número de escaños a asignar, P es la población total del país. S_r es el número de escaños a asignar en la región r, valores que se determinan por un modelo previo de Restos Mayores [6], que busca minimizar la máxima diferencia entre los escaños que le corresponden de forma proporcional a la región y los asignados.

Se define la variable x_{ij} $i = 1,.., I, j = 1,.., J, (i,j) \in R$ como la variable que lleva a cabo la distritación del país. La variable toma el valor 1 si la comuna i se asigna al centro de distrito j. Y se define la variable s_j $j = 1,.., J$ como la cantidad de escaños asignados al posible centro de distrito de la comuna j. Para un centro de distrito j, $\sum_{\substack{i=1 \\ (i,j)\in R}}^{I} p_i x_{ij}$ es la población del distrito, para que el número de escaños s_j sea exactamente proporcional a la población de un distrito, se debería cumplir (2).

$$s_j = S\frac{\sum_{\substack{i=1 \\ (i,j)\in R}}^{I} p_i x_{ij}}{P} \quad j = 1,.., J \qquad (2)$$

Como (2) es generalmente un número fraccionario, hay que redondearla de algún modo y, por lo tanto, se define s_j como una variable entera positiva.

La variable auxiliar z_{ij} $i = 1,.., I, j = 1,.., J, (i,j) \in R$ toma el valor 1 si los escaños que se asignan al centro de distrito i son mayores que al centro de distrito j, y 0 en caso contrario, $i = 1,.., I, j = 1,.., J, (i,j) \in R$. La función objetivo del modelo (3), minimiza la distancia ponderada por población de cada centro de distrito sumado a través de todos los distritos de cada región. Si bien no se considera explícitamente el *Malapportionment* en la función objetivo éste es forzado a que su valor sea menor a través de las restricciones.

$$Min\left(\sum_{\substack{i=1 \\ (i,j)\in R}}^{I}\sum_{j=1}^{J} p_i d_{ij} x_{ij}\right) \qquad (3)$$

s/a

$$\sum_{j=1}^{J} x_{jj} = D \qquad (4)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ (i,j)\in R}}^{J} x_{ij} = 1 \qquad i = 1,.., I \qquad (5)$$

$$x_{ij} \le x_{jj} \quad i = 1,.., I, j = 1,.., J; (i,j) \in R \qquad (6)$$

$$\max_{\substack{j=1,..,J \\ x_{jj}=1}} \left(\left| s_j - \frac{S}{P} \sum_{\substack{i=1 \\ (i,j)\in R}}^{I} p_i x_{ij} \right| \right) \leq 0{,}999 \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j\in r}}^{J} s_j = S_r \qquad r = I, II, \ldots, XV \quad (8)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j\in XI}}^{J} x_{jj} \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j\in XI}}^{J} x_{jj} \leq \ldots \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j\in VIII}}^{J} x_{jj} \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j\in RM}}^{J} x_{jj} \quad (9)$$

$$s_i - s_j \leq M\, z_{ij} \qquad i = 1,..,I, j = 1,..,J, (i,j) \in R \quad (10)$$

$$\text{Si } z_{ij} = 1 \rightarrow \sum_{\substack{k=1 \\ (k,i)\in R}}^{I} p_k x_{ki} \geq \sum_{\substack{l=1 \\ (l,j)\in R}}^{I} p_l x_{kj} \quad i = 1,..,I, j = 1,..,J, (i,j)\, R \quad (11)$$

$$3x_{jj} \leq s_j \leq 8x_{jj} \qquad j = 1,..,J \quad (12)$$

$$x_{ij}, z_{ij} \text{ binaria} \qquad i = 1,..,I, j = 1,..,J, (i,j) \in R \quad (13)$$

$$s_j \text{ entera} \qquad j = 1,..,J \quad (14)$$

El primer conjunto de restricciones buscan una correcta distritación. En (4) se construye *D* distritos. En (5) cada comuna se debe ser asignar a un centro de distrito. (6) permite que se asigne una comuna a un posible centro de distrito si éste último se elige como uno de los centros de distrito. Las siguientes restricciones del modelo tienen la finalidad de asignación de escaños. (7) busca que la máxima diferencia en valor absoluto entre los escaños asignados al centro de distrito *j* activo y los que proporcionalmente deberían ser asignados por población sean menor que 1, si bien esta restricción es no-lineal esta se linealiza. (8) fuerza a que en cada región se asignen S_r escaños. (9) exige que se construyan más distritos en las regiones más pobladas. (10) y (11) obligan que en cada región si un distrito recibe más escaños tenga más población. En (10) la variable binaria z_{ij} es igual a 1 si los escaños asignados al centro de distrito *i* son mayores que al centro de distrito *j*, y 0 en caso contrario. Si z_{ij} = 1 a través de la restricción lógica (11) obliga a la población del centro de distrito *i* sea mayor o igual que la población del centro de distrito *j*, donde *M* es un número suficientemente grande. (12) obliga a asignar un mínimo y máximo de escaños a una comuna centro de distrito activa. La cota mínima y máxima de las restricciones, se debe a lo manifestado en la Reforma del año 2015, en donde la cantidad de escaños de un distrito debe oscilar en el rango de 3 a 8 diputados. Y finalmente las restricciones de la naturaleza de las variables (13) y (14).

III. RESULTADOS

Chile está dividido en 15 regiones, que a su vez, están subdivididas en 346 comunas. De acuerdo al mapa de la Reforma del año 2015, la aplicación del modelo se hizo con los parámetros vigentes en el sistema nuevo, asignar 155 escaños a distribuir en 28 distritos de diputados. El modelo fue implementado en AMPL/CPLEX 12.6. La primera solución óptima produjo discontigüidades en las regiones V y RM; para solucionar esto se agregaron restricciones que impiden esta discontigüidad, produciendo sólo un problema de compacidad para la región IX, el cual se solucionó a través de una restricción que evitaba esta compacidad (TABLA 1).

TABLA 1 Soluciones para generar contigüidad y compacidad

Motivo de la incorporación	Variación solución inicial	Tiempo de ejecución [seg]
Ejecución inicial	-	118,40
Contigüidad - V Región	0,04%	145,44
Contigüidad - V Región	0,20%	91,32
Contigüidad - RM	0,20%	87,99
Contigüidad - RM	0,21%	102,90
Contigüidad - RM	0,21%	109,64
Contigüidad - RM	0,22%	141,53
Compacidad - IX Región	0,25%	204,60

IV. CONCLUSIONES

Los mapas electorales generados por el modelo, fueron capaces de producir un plan de distritación que mejora significativamente el *Malapportionment* y un mal cumplimiento del principio de "una persona, un voto". Con respecto al principio de "una persona, un voto", se redujeron considerablemente las diferencias de población por escaños, por ejemplo, en los distritos que eligen 8 diputados, se puede observar que el distrito más castigado corresponde a la RM, se elige 1 diputado por cada 120.230 habitantes, y el distrito más favorecido, que también corresponde a la RM, se elige 1 diputado por cada 109.637 habitantes. En comparación con la Reforma del 2015 en donde el distrito 22 es el favorecido elige 1 diputado por cada 71.435 habitantes y el más desfavorecido el 8 elige 1 diputado por cada 169.539 habitantes. El *Malapportionment* del mapa propuesto es 5,41, que en comparación con el de la Reforma del año 2015 de 10,57, se redujo considerablemente y está dentro de los rangos de aceptación [7] y la Comisión de Venecia [8].

REFERENCIAS

[1] Navia, P. (2006), "Principios rectores para una reforma electoral", Expansiva.

[2] Loosemore, J. y Hanby, V. (1971), "The Theoretical Limits of Maximun Distortion: Some Analytic Expressions for Electoral Systems", British Journal of Political Science, Vol. 1, No. 4 (Oct., 1971), pp. 467-477.

[3] Hess, S., y Weaver, J. (1965), "A Procedure for Nonpartisan Districting:Development of Computer Technique", The Yale Law Journal, Vol. 73, No. 2 (Dec., 1963), pp. 288-308.

[4] Tasnádi, A. (2011), "The Political Districting Problem: A Survey", Society and Economy, vol. 33, nº 3, pp. 543-554.

[5] Bozkaya, B. Erkut E, D Haight, y G Laporte (2011), "Designing New Electoral Districts for the City of Edmonton", Interfaces, 41 (6), pp. 534 – 547.

[6] Girón González-Torre, Francisco y Herránz, J. (2007), "Las Matemáticas de los Sistemas Electorales", Revista Real Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, vol. 101, no. 1, pp. 21--33.

[7] Reynoso, Diego (2002), "¿Es tan Malo el Malapportionment? Sobrerrepresentación Distrital, Bicameralismo y Heterogeneidad", Republicana. Política y Sociedad. Año 1, núm. 1, Universidad de Guadalajara, Pp. 55-65.

[8] Comisión Europea para la Democracia por el Derecho (2002), "Código de Buenas Prácticas en Materia Electoral. Directrices e Informe Explicativo".

Advanced Algorithms and Recent Advances in Gurobi

Daniel Espinoza
Senior Developer,
Gurobi Optimization inc.
Houston, TX.
Email: espinoza@gurobi.com

***Abstract*—In this talk we present a review of some the advanced algorithms used within Gurobi as well as our latest improvements in performance and additions to our solver.**

I. Introduction

Despite the fact that general Mixed-Integer Programming remains an NP-complete problem, the development of general-purpose solvers, their use of general polyhedral results, specific presolving techniques, general heuristics, and advanced branching strategies has lead to spectacular success in problems like the Traveling Salesman Problem [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7]. This problem-specific success has also translate in practical performance improvements, as shown in [8], [9], [10], and also in a continued effort by the MIP community to improve through practical computation using libraries as MIPLIB (in its several incarnations [11], [12], [13], [14].

Nowadays, MIP technology is used everyday by many companies to solve problems reliably and consistently in a daily basis.

In this talk, we will show some of the advanced techniques and algorithms used in Gurobi to achieve this, as well as present our latest additions to our solver and performance improvements.

References

[1] D. Applegate, R. E. Bixby, V. Chvátal, and W. Cook, "Finding cuts in the TSP (a preliminary report)," DIMACS, Rutgers University, New Brunswick, NJ, Tech. Rep. 95-05, 1995.

[2] ——, "On the solution of traveling salesman problems," *Documenta Mathematica*, vol. Extra Volume Proceedings ICM III, pp. 645–656, 1998.

[3] ——, "TSP cuts which do not conform to the template paradigm," in *Computational Combinatorial Optimization, Optimal or Provably Near-Optimal Solutions [based on a Spring School]*. London, UK: Springer-Verlag GmbH, 2001, pp. 261–304.

[4] ——, "Implementing the Dantzig-Fulkerson-Johnson algorithm for large traveling salesman problems," *Mathematical Programming*, vol. 97, pp. 91–153, 2003.

[5] ——, *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 2006.

[6] D. L. Applegate, R. E. Bixby, V. Chvátal, W. Cook, D. G. Espinoza, M. Goycoolea, and K. Helsgaun, "Certification of an optimal TSP tour through 85,900 cities," *Operations Research Letters*, vol. 37, no. 1, pp. 11–15, 2009.

[7] ——, "Certification of an optimal TSP tour through 85,900 cities," *Operations Research Letters*, vol. 37, no. 1, pp. 11 – 15, 2009.

[8] R. E. Bixby, M. Fenelon, Z. Gu, E. Rothberg, and R. Wunderling, "MIP: Theory and practice - closing the gap," in *Proceedings of the 19th IFIP TC7 Conference on System Modelling and Optimization*. Deventer, The Netherlands: Kluwer, B.V., 2000, pp. 19–50.

[9] R. E. Bixby, "Solving real-world linear programs: A decade and more of progress," *Operations Research*, vol. 50, pp. 3–15, 2002.

[10] R. E. Bixby, M. Fenelon, Z. Gu, E. Rothberg, and R. Wunderling, "Mixed-integer programming: A progress report," in *The Sharpest Cut: The Impact of Manfred Padberg and His Work*, M. Grötschel, Ed. Philadelphia: SIAM, 2004, pp. 309–325.

[11] R. E. Bixby, E. A. Boyd, and R. R. Indovina, "MIPLIB: A test set of mixed integer programming problems," *SIAM News*, vol. 25, p. 16, 1992.

[12] R. E. Bixby, S. Ceria, C. M. McZeal, and M. W. P. Savelsbergh, "An updated mixed integer programming library: MIPLIB 3.0," *Optima*, no. 58, pp. 12–15, Jun. 1998.

[13] T. Achterberg, T. Koch, and A. Martin, "MIPLIB 2003," *Operations Research Letters*, vol. 34, no. 4, pp. 1–12, 2006.

[14] T. Koch, T. Achterberg, E. Andersen, O. Bastert, T. Berthold, R. Bixby, E. Danna, G. Gamrath, A. Gleixner, S. Heinz, A. Lodi, H. Mittelmann, T. Ralphs, D. Salvagnin, D. Steffy, and K. Wolter, "Miplib 2010," *Mathematical Programming Computation*, vol. 3, pp. 103–163, 2011, 10.1007/s12532-011-0025-9.

Programación de tareas en la restauración de la red vial luego de un aluvión

Matías Aravena
Estudiante MScLGO
Universidad Andrés Bello
Santiago, Chile
matiaravena@outlook.com

Armin Lüer-Villagra
Departamento de Ciencias de la Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Santiago, Chile
armin.luer@unab.cl

***Resumen*— Según datos del Centre for Research on the Epidemiology of Disasters, Chile ha sido víctima de 40 inundaciones de todo tipo en los últimos 20 años, afectando a más de 1,5 millones de personas. Esto que crea la necesidad de desarrollar métodos para programar de manera eficiente las tareas para la restauración de redes viales luego de un desastre natural. Específicamente de un aluvión, donde el lodo y escombros son los principales agentes que bloquean el paso, el objetivo es acceder a las zonas pobladas afectadas en el menor tiempo posible. En este trabajo se formula y resuelve mediante un modelo de programación lineal entera mixta el problema de restauración/limpieza de la red vial de un centro poblado tras un aluvión.**

Keywords—programación de tareas; desastres naturales; aluvión; recuperación

I. INTRODUCCIÓN

Cada año, se estima que más de 500 desastres naturales azotan a nuestro planeta, matando alrededor de 75.000 personas y generando un impacto en más de 200 millones.

Luego de un desastre natural, uno de los problemas más importantes que influyen en la entrega de alimentos, refugio y suministros médicos para las regiones afectadas, es el estado de la red vial. Muchas veces no es la falta de suministros lo que mata a las personas, si no la imposibilidad de llevar dicha ayuda a las personas que lo necesitan [1,2].

Se pueden distinguir dos tipos de restauraciones de vías: las de largo plazo que buscan la restauración total de vías con una duración de meses o años y las de corto plazo que deben ser ejecutadas en el menor tiempo posible y ser suficientes para llevar el equipo de auxilio y permitir la evacuación de la población [3]. Este trabajo se enfocará en la restauración de corto plazo.

II. REVISIÓN DE LITERATURA

Existen diversos artículos recientes que tratan el problema de restaurar el funcionamiento de la red vial tras un evento. En [4], los autores buscan maximizar la accesibilidad a la red vial para que damnificados puedan evacuar. Los trabajos son programados dentro de los primeros 3 días y se cuenta con un equipo de trabajo limitado. Más tarde, en [3] resuelven el problema de scheduling y ruteo de un solo equipo de rescate luego de un desastre en un plazo de 24 horas. Por su parte en [5] los autores desarrollan un problema multi-vehicular donde se busca encontrar una caminata para despejar un conjunto de caminos cerrados con una cierta cantidad de equipos de trabajo y en el menor tiempo posible. Se observa que no existen estudios que consideren el ruteo y scheduling para la limpieza de calles luego de un aluvión priorizando la vulnerabilidad de la población. La contribución de este trabajo es la formulación, resolución y análisis de soluciones, para el problema de restaurar la red vial tras un aluvión, utilizando un conjunto de maquinaria adecuada.

III. DEFINICIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El objetivo de este modelo de optimización es encontrar la programación de tareas y el ruteo para que un determinado número de equipos de trabajo provenientes de distintos orígenes puedan restaurar la red vial en el menor tiempo posible, considerando tiempos de trabajo, ubicación de la población afectada y su vulnerabilidad, nivel de daño en cada arco, capacidad de la vía.

A. *Parámetros*

c_{ij} : Tiempo de desplazamiento para atravesar el arco (i, j).

w_{ij} : Tiempo de trabajo necesario para habilitar el arco (i, j).

α_i : Coeficiente de vulnerabilidad en el nodo $i \in N$.

Q : Tiempo disponible para realizar las tareas.

M : Etapas disponibles.

B. *Conjuntos*

N : Conjunto de nodos.

A : Conjunto de arcos.

AL : Arcos limpios, subconjunto de A.

A' : Subconjunto de arcos: $i \neq j$.

V : Conjunto de vehículos.

T : Conjunto de etapas.

C. *Variables de decisión*

x_{ij}^{tv} : 1, si el vehículo v habilita el arco (i, j) en la etapa t. 0 si no.

y_{ij}^{tv} : 1, si el vehículo *v* se desplaza por el arco (i, j) en la etapa *t*. 0 si no.

P_i^{tv} : 1, si el nodo *i* está habilitado al empezar la etapa *t*. 0 si no.

L_i : 1, si el nodo *i* es habilitado. 0 si no.

z_i^t : 1, si el vehículo *v* está detenido en el nodo *i* durante la etapa *t*. 0 si no.

A_i : Tiempo en que el nodo *i* está habilitado.

B_{ij} : Tiempo en que el arco (i, j) está habilitado.

D. Función objetivo

$$Max\ Z = \sum_{i \in N} L_i \cdot \alpha_i \tag{1}$$

E. Restricciones

$$\sum_{(i,j) \in A} (x_{ij}^{tv} + y_{ij}^{tv}) \le 1 \quad \forall t \in T, v \in V \tag{2}$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{v \in V} (x_{ij}^{tv} + x_{ji}^{tv}) \le 1 \ \ \forall (i, j) \in A \tag{3}$$

$$y_{ij}^{tv} \le \sum_{k=0}^{t-1} \sum_{a \in V} (x_{ij}^{ka} + x_{ji}^{ka}) \ \ \forall (i, j) \in A, t \in T, v \in V \tag{4}$$

$$\sum_{k \in N:(i,k) \in A} (y_{ik}^{tv} + x_{ik}^{tv}) = \sum_{j \in N:(j,i) \in A} y_{ji}^{(t-1)v} + x_{ji}^{(t-1)v} \quad \forall t \in T - \{1\}, i \in N, v \in V \tag{5}$$

$$\sum_{j \in N:(o,j) \in A} (x_{oj}^{1v} + y_{oj}^{1v}) = 1 \ \ \forall t = 1, v \in V \tag{6}$$

$$\sum_{j \in N:(j,o) \in A} x_{jo}^{Mv} + y_{jo}^{Mv} = 1 \ \ \forall t = M, v \in V \tag{7}$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{(i,j) \in A} (x_{ij}^{tv} \cdot w_{ij} + y_{ij}^{tv} \cdot c_{ij}) \le Q \quad \forall v \in V \tag{8}$$

$$x_{ij}^{mv} + y_{ij}^{mv} \le P_j^{tv} \quad \forall (i, j) \in A, m \in T, v \in V, t \in T : m < t \tag{9}$$

$$P_j^{tv} \le \sum_{k=1}^{t-1} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{a \in V} (x_{ij}^{ka} + y_{ij}^{ka}) \quad \forall j \in N - \{o\}, t \in T, v \in V \tag{10}$$

$$x_{ij}^{tv} + y_{ij}^{tv} = z_i^{tv} \quad \forall (i, j) \in A : i = j, t \in T, v \in V \tag{11}$$

$$\sum_{i \in N} z_i^{t-1} \le \sum_{i \in N} z_i^t \quad \forall t \in T - \{1\}, v \in V \tag{12}$$

$$x_{ij}^{0v} = 1 \quad \forall (i, j) \in AL, v \in V \tag{13}$$

$$x_{ij}^{0v} = 0 \quad \forall (i, j) \in A' - AL, v \in V \tag{14}$$

$$P_0^{0v} = 1 \quad \forall v \in V \tag{15}$$

$$L_i \le \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} P_i^{tv} \quad \forall i \in N \tag{16}$$

$$A_m \ge \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k=1}^{t} (x_{ij}^{kv} \cdot w_{ij} + y_{ij}^{kv} \cdot c_{ij}) - Q \cdot (1 - P_m^{tv}) - Q \cdot P_m^{(t-1)v} \quad \forall m \in N, t \in 1..M, v \in V \tag{17}$$

$$B_{ij} \ge \sum_{k=1}^{t} \sum_{(a,b) \in A'} (x_{ab}^{kv} \cdot w_{ab} + y_{ab}^{kv} \cdot c_{ab}) - Q \cdot (1 - x_{ij}^{tv}) \ \ \forall (i,j) \in A', t \in T, v \in V \tag{18}$$

$$x, y, z, P, L \in \{0,1\} \tag{19}$$

$$A, B \ge 0 \tag{20}$$

La función objetivo (1) busca maximizar el número de nodos limpios de la red de la gente más vulnerable, donde un mayor coeficiente indica mayor vulnerabilidad.

Las restricciones (2), (3) y (4) se encargan de limitar las actividades de limpieza y desplazamiento de los vehículos. (5), (6) y (7) conservan el flujo. Las restricciones (8) limitan las horas de trabajo disponible y (9) y (10) definen cuándo un nodo queda habilitado. Por su parte, (11) y (12) evitan que se genere simetría al encontrar el óptimo. La familia de restricciones (13), (14) y (15) se encargan de controlar las condiciones iniciales de la red. Las restricciones (16) relaciona las variables L y P. Por su parte, las restricciones (17) y (18) se encargan de contabilizar el tiempo en que un nodo y un arco queda habilitado, respectivamente. Finalmente, las restricciones (19) y (20) establecen sobre la naturaleza de las variables de decisión.

El trabajo en proceso se relaciona con agregar restricciones que ayuden a contabilizar de manera adecuada el tiempo en que un nodo queda habilitado.

IV. ESTUDIO DE CASO

Para la validación del modelo, se está preparando un estudio de caso con datos reales del aluvión ocurrido en Chile en la ciudad de Copiapó el año 2015. El trabajo futuro incluye la validación de la instancia generada, y el estudio de las soluciones obtenidas. Se espera que las soluciones sean satisfactorias, entregando la programación de tareas y ruteo óptimo que maximice la ayuda a la población dentro de un periodo de tiempo razonable.

V. REFERENCIAS

[1] M. Celik et al. "Humanitarian logistics" in INFORMS Tutorials in Operations Research, pp. 18-49, 2012.

[2] A. Caunhye, X. Nie and S. Pokharel, "Optimization models in emergency logistics: A literature review" in Socio-Economic Planning Sciences, vol. 46, issue 1, pp. 4-13, March 2012.

[3] P.A. Maya Duque, I. Dolinskaya and K. Sörensen, "Network repair crew scheduling and routing for emergency relief distribution problem" in European Journal of Operational Research, vol. 248, issue 1, pp. 272-285, January 2016.

[4] D. Tüzün and L. Ozdamar, "A mathematical model for post-disaster road restoration: Enabling accessibility and evacuation" in Transportation Research, vol. 61E, pp. 56-67, January 2014.

[5] V. Akbari and F.S. Salman, "Multi-vehicle synchronized arc routing problem to restore post-disaster network connectivity" in European Journal of Operational Research, vol. 257, issue 2, pp. 625-640, March 2017.

Session MB3
OR Models and Applications in Healthcare

- *Operating Room Scheduling: Dealing with Variability by Using Chance Constraints*; Azar, Macarena; Barrera, Javiera; Carrasco, Rodrigo A.; Mondschein, Susana.
- *Hacia un índice de situación de salud: Una aplicación para los países de la organización panamericana de la salud*; Araya Córdova, P. J.; Gálvez, Daniel; Pereira, Fabian; Tarride, Mario; Vásquez, Oscar C..
- *Age Dependent Optimal Policies for Hepatitis C Virus Treatment*; Mondschein, Susana; Yankovic, Natalia; Matus, Omar.
- *Medición de Eficiencia en Salud: Comparación de los Ranking DEA, TOPSIS y VIKOR*; Iñiguez, Patricia; Arburua, Mariana; Gallardo, Juan; Ferreyra, Ernesto; Negro, Fernando; Iñiguez, Adriana.

Operating Room Scheduling: Dealing with Variability by Using Chance Constraints

Macarena Azar*, Javiera Barrera, Rodrigo A. Carrasco and Susana Mondschein
Faculty of Engineering and Sciences
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
Email: mazar@alumnos.uai.cl, {javiera.barrera, rax, susana.mondschein}@uai.cl

***Abstract*—The operating theater is one of the most expensive units in hospital, representing up to 40% of the total expensive. In this article, we propose a time-indexed scheduling formulation to solve the operational problem. Our main contribution is that we included distribution related chance constraints to improve the scheduling of an operating theater, we report the importance of using the information of each surgeon. Through simulations and the use of real instance, we report the performance for four different metrics, showing the importance of using historical data to get the right balance between the utilization and overtime.**

I. Introduction

The operating theater is one of the most expensive unit's in hospitals, representing up to 40% of the total expenses [3]. Therefore, since 1960, a vast amount of research has addressed the management of operating rooms (see [8] and historical references therein). Two main problems have been the focus: the reduction of overtime costs and the under utilization of operating rooms (OR)[5].

The OR planning problem can be studied at different levels: strategic, tactical, and operational. We focus on the latter, where the randomness of surgery times have a significant impact on the efficiency of the system and the applicability of the resulting schedule. At the operational level, stochastic programming models have been proposed to deal with the uncertainty of the surgery duration. For example, in [7] the schedule provided by the medical center for one week is used as a base solution, which is improved using a local search heuristics that aims to increase the capacity utilization and reduce the risk of overtime. Similarly, in [10], the authors use an approximation method to add probabilistic capacity constraints, but requires a large dataset to tune. In [1] a two-stage stochastic MIP is formulated to assign a patient, a surgeon, and a block time to an operating room. The formulation also allows to decide the number of operating rooms that should be opened. Although these articles deal directly with the variability of perioperative times, the distribution only depends on the diagnosis and not on the physician performing the surgery.

On the other hand, the prediction of the surgical procedure times has been addressed in many articles (see [4] and reference therein). In [4] the authors mention that the main two factors, besides the diagnosis, to predict the perioperative times, are the primary surgeon and the type of anesthetic. Similar conclusions are obtained in [2] and [11]. In all these articles the authors mention that more accurate prediction of the perioperative time should be used to improve the OR management, but recent surveys do not mention any work using this information. Even more, in [9] the authors point out that most studies, which assume certain variability of the surgery time, use the historical data to calibrate the stochastic models instead of using historical data to reduce the uncertainty. To the best of our knowledge, the only work that programs ORs using surgeons' information to predict surgery duration is [6]. They compare three classic machine learning techniques to estimate the surgery duration, and propose an IP model to schedule surgeries in one OR during one week, assuming a deterministic perioperative time, that also depends on the surgeon assigned to the operation. This leaves one important open question: is it better to deal with the variability duration with a stochastic model without using surgeon information, or is it better to invest in that and reduce variability?

Our work has been motivated by the Instituto de Neurocirugía Dr Asenjo, in Santiago, Chile. The medical center has provided historical data of their four ORs, dedicated exclusively to elective surgeries. Our data shows that surgeons can have significantly different surgery times, with differences up to 60% for the same surgery. In this article, we propose a time-indexed scheduling formulation to solve the operational problem. Our main contribution is that we included distribution related chance constraints to improve the scheduling of an operating theater, using the information of each surgeon. Through simulations and the use of real instances, we report the performances for four different metrics for all the solutions, showing the importance of using historical data to get the right balance between the utilization and overtime.

II. Problem Formulation using Chance Constraints

The problem setting is as follows. There are J ORs, and we discretized the time the ORs are open into T time-steps of size Δt. We have I patients, where each patient i has a waiting time to be operated W_i, a set K_i of physicians that can perform the surgery, an average time of surgery p_{ik} when performed by physician k, and a real (random) time of surgery S_{ik}. Each physician $k \in \{1, \ldots, K\}$ is available only within time-steps $[a_k, b_k]$. The objective is to program surgeries on all J ORs, assigning patients and physicians in a way such that the probability that any OR has overtime, is controlled. It's

important to note that we do not account for anesthesiologist time, but that can be added easily to the model.

Let x_{ijkt} be 1 if patient i is assigned to have her surgery in OR j, with physician k, starting at time-step t; and 0 otherwise. To tackle this problem we develop a time-index formulation using these decision variables and average operation times, such that only one procedure can be done in each OR at each time; each physician can only perform one procedure at the time; each patient can be operated by one physician at most; surgeries are assigned to physicians only in the time-window where each physician is available; and that surgeries cannot finish after the ORs are closed.

The problem with the previous formulation is that, even when overtime is not allowed, because we are using average surgery times, overtime might occur in the actual schedule. In order to reduce this occurrence, we propose using chance constraints to account for the probability distribution of the surgery times. In particular, we would like to control the probability of an overtime occurring. Let S_j denote the real (random) total surgery times for the day in OR j. We would like to add a constraint of the form $\mathbb{P}(S_j \geq T) \leq \epsilon$. In the general case, where we do not have enough information of the distribution of each surgery, we can use Hoeffding's inequality but it tightens too much. Even for $\epsilon = 0.9$ we don't get to schedule any operations.

Surgeries show a uniform distribution, in which case we can further improve Hoeffding's bound with a simpler and faster formulation. In this case we can use Markov's inequality using the Laplace Transform of the moment generating function $\phi_i(s)$, which gives us:

$$\mathbb{P}(S_j \geq T) \leq e^{-sT} \prod_{i=1}^{n} \phi_i(s), \forall s > 0. \tag{1}$$

This can be used in our model as

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K}\sum_{t=1}^{T} x_{ijkt} \ln\left(\frac{e^{sb_{ik}} - e^{sa_{ik}}}{s(b_{ik} - a_{ik})}\right) - sT \leq \ln(\epsilon), \tag{2}$$

where s has to be chosen wisely, as to tighten correctly. We need to chose s in order to find the best inner approximation of the feasible set. Let s_u with $u = 1, \ldots, U$ be positive integers to try. Then we want that:

$$\min_u \left\{ \sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K}\sum_{t=1}^{T} x_{ijkt} \ln\left(\frac{e^{s_u b_{ik}} - e^{s_u a_{ik}}}{s_u(b_{ik} - a_{ik})}\right) - s_u T \right\} \leq \ln(\epsilon)$$

By using auxiliary variables, this equation can be written as

$$z \leq \ln(\epsilon), \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K}\sum_{t=1}^{T} x_{ijkt} \ln\left(\frac{e^{s_u b_{ik}} - e^{s_u a_{ik}}}{s_u(b_{ik} - a_{ik})}\right) - s_u T - M y_u \leq z, \forall u \tag{4}$$

$$\sum_{u=1}^{U} y_u \leq U - 1, \tag{5}$$

$$y_u \in \{0, 1\}, \forall u \tag{6}$$

where M is a large number.

Finally, we analyze the practical performance of our method, showing that there is an important improvement in the performance of the operational schedules once the random surgery times are considered.

III. Results

The following experimental results were done via simulations. We consider an operating theater of $J = 2$ operating rooms, $K = 10$ physicians, $I = 15$ patients, and $T = 32$ time steps (8 hours in steps of 15 minutes). We simulated 1,000 different queues of 15 patients by using average operating times by physician for each physician/patient pair. We solved the optimization problem of maximizing the throughput of patients considering chance constraints. Finally we evaluated our schedule by simulating 1,000 realizations of the "real" surgery times and evaluated the performance of our schedule.

Four different metrics were used to analyze the performance: "Average utilization per OR", "Average overtime per OR", "Number of patients operated", and "Fraction of ORs that had overtime." We compare the value of these metrics between the different models and problem conditions.

For the setting where no chance constraints were added, we obtained that, although the average utilization of each OR was 93.8%, each OR required 2.14 hours of overtime in average to perform the computed schedule, with cases were even 12 hours were needed.

Figure 1 shows the results when uniform chance constraints were added, with ϵ = 0.8. As observed in the right figure, the average required overtime is reduced significantly, to only 0.426 hours, more than a 80.11% improvement, but only reducing utilization to 84.3%. A further comparison of both cases can be observed in Figure 2, for all the performance metrics we used. As shown in Figure 2, the chance constraints improve overtime significantly, with a reduced effect over utilization and throughput.

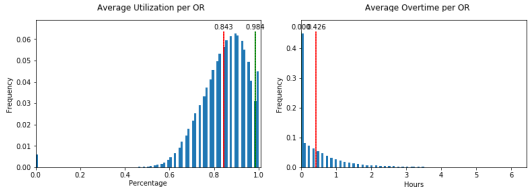


Fig. 1: Results with Chance Constraint with $\epsilon = 0.8$

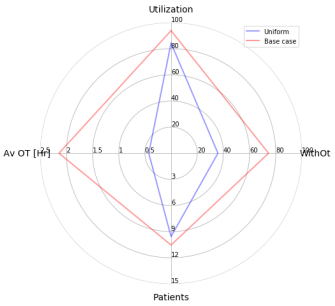


Fig. 2: Results with Chance Constraint with $\epsilon = 0.8$

We also tested our methodology for different values of epsilon, to see how the utilization and overtime changes.

It was proven that it would happen if we used uniform chance constraint but with log-normal distribution surgeries times, because the best distribution that fits the data is log-normal distribution. In the Figure 3, we observe the exchange between utilization and overtime as we change epsilon for both distribution.

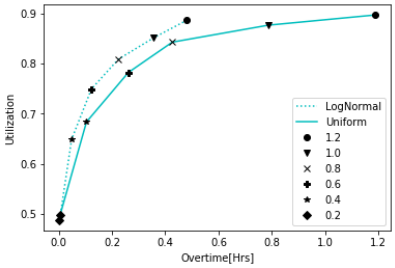


Fig. 3: Results with Chance Constraint with different ϵ

A significant improvement is obtained for both variables when the surgeries times distribute log-normal. Figure 4 show a notorious upgrade in the overtime metrics, keeping similar values between patient and usage, and decrease the fraction of ORs that had overtime when we used the log-normal distribution.

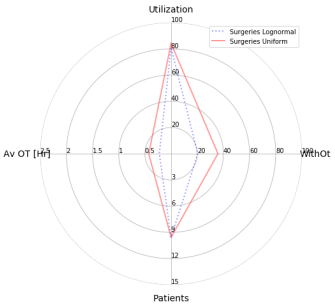


Fig. 4: Results with $\epsilon = 0.8$ for both distributions

IV. Conclusion

In this work we presented a model to solve the operational problem of OR scheduling, adding chance constraints to solve the allocation of surgeries that reduces the variability of total time in which operating rooms are used. The results obtained show that, through methodology, overtime is significantly decreased whereas the utilization and number of patients operated, are minimally affected.

Acknowledgment

This work was partially supported by Anillo Project 1407, and Fondecyt Project 1151098.

References

[1] Batun, S., and Begen, M. A. Optimization in healthcare delivery modeling: Methods and applications. In *Handbook of Healthcare Operations Management*. Springer, 2013, pp. 75–119.

[2] Batun, S., Denton, B. T., Huschka, T. R., and Schaefer, A. J. Operating room pooling and parallel surgery processing under uncertainty. *INFORMS Journal on Computing 23*, 2 (2011), 220–237.

[3] Denton, B., Viapiano, J., and Vogl, A. Optimization of surgery sequencing and scheduling decisions under uncertainty. *Health care management science 10*, 1 (2007), 13–24.

[4] Dexter, F., Dexter, E. U., Masursky, D., and Nussmeier, N. A. Systematic review of general thoracic surgery articles to identify predictors of operating room case durations. *Anesthesia & Analgesia 106*, 4 (2008), 1232–1241.

[5] Erdogan, S. A., Denton, B., and Fitts, E. Surgery planning and scheduling. *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science* (2010), 1–13.

[6] Gomes, C., Almada-Lobo, B., Borges, J., and Soares, C. Integrating data mining and optimization techniques on surgery scheduling. In *International Conference on Advanced Data Mining and Applications* (2012), Springer, pp. 589–602.

[7] Hans, E., Wullink, G., Van Houdenhoven, M., and Kazemier, G. Robust surgery loading. *European Journal of Operational Research 185*, 3 (2008), 1038–1050.

[8] Magerlein, J. M., and Martin, J. B. Surgical demand scheduling: a review. *Health services research 13*, 4 (1978), 418.

[9] Samudra, M., Van Riet, C., Demeulemeester, E., Cardoen, B., Vansteenkiste, N., and Rademakers, F. E. Scheduling operating rooms: achievements, challenges and pitfalls. *Challenges and Pitfalls (March 2016)* (2016).

[10] Shylo, O. V., Prokopyev, O. A., and Schaefer, A. J. Stochastic operating room scheduling for high-volume specialties under block booking. *INFORMS Journal on Computing 25*, 4 (2013), 682–692.

[11] Stepaniak, P. S., Heij, C., and De Vries, G. Modeling and prediction of surgical procedure times. *Statistica Neerlandica 64*, 1 (2010), 1–18.

Hacia un índice de situación de salud: Una aplicación para los países de la organización panamericana de la salud

P. J. Araya-Córdova, Daniel Gálvez, Fabián Pereira Mario Tarride and Óscar C. Vásquez
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
Email: {*patricio.arayac, daniel.galvez, fabian.pereira, mario.tarride, oscar.vasquez*}@usach.cl

***Abstract*—Este trabajo tiene por objetivo elaborar un ranking de situación de salud para países asociados a la Organización Panamericana de Salud. Para ello, se considera la información oficial publicada en los anuarios de "Situación de Salud de las Américas-PAHO" entre los años 2005 y 2014, proporcionadas en 135 variables para cada uno de los 48 países miembros. Se seleccionan solo 8 países basados en la significancia de los registros, medido por su nivel de cobertura en nacimientos y defunciones, y variables presentes durante todo el periodo de estudio; mientras que las variables consideradas alcanzan 19, eliminando todas aquellas que no son de resultado o cuyos registros sin información no son posibles de imputar (más de 20% no encontrado). Estas 19 variables son agrupadas en dentro de tres conceptos generales o dimensiones: Esperanza de vida y salud del niño; Situación de salud según enfermedades transmisibles y Situación de salud según enfermedades no transmisibles. Con el fin de reducir el número de variables, se aplica el método Análisis de Componentes Principales en tres escenarios: para cada año, con todos los países; para cada país, con todos los años; para todos los años todos los países; asociando las dimensiones definidas con los 3 principales componentes encontrados. Considerando el tiempo de aplicación estimado/calidad de la repuesta obtenida, se diseña una encuesta en donde solo se consideraron tres variables por dimensión según su valor de correlación con la misma. La encuesta es aplicada a expertos en el área de la salud, en donde una ponderación a cada dimensión es controlada mediante el método AHP. Los resultados de la encuesta son procesados mediante el método Majority Jugdment y Multicrieteria Majority Jugdment, el cual permite establecer un ranking entre los países en estudio por dimensión y definir un índice de situación de salud que permite obtener un ranking global. Los resultados obtenidos muestran que la mejor situación global de salud la posee Cuba, obteniendo el primer lugar, y su contrapartida Venezuela con el último lugar del ranking (octavo), resultado similar al establecido mediante el método PROMETHEE, al relativizar la influencia de las ponderaciones.**

***Index Terms*—Situación de Salud, Análisis de Componentes Principales, Mayority Jugdment.**

I. Introducción

En los sistemas de salud, el desafío del tomador de decisiones recae en la eficiencia y la eficacia en la gestión integral de los recursos [4]. En este contexto, un aspecto importante es el manejo de la información utilizada en el análisis de la situación de salud (ASIS). El ASIS, es el proceso analítico-sintético que permite caracterizar, medir y explicar el perfil de salud-enfermedad de una población, incluyendo los daños o problemas de salud, así como sus determinantes y las interacciones entre múltiples variables o atributos de diversas dimensiones, que facilitan la identificación de necesidades y prioridades en salud, la identificación de intervenciones y programas apropiados y la evaluación de su impacto, en donde es indispensable el diseño de variables que permitan sintetizar la gran información disponible en idealmente un índice, facilitando el trabajo del tomador de decisiones [11]. En la literatura, diversos autores abordan este diseño de índices para el ASIS desde diferentes perspectivas. Medina et al. [8] analiza un índice de situación de salud por medio de encuestas de morbilidad y atención médica en Chile. Tarride et al. [11] distinguen variables de atención, de recursos y de resultados, considerando solo estos últimos para estimar un índice de situación de salud para Chile. Jiménez Palenque [6] estudia los conceptos de calidad y eficiencia de la atención sanitaria y de la relación entre ellos, recomendando la introducción de sistemas computarizados en la red intra y extra hospitalarias que permitan la captura y el manejo de información para el cálculo de índices de gestión en salud. Peñaloza et al. [10] presentan una metodología para la evaluación de la relación costo-efectividad en un tipo de centros de atención primaria de salud que considera índices técnicos y de valoración de sus usuarios. [3] exploran un índice que relaciona la tasa de mortalidad infantil (TMI) en la Región Metropolitana de Chile y la reducción de la pobreza. Huerta-Riveros et al. [5] analizan el impacto de los índices de gestión en salud sobre las estrategias que implementa un Servicio de Salud Público.

Estas diversas perspectivas han llevado a la creación de un gran volumen de mediciones de recursos, procesos, resultados e impacto, descubriendo un sin fin de variables en cada uno de ellos, los cuales no necesariamente entregan un beneficio tangible y de consenso respecto a su utilidad, validez o confiabilidad, en particular entre los países asociados a la Organización Panamericana de Salud (PAHO por sus siglas en inglés) [12]. En este trabajo se presenta la elaboración de

un ranking de situación de salud entre los países asociados a la PAHO, con el propósito de contribuir a la distinción de variables de resultado claves que permitan su análisis y el diseño de planes de mejora entendiendo la comparación como una estrategia analítica con fines no solamente descriptivos sino también explicativos.

II. Metodología

La metodología de este trabajo considera 4 fases:

A. Fase I. Análisis de información oficial

Se analiza la información oficial de los diferentes países en estudio a través de informes de "Situación de Salud en las Américas: Indicadores básicos" publicados anualmente por la PAHO/OMS entre los años 2005 y 2014, los cuales proveen diferentes variables reportadas oportuna y declarada fidedignamente por cada país miembro, con valores ajustados según su población [9]. Se observa el nivel de cobertura en nacimiento y defunciones de cada país, el cual constituye la principal fuente de datos para la elaboración de la mayoría de las variables, seleccionando solo aquellos que presentan un nivel de un 91 % o más de cobertura durante todo el periodo analizado y que tienen a lo más 3 variables sin registros, esto con el fin de garantizar la significancia de la información a utilizar. Una vez seleccionado los países, se identifican aquellas variables presentes en cada uno de los años de análisis y se elabora una base de datos poblada con los registros de cada variable por país y año, eliminando aquellas variables con más de un 20% de registros sin información [7]. Las variables seleccionadas en la base de datos son clasificas según se refieran a atención, recursos y resultados [11] eligiendo estos últimos para el análisis. Para aquellas variables de resultado seleccionadas con menos del 20% de registros sin información, se procede a calcular imputación considerando: a) el país que requiera imputación, b) los datos de cada una de las variables que requiera imputación, c) eliminando aleatoriamente dos datos de los que se encuentran disponibles, d).Aplicando los 5 métodos de imputación de mayor us en la literatura Promedio Simple, Método de Regresión Condicionada, Hot Deck, Esperanza Máxima e Imputación Múltiple, utilizando los softwares estadísticos IBM SPSS Statics, STATA14 y Lenguaje de Programación R, e) escogiendo el método que posea un menor error cuadrático medio, y finalmente replicando el método seleccionado para encontrar los datos faltantes. a través de los métodos Promedio Simple, Método de Regresión Condicionada, Hot Deck, Esperanza Máxima e Imputación Múltiple, utilizando los softwares estadísticos IBM SPSS Statics, STATA14 y Lenguaje de Programación R. De este modo se tiene una base completa para 8 países y 19 variables entre los años 2005 y 2014, en donde cada variable esta a su vez clasificada dentro de tres conceptos o dimensiones definidos por la OMS; Mortalidad Infantil y Salud del niño, Enfermedades Transmisibles y Enfermedades No Transmisibles [13].

B. Fase II: Diseño y aplicación de la encuesta

Se diseña la encuesta considerando el resultado de la etapa previa. Con el fin de reducir la información a analizar en el diseño dada una posible correlación entre variables, se aplica Análisis de Componentes Principales (ACP), considerando tres escenario, i) Considerando la serie completa de datos, país, año y variable ii) Considerando un análisis por año, manteniendo la serie para los países seleccionados iii) Para cada país, manteniendo la cantidad de años del estudio, utilizando el software STATA14 y Lenguaje de Programación R y asociando las dimensiones definidas con los 3 principales componentes encontrados. Considerando el tiempo de aplicación estimado/calidad de la repuesta obtenida, se diseña una encuesta en donde solo se consideraron tres variables por dimensión según su valor de correlación con la misma, estableciendo el porcentaje de pérdida de información debido a la utilización de la variable asociada al concepto. Se definen las preguntas en base al método Majority Jugdmtent (MJ) [1] el cual demanda el juicio del experto utilizando la mediana para estimar su opinión y elimina paradojas de no-transitividad clásicas al ordenar un conjunto (e.g. Arrow, Condorcet, Borda), además de incorporar preguntas que permiten evaluar la ponderación de cada dimensión en la percepción de la situación de salud de un país basado en el método Analytic Hierarchy Process (AHP). Se definen los casos de estudio a evaluar considerando el tiempo y modo de aplicación, además de describir el perfil y el número de expertos a los cuales se les aplicará la encuesta, considerando restricciones presupuestarias y operativas.

C. Fase III: Categorización de los países

Se procesan las respuestas de la encuesta según el método MJ y AHP. Para ello se confecciona una planilla de datos que automatiza los cálculos necesarios, poblándola con los resultados obtenidos. Se determina la categoría de los países por dimensión según método MJ y de manera global vía Multicriteria Majority Jugdmtent (MMJ) definiendo un índice de situación de Salud el cual utiliza la información y entrega como ponderador de cada dimensión según los valores obtenido por AHP [1] previa validación por el valor de su Coeficiente de Consistencia (RC) cuyo valor debe ser menor a un 10%. Este índice permite realizar una categorización global de cada país, obteniendo así el ranking de los países bajo estudio. Para analizar la relación entre la categorización por dimensión y la categorización global, se aplica el método multicriterio Prefence Ranking Organization Methods for Enrichment Evaluations (PROMETHEE) que entrega una categoría relativa de las ponderaciones, mostrando la importancia de las mismas.

D. Fase IV: Discusión y Conclusiones

Se discute y concluye sobre de los resultados obtenidos en el ranking de situación de salud y la importancia de la categorización de las dimensiones en el cálculo del índice. Se proponen trabajos futuros, algunas extensiones y mejoraras en la metodología empleada en este trabajo.

III. Resultados y Discusión

A pesar del compromiso de los países miembros de la PAHO de reportar oportuna y fidedignamente las variables, el reporte de"Situación de Salud en las Américas: Indicadores básico" aún contienen registros sin información. Si bien, en los últimos años esta situación ha mejorado, aún muchos países presentan un bajo nivel de cobertura en nacimientos y defunciones lo cual merma la significación del registro y su consideración en la confección de un ranking global para todos los países miembros. En efecto, de los 48 países asociados a la PAHO, a través de la metodología propuesta en este trabajo, solo pudieron ser categorizados 8. En cuanto a las categorizaciones realizadas con los países considerados, en la dimensión I, Esperanza de vida y Salud del niño, Chile, Cuba y EEUU están dentro de los tres primeros lugares, esperando que esta tendencia continúe. Esto se ve reforzado más aún al conocer que Chile se espera será sexto dentro de los 10 países con mayor esperanza de vida al nacer entre el año 2022-2030 con 84,8 años, lo mismo para los nacidos entre los años 2045-2050, concretando una sexta posición de la proyección con 87,2 años [2]. La dimensión II, Situación de Salud de Enfermedades Transmisibles, perjudica enormemente a países con un clima tropical, en donde las condiciones son óptimas para el desarrollo de enfermedades de ambiente tropical como la malaria. Los países mayormente perjudicados por este hecho son Brasil y Venezuela. Dado la especificidad del concepto general de esta dimensión, su incidencia en la región y la baja evaluación desde los expertos al otorgarle la más baja de las ponderaciones, se propone replantear esta dimensión en un ranking global. En la dimensión III, Situación de Enfermedades No Transmisibles, el ranking de los países está condicionado por los indicadores de Tasa de mortalidad corregida por accidentes de tránsito terrestre y Tasa de mortalidad corregida por homicidio en hombres, en donde se nota una gran diferencia entre los últimos países Brasil, México y Venezuela en donde los índice de criminalidad son mayores. El ranking global de situación de salud se observa correlacionado fuertemente con el ranking obtenido con la dimensión I Esperanza de Vida y Salud del Niño , siendo la única diferencia establecida por Brasil-Venezuela en orden invertido, lo cual se explica por la alta ponderación (61,63%). Esto plantea la interrogante de la contribución de las dimensiones II y III en una medición del ranking global, reforzada al analizar algunos casos como el de Argentina. En la dimensión I obtiene una baja calificación lo que tiene como consecuencia un bajo ranking, sin embargo en las otras dos dimensiones obtiene el primer puesto y el segundo respectivamente, y aun así en el ranking global obtiene el quinto lugar. Al analizar la importancia de los ponderadores en el ranking global de situación de salud a través de PROMETHEE, se muestra que incluso si los ponderados son relativizados el ranking en general es el mismo, siendo los únicos países que tienen algún cambio Chile y EEUU, enrocados, mostrando así la robustez de la medida propuesta. Para investigaciones futuras, se propone utilizar la metodología propuesta en este trabajo como un punto de inicio para obtener un ranking de situación de salud para diferentes áreas geográficas tales como regiones dentro de un país, o municipios dentro de una ciudad. Asimismo se propone estudiar nuevos tipos de encuestas que califiquen y expliquen cada una de las categorías considerando, por ejemplo, cuáles son los parámetros que definen algo de Excelente o que debería cumplir un país para tener una calificación Muy Buena, con la intención de disminuir la subjetividad e ir hacia escala de medición ordinal más robusta. Aquí una idea es la integración de métodos de comparación de situaciones como Grillas de Madurez (Maturity Grids) y un acompañamiento de tal encuesta, estableciendo posibilidades de intervención de forma de poder asegurar la respuesta del experto. Por otro lado, también se recomienda medir el impacto de incorporar al país y año como dato conocido del experto.

References

[1] M. Balinski and R. Laraki. Judge: Don't vote! *Operations Research*, 62(3):483–511, 2014.

[2] U. DESA. World population prospects: The 2015 revision, key findings and advance tables. *Working PaperNo*, 2015.

[3] M. Flores and J. Cerda. Evolución de la desigualdad en la mortalidad infantil. *Revista Chilena de pediatría*, 81(3):215–220, 2010.

[4] M. C. Herrera, J. C. Rodríguez, R. G. López, R. M. Abreu, A. M. G. González, and J. C. Casulo. La economía del la salud:¿ debe ser de interés para el campo sanitario? 2002.

[5] P. C. Huerta-Riveros, I. R. Paúl-Espinoza, C. E. Leyton-Pavez, et al. Impacto de indicadores de gestión en salud sobre estrategias de un servicio de salud público. *Rev. salud pública [serial on the Internet]*, pages 248–259, 2012.

[6] R. E. Jiménez Paneque. Indicadores de calidad y eficiencia de los servicios hospitalarios: una mirada actual. *Revista cubana de salud pública*, 30(1):0–0, 2004.

[7] F. Medina and M. Galván. Imputación de datos: teoría y práctica. serie estudios estadísticos y prospectivos 54. santiago de chile: Publicación de las naciones unidas; 2007, 2012.

[8] E. Medina Lois, R. Kaempffer, A. Maria, G. Cumsille, R. Medina, et al. Encuestas de morbilidad y atencion medica como metodo de analisis de situacion de salud. 1987.

[9] OPS. *Situacion de salud en las Americas: indicadores basicos 2005-2014*. OPS (Organizacion Panamericana de la Salud), 2014.

[10] B. Peñaloza, T. Leisewitz, G. Bastías, V. Zárate, R. Depaux, L. Villarroel, and J. Montero. Metodología para la evaluación de la relación costo-efectividad en centros de atención primaria de chile. 2010.

[11] F. Tarride, P. Bosch, E. Medina Lois, J. Soto, et al. Construccion de un indice de situacion de salud: Propuesta metodologica y aplicacion. 1988.

[12] C. Torres and N. Alvarado. Indicadores trazadores de gestión hospitalaria: revisión, análisis y propuesta. *Revista Chilena de Salud Pública*, 9(2):p–96, 2005.

[13] C. Torres and O. J. Mújica. Salud, equidad y los objetivos de desarrollo del milenio. 2004.

Age-Dependent Optimal Policies for Hepatitis C Virus Treatment

Susana Mondschein
Facultad Ingeniera y Ciencias
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
susana.mondschein@uai.cl

Natalia Yankovic
Business School
IESE
Barcelona, Spain
NYankovic@iese.edu

Omar Matus
Facultad Ingeniera y Ciencias
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
omar.matus@uai.cl

I. Resume

Hepatitis C virus (HCV) represents an important challenge for the health care systems around the world. The most affected areas are Eastern Mediterranean and European Regions, with a prevalence of 2.3% and 1.5%, respectively [1] . The introduction of new drugs that can potentially cure the infection represents a major breakthrough. However, the high prices of new treatments pose a huge challenge for the administration that needs to make the most with limited resources. Therefore, this study assesses the costs and medical consequences of different treatment policies during the patients lifetime. Markov models, with state-dependent transitions, have been used as the standard methodology to evaluate the discounted costs and benefits of different available treatments for HCV [2], [3]. An important limitation of these models is that they do not easily incorporate age-dependent probabilities or the possibility to revisit the preferred course of treatment at a later time [4]. In slow progression diseases, the crucial decisions are not only the recommendation of a treatment but also when this should be available to a specific patient. To overcome these limitations, simulation can be used to evaluate ad hoc policies designed using the results of the static Markov model. For instance, it is possible to evaluate what would be the outcome given a specific treatment when a patient achieves a certain health stage (in the case of HCV, a certain level of fibrosis). However, this approach requires a careful policy design, and it guarantees neither optimality nor robustness. To incorporate the dynamic nature of the decision-making process associated with the treatment of HCV, we use stochastic dynamic programming, which allows having age-dependent transition probabilities and periodic revision of the treatment for each particular patient, as a function of his age and the progression of the disease. We explicitly include the natural death probability - for causes unrelated to the main disease - and we limit the possibility of receiving a liver transplant to patients younger than a particular age to reflect the practice of a different healthcare system (in Spain, the usual limit is 68 years old). The proposed methodology can explicitly incorporate these features and, eventually, other time-dependent transitions, and it can find solutions that are both health and age dependent without the need for simulation. Moreover, the health-/age-dependent policies reduce the initial number of patients accessing the new drugs, making it easier to finance their introduction without worsening the overall health outcomes.

Stochastic dynamic programming is a well-established methodology for modeling problems where decisions are made periodically according to the state of the system. Therefore, it is possible to find the overall best solution considering the complete lifespan of the patient. Dynamic programming is not conceptually more difficult than Markov models, but it can be more involving in terms of programming. We show that the optimal solution for a simplified version of our model is of a threshold-box type; i.e., there are age-dependent limits in the health status for which it is optimal to administer the new drug to patients within that band (whereas for patients in other health states, it is optimal to follow a wait and see approach). Moreover, for a given level of fibrosis, the optimal decision is of a threshold type, considering the age of the patient; i.e., if, for a given level of fibrosis, we give the drug to a patient of a specific age, it will be optimal to give the drug to all younger patients in the same fibrosis level. The use of dynamic programming can be suitable for other health conditions where the progression of the disease or condition allows reconsidering the treatment or intervention and we want to accommodate time-dependent transitions. Other possible applications include surgical procedures to prevent complications. For instance, it could be used to optimally decide surgical resection or follow up in case of prostatic enlargement or gallbladder polyps that are known to be precursors of cancer.

To the best of our knowledge, this is the first study to assess the impact of considering dynamic policies in the costs and benefits of the new HCV treatments. This study is based not only on published information but also on preliminary data about the effectiveness of the treatments in the Spanish population from the DEFINE project, disruptive medicines financing models - Hepatitis C case, developed by the Center for Research in Healthcare Innovation Management from the IESE Business School. We show that conservative policies can achieve good health outcomes, thus reducing the financial burden to the administration. We present a novel application of dynamic programming as an enriched alternative to the standard Markov model for evaluating the disease's progression,

explicitly including some age-dependent transitions and the dynamic nature of the decision-making process. The proposed policies are in line with the current medical practice of closely monitoring HCV patients, and it makes the introduction of disruptive drugs easier to finance.

REFERENCES

[1] World Health Organization, Hepatatis C fact sheet, 2017, htttp://www.who.int/meduacebtre/factsgeets/fs164/en/.

[2] Leidner, A.J., H.W.Chesson, F. Xu, J.W. Ward, P.R. Spradling, S.D. Holmberg.. Cost-effectiveness of hepatitis C treatment for patients in early stages of liver disease, 2015 Hepatology 61(6), pp. 1860-1869.

[3] Blázquez-Pérez, A., R. San Miguel, J. Cost-effectiveness analysis of triple therapy with protease inhibitors in treatment-naive hepatitis C patients, Mar. 2013. PharmacoEconomics 31(10) pp. 919-931.

[4] Townsend, R., P. McEwan, R. Kim, Y. Yuan. 2011. Structural frameworks and key model parameters in cost-effectiveness analyses for current and future treatments of chronic hepatitis C, 2011. Value in Health 14 pp 1068-1077.

Medición de Eficiencia en Salud: Comparación de los Ranking DEA, TOPSIS y VIKOR

Patricia A. Iñiguez, Mariana Arburua, Juan M. Gallardo, Ernesto L. Ferreyra, Fernando J. Negro, Adriana L. Iñiguez
Facultad de Ciencias Económicas
Universidad Nacional de Río Cuarto, UNRC
Río Cuarto, Argentina
piniguez@eco.unrc.edu.ar, mariana_arburua@hotmail.com, jgallardo@fce.unrc.edu.ar, eferreyra@eco.unrc.edu.ar, negrofj@yahoo.com, ainiguez@fce.unrc.edu.ar

Resumen-En el presente trabajo se sintetiza una comparación entre los rankings obtenidos por la aplicación de dos modelos DEA -super-eficiencia y eficiencia cruzada- con los que surgen de la aplicación de dos métodos de decisión multicriterio que utilizan medidas de distancia en la construcción del indicador de orden – TOPSIS y VIKOR-. Para probar la significación entre los diversos rankings se aplica la correlación de Pearson, Spearman y Kendall. Los resultados muestran que la relación es lineal y moderadamente fuerte entre algunas de las clasificaciones de DEA y VIKOR y no lineal y moderada entre las ordenaciones DEA y TOPSIS.

Palabras Clave-Ranking; DEA; TOPSIS; VIKOR

I. INTRODUCCIÓN

Si bien el objetivo del Análisis Envolvente de Datos (DEA[1]), es identificar las DMUs[2] ineficientes y las eficientes a partir de la estimación de una función de producción construida desde las mejores prácticas observadas; el modo en que se estime el indicador de eficiencia puede proporcionar una clasificación. Para que ésta resulte completa, en este marco metodológico, se han desarrollado diversos métodos, entre ellos puede mencionarse el índice de super-eficiencia (SE) [1] y el de eficiencia cruzada (EC) [2].

Los Métodos de Decisión Multicriterio (MDM), suponen la existencia de una serie de alternativas entre las cuales el decisor tiene que elegir. Para ello cada alternativa se evalúa según su desempeño en cada uno de los criterios, atributos y objetivos que se definan. Así, los MDM, buscan apoyar al decisor en el proceso de elegir entre alternativas y brindar una solución óptima y/o alguna forma de clasificación.

Si bien ambas metodologías difieren en sus objetivos finales, si se considera a los *inputs* y *outputs* como atributos o criterios para evaluar las DMUs, minimizando los *inputs* y maximizando los *outputs*, ambos métodos coinciden.

Diversos autores han mostrado que existe una relación entre DEA y MDM. Entre ellos, [3] demuestra un vínculo entre la medida de eficiencia DEA y la de distancia en el espacio *input-output* basada en el valor de una función lineal, [4] compara los ranking obtenidos mediante un modelo DEA de eficiencia cruzada con el que surge de la aplicación de TOPSIS[3] a pesos iguales y [5] describen un enfoque derivado de la integración de DEA y una función de valor multiatributo, al que consideran superador. Otros autores como [6], [7] y [8] articulan DEA y AHP[4] con objetivos diversos.

Este trabajo compara, en el caso de evaluación de eficiencia del servicio de Atención Primaria de la Salud (APS) de la ciudad de Río Cuarto, el ranking completo que surge de la aplicación del método DEA SE y el de EC con los que arrojan, a diferentes pesos, los MDM TOPSIS y VIKOR[5]. El objetivo de la comparación pretende revisar si los rankings de las DMUs eficientes y las ineficientes resultan similares y cuál de los dos MDM refleja mejor una clasificación en términos de eficiencia.

II. LOS INDICADORES

A. DEA

La eficiencia técnica relativa de una DMU se calcula mediante el cociente entre la suma ponderada de *outputs* y la suma ponderada de *inputs*, donde los pesos para los *outputs* e *inputs* de cada DMU son seleccionados de manera que la medida de la eficiencia responda al criterio de eficiencia de Pareto.

Para cada DMU ineficiente –ubicada debajo de la frontera–, DEA identifica las fuentes y el nivel de ineficiencia para cada uno de los *inputs* y *outputs*. El nivel de ineficiencia se determina por comparación a una DMU referente o a una combinación convexa de DMUs referentes situadas en la frontera eficiente que empleen el mismo nivel de *inputs* y produzcan igual o mayor nivel de *outputs*.

Con el objetivo de establecer un orden completo, se han desarrollado varios métodos de clasificación. Entre ellos, el método SE y el método de la matriz de EC. El primero determina un índice a partir de la exclusión de la DMU

[1] Del inglés *Data Envelopment Analysis*
[2] Del inglés *Decision Making Units*
[3] Del inglés *Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution*
[4] Del inglés *Analytic Hierarchy Process*
[5] Del bosnio *VIseKriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje*

evaluada de los grupos de comparación en las restricciones relativas a los *inputs* y *outputs*, respectivamente. El segundo, plantea evaluar el desempeño de una DMU, utilizando los pesos óptimos de *inputs* y *outputs* de las otras, siendo el índice de EC, la media de todas esas eficiencias.

B. TOPSIS

A partir de la distancia a una alternativa ideal y a una anti-ideal, se define un ratio, denominado de similaridad, que mide la proximidad relativa respecto a la alternativa ideal, combinando la proximidad al ideal y la lejanía al anti-ideal, clasificando las alternativas en función de la máxima similaridad respecto a la alternativa ideal.

C. VIKOR

De modo similar a TOPSIS en VIKOR se utiliza para clasificar las alternativas un indicador que relaciona la distancia de las alternativas a la ideal con la distancia entre la ideal y la anti-ideal. Así, la mejor alternativa proporciona la máxima utilidad grupo respecto de la mayoría y el mínimo lamento individual en relación al oponente.

III. EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA Y LAS CLASIFICACIONES

A. Evaluación de la Eficiencia Técnica

Para evaluar el servicio de APS de la ciudad de Río Cuarto, se estudia la eficiencia de los 17 centros distribuidos en el ejido urbano que conforman la red de APS.

Para diseñar el modelo empírico de eficiencia se apela a los registros no sistematizados de la Subsecretaría de Salud, lo que permite definir un significativo número de variables. Todas ellas corresponden a las diversas actividades que se desarrollan en los Centros de Atención Primaria de la Salud (CAPS) y al no medir el impacto de los servicios de atención primaria sobre el estado de salud de los pacientes, el modelo empírico para el estudio de la eficiencia se encuadra en los llamados modelos orientados a la actividad. Para la selección de las variables se recurre tanto a métodos basados en técnicas de naturaleza estadística, como a los fundados en técnicas multicriterio y se selecciona aquél conjunto que en términos de lo propuesto por [9] resulta ser el mejor escenario. Así, se estima un modelo CCR[6] producto orientado con los *inputs* Horas Semanales de Pediatría, Horas Semanales de Odontología y Horas Semanales de Enfermería y los *outputs* Inmunizaciones Realizadas y Leche Entregada. Los resultados se presentan en la Tabla I.

B. Clasificaciones

Para realizar una clasificación completa en el marco de DEA se estiman los índices de SE y de EC, que se presentan en las columnas (1) y (2) de la Tabla II. Luego, se considera a cada DMU como una alternativa y a cada *input* y *output* como un criterio. En una primera instancia, se definen pesos iguales para los criterios y, en una segunda, se considera para cada criterio un peso que surge de promediar los pesos óptimos asignados por el modelo CCR de los multiplicadores para cada *input* y *output* en cada DMU.

TABLA I. RESULTADOS DEL MÉTODO CCR *OUTPUT* ORIENTADO

DMU	Efic.	1/Efic.	Orden	Referentes Eficientes	
CAPS 1	1,1134	0,8981	11	CAPS 9	CAPS 10
CAPS 2	1,2279	0,8144	14	CAPS 9	CAPS 10
CAPS 3	1,1369	0,8796	12	CAPS 9	CAPS 10
CAPS 4	2,2365	0,4471	17	CAPS 9	CAPS 10
CAPS 5	1,3796	0,7248	15	CAPS 9	CAPS 10
CAPS 6	1,0336	0,9675	7		CAPS 10
CAPS 7	1,7272	0,5790	16	CAPS 9	
CAPS 8	1,0521	0,9505	9	CAPS 9	CAPS 10
CAPS 9	1,0000	1,0000	1	CAPS 9	
CAPS 10	1,0000	1,0000	1		CAPS 10
CAPS 11	1,0159	0,9843	4	CAPS 9	CAPS 10
CAPS 12	1,0990	0,9099	10	CAPS 9	CAPS 10
CAPS 13	1,0226	0,9779	5	CAPS 9	CAPS 10
CAPS 14	1,0245	0,9761	6	CAPS 9	CAPS 10
CAPS 15	1,0493	0,9530	8		CAPS 10
CAPS 16	1,1423	0,8754	13	CAPS 9	CAPS 10
CAPS 17	1,0000	1,0000	1	CAPS 17	

[a] Fuente: Elaboración Propia

Se determina la DMU ideal y la anti-ideal y a partir de las medidas de distancia que correspondan se construyen los indicadores de TOPSIS -columnas (3) y (4) de la Tabla II- y los de VIKOR -columnas (5) y (6) de la misma tabla-.

TABLA II. RESULTADOS SE, EC, TOPSIS Y VIKOR

DMU	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
CAPS 1	0,8981	0,8387	0,4224	0,3259	0,1684	0,2534
CAPS 2	0,8144	0,7106	0,4153	0,3227	0,2581	0,3255
CAPS 3	0,8796	0,7375	0,3924	0,3022	0,2981	0,4105
CAPS 4	0,4471	0,3954	0,4157	0,2335	0,7581	0,9582
CAPS 5	0,7248	0,6723	0,4070	0,3184	0,2087	0,3527
CAPS 6	0,9675	0,8390	0,4512	0,2910	0,3756	0,5431
CAPS 7	0,5790	0,5182	0,3559	0,2658	0,5133	0,5864
CAPS 8	0,9505	0,8855	0,4296	0,3280	0,1884	0,2812
CAPS 9	1,5419	0,9989	0,4376	0,3713	0,0000	0,0000
CAPS 10	1,4942	0,9286	0,4363	0,2922	0,5285	0,5767
CAPS 11	0,9843	0,8099	0,4444	0,3307	0,2430	0,3114
CAPS 12	0,9099	0,8446	0,4255	0,3212	0,2582	0,2871
CAPS 13	0,9779	0,9191	0,3972	0,3529	0,3906	0,1436
CAPS 14	0,9761	0,8217	0,4064	0,3278	0,1808	0,2883
CAPS 15	0,9530	0,5206	0,4408	0,2793	0,6503	0,7645
CAPS 16	0,8754	0,7965	0,4254	0,2984	0,3952	0,4710
CAPS 17	1,0174	0,6124	0,5406	0,7190	1,0000	0,5376

[a] Fuente: Elaboración Propia

[b] (3) y (5) estimados a pesos iguales y (4) y (6) con el promedio de los pesos del modelo de los multiplicadores

La clasificación de cada DMU que surge de los indicadores de la Tabla II se resume en la Tabla III.

C. Pruebas de Correlación

A efectos de analizar si existe relación entre los rankings obtenidos mediante los diferentes métodos aplicados se determinan los coeficientes de correlación de Pearson, Spearman y Kendall, los que se muestran en la Tabla IV, y se evalúa la correspondiente significatividad mediante las pruebas de hipótesis pertinentes.

[6] En referencia al nombre de sus autores: Charnes, Cooper y Rhodes

TABLA III. RANKINGS SE, EC, TOPSIS Y VIKOR

DMU	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
CAPS 1	11	7	10	7	2	3
CAPS 2	14	12	12	8	7	8
CAPS 3	12	11	16	11	9	10
CAPS 4	17	17	11	17	16	17
CAPS 5	15	13	13	10	5	9
CAPS 6	7	6	2	14	10	13
CAPS 7	16	16	17	16	13	15
CAPS 8	9	4	7	5	4	4
CAPS 9	1	1	5	2	1	1
CAPS 10	2	2	6	13	14	14
CAPS 11	4	9	3	4	6	7
CAPS 12	10	5	8	9	8	5
CAPS 13	5	3	15	3	11	2
CAPS 14	6	8	14	6	3	6
CAPS 15	8	15	4	15	15	16
CAPS 16	13	10	9	12	12	11
CAPS 17	3	14	1	1	17	12

[a] Fuente: Elaboración Propia

[b] (3) y (5) estimados a pesos iguales y (4) y (6) con el promedio de los pesos del modelo de los multiplicadores

IV. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados muestran que si bien es factible establecer una clasificación de las DMUs aplicando MDM considerando a los *inputs* y *outputs* como criterios, aun cuando se utilice un referente y funciones de distancia para establecer el orden, éste no necesariamente se ajusta al que surge de aplicar un método de frontera de referencia. En efecto, en este caso particular, no existe correlación lineal entre los órdenes obtenidos por TOPSIS y los obtenidos con DEA y sólo existe una correlación moderada cuando se eliminan los supuestos de linealidad, normalidad o ambos.

Una relación distinta se observa entre los órdenes que surgen de la aplicación de DEA EC y VIKOR. Justamente, entre estos rankings se observa una correlación lineal significativa e incluso cuando se eliminan los supuestos de linealidad, normalidad o ambos, mantienen una correlación significativa moderada.

Ello puede deberse a que si bien tanto VIKOR como TOPSIS se basan en una función de agregación que representa la cercanía al ideal, en VIKOR el índice de clasificación se basa en la cercanía a la alternativa ideal. En tanto que, el principio básico de TOPSIS es que la alternativa elegida debe tener la distancia más corta a la alternativa ideal y la más lejana a la anti-ideal. TOPSIS introduce dos puntos de referencia, pero no considera la importancia relativa a la distancia entre estos puntos.

Lo anterior, permite afirmar que el indicador de clasificación de VIKOR es el que mejor articula, en este caso, con el índice EC de DEA. Puede observarse que el CAPS 9 que ocupa el primer lugar en los órdenes DEA mantiene igual posición en los de VIKOR. Una situación similar se observa con los CAPS 4 y 7 que son los más ineficientes. Finalmente, el análisis de los distintos órdenes estimados muestra que la eficiencia del CAPS 17 es forzada debido a que es una unidad que no puede, por su tamaño, compararse con las restantes.

[1] P. Andersen y N. C. Petersen, "A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis," Management Science, vol. 39.10, pp.1261–1294, 1993.

[2] T. R. Sexton, "Measuring efficiency: an assessment of data envelopment analysis," New Directions For Program Evaluation, vol. 1986.32, pp. 7-29, 1986.

[3] T. J. Stewart, "Relationships between data envelopment analysis and multicriteria decision analysis," Journal of the operational research society, vol. 47.5, pp. 654-665, 1996.

[4] C. L. Alberto y C. Carignano, "Métodos no paramétricos y apoyo multicriterio a las decisiones: eficiencia de la educación superior en argentina," Mecánica Computacional, vol. 26.18, pp. 1549-1555, 2007.

[5] V. Belton y S. P. Vickers, "Demystifying DEA-a visual interactive approach based on multiple criteria analysis," Journal of the Operational Research Society, vol. 44.9, pp. 883-896, 1993.

[6] J. Jablonsky, "Multicriteria approaches for ranking of efficient units in DEA models," Central European Journal of Operations Research, vol. 20.3 , pp. 435-449, 2012.

[7] Z. Sinuany Stern, A. Mehrez y Y. Hadad, "An AHP/DEA methodology for ranking decision making units," International Transactions in Operational Research, vol. 7.2, pp. 109-124, 2000.

[8] M. A. Curchod, "Análisis de Eficiencia en el Sector Público. Caso SENASA," Tesis de Doctorado en Ciencias Económicas, UNC, Argentina, 2011.

[9] L. F. A. Castro Senra, L. C. NANCI, J. C. C. B. Soares de Mello y L. Angulo Meza, "Estudo Sobre Métodos de Seleção de Variáveis em Dea," Pesquisa Operacional, vol. 27.2, pp. 191-207, 2007.

TABLA IV. COEFICIENTES DE CORRELACIÓN

	PEARSON						SPEARMAN						KENDALL					
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(1)	1,0000						1,0000						1,0000					
	-						-						-					
(2)	0,7458	1,0000					0.6471	1,0000					0,5441	1,0000				
	0,0006	-					0,0050	-					0,0026	-				
(3)	0,3747	0,0501	1,0000				0,5980	0,2108	1,0000				0,4706	0,1912	1,0000			
	0,1384	0,8486	-				0,0112	0,4167	-				0,0095	0,3031	-			
(4)	0,2512	0,0335	0,7850	1,0000			0,6029	0,4730	0,2132	1,0000			0,5000	0,3676	0,1471	1,0000		
	0,3307	0,8986	0,0002	-			0,0104	0,0551	0,4112	-			0,0058	0,0435	0,4338	-		
(5)	-0,2609	-0,6669	0,4517	0,4069	1,0000		-0,1103	-0,5000	0,1373	-0,4877	1,0000		-0,0882	-0,3382	0,0882	-0,4412	1,0000	
	0,3118	0,0035	0,0688	0,1051	-		0,6735	0,0410	0,5994	0,0470	-		0,6505	0,0638	0,6505	0,0151	-	
(6)	-0,4706	-0,8008	0,0904	-0,1715	0,7779	1,0000	-0,3407	-0,6838	0,0956	-0,7892	0,8039	1,0000	-0,2500	-0,5882	0,0441	-0,6912	0,6618	1,0000
	0,0566	0,0001	0,7301	0,5106	0,0002	-	0,1809	0,0025	0,7152	0,0002	0,0001	-	0,1740	0,0011	0,8368	0,0001	0,0002	-

[a] Fuente: Elaboración Propia con Stata/SE 12.0:1º línea coef. de correlación, 2º línea p-valor

Session MB4
OR Models and Applications in Transportation I

- *Resolución del Problema del Vendedor Viajero Insular Bi-Objetivo*; Maturana, Javier; Miranda, Pablo A.; Gutierrez Jarpa, Gabriel.
- *El problema de múltiples viajeros con demanda compartida aplicado a cuadrillas de mantenimiento de áreas verdes*; Contreras Sandoval, Daniela; Linfati, Rodrigo.
- *Asignación Equitativa de Camiones a Rutas para un Problema de Transporte*; Pinto, Gabriela; Moreno, Eduardo; Carrasco, Rodrigo A..
- *Diseño de rutas eficientes para el transporte de múltiples materiales peligrosos*; Espinoza C., Aldo; Paredes Belmar, Germán.

Resolución del Problema del Vendedor Viajero Insular Bi-Objetivo

Pablo A. Miranda, Gabriel Gutierrez-Jarpa
Escuela de Ingeniería Industrial
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile
Email: pablo.miranda@pucv.cl
and gabriel.gutierrez@pucv.cl

Javier Maturana-Ross
Programa de Magister en Ingeniería Industrial
Escuela de Ingeniería Industrial
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile
Email: javier.maturana.r@mail.pucv.cl

***Abstract*— En el presente trabajo se estudia el problema del vendedor viajero insular bi-objetivo, considerando distintos métodos para la obtención del frente de Pareto y el posterior análisis de sus características de convergencia y las soluciones obtenidas. Además, se presenta la implementación de dos métodos de descomposición conocidos en la literatura, la descomposición de Benders y la Relajación Lagrangeana, de los cuales nacen heurísticas sencillas que permiten obtener soluciones factibles para el problema estudiado. Los principales resultados muestran que el método híbrido supera fuertemente a los otros métodos utilizados para la obtención del frente, mientras que la relajación lagrangeana parece ser un buen método de descomposición para este problema.**

Keywords*— *Pareto front, Decomposition, TSP, heuristics.

I. Introducción

La recolección de residuos sólidos en zonas insulares de nuestro país es un problema que no se ha tomado en consideración desde el punto de vista de su planificación. En este sentido, el proyecto FONDECYT regular N° 1140811: "*Design and Planning of a Rural Household Waste Collection System*" ha entregado como resultado distintos modelos de optimización en donde se enfrentan estas dificultades. En dicho estudio, se propone una nueva metodología para resolver el problema de recolección de residuos en zonas insulares mediante la implementación de un modelo matemático que permite obtener los puertos a visitar, el ruteo de las embarcaciones que recolectarán los residuos y la selección de los patrones de visitas para el horizonte de planificación.

En este trabajo se estudia el *Bi-Objective Insular Traveling Salesman Problem* (BO-ITSP), que corresponde a una variante del problema original descrito anteriormente, en donde se considera una única embarcación con capacidad suficiente y un solo periodo, minimizando tanto costos de transporte marítimo como terrestre. En dicho problema, se trabaja con el *trade-off* existente entre ambos costos: cuando la importancia del costo marítimo es alta, entonces la solución tiende a ser la visita de un solo muelle por cada isla; cuando la importancia del costo terrestre es alta, la tendencia es visitar todos los muelles.

Es importante destacar los puntos de demanda no son precisamente los puertos, ya que estos últimos funcionan únicamente como punto de recolección. La carga es generada al interior de la isla, donde debe ser dividida y transportada hacia los muelles seleccionados para la extracción.

Para el análisis de la naturaleza conflictiva de ambos costos, diversos autores han estudiado y desarrollado distintas técnicas para la obtención del frente de Pareto. Esta curva es una herramienta muy útil para el tomador de decisiones, el cual lo puede utilizar para estudiar tanto la situación actual como las posibles modificaciones que se deben realizar en al sistema para alcanzar un estado económicamente eficiente.

El hecho que este problema sea difícil de resolver para instancias grandes justifica el hecho de utilizar métodos que permitan obtener soluciones factibles en tiempos de cómputo razonable, por lo cual se ha decidido estudiar dos métodos distintos para su generación. Además, desde el punto de vista de la Ingeniería Industrial, cuando se requiere dar una respuesta rápida ante variaciones inesperadas, la idea de obtener una solución factible que esté lo suficientemente cerca del óptimo dentro del límite de tiempo es una aproximación razonable.

II. Frente de Pareto

Para la obtención del frente de Pareto se utilizaron 3 métodos distintos: el de los ponderadores, el cual permite obtener únicamente el frente convexo; el método épsilon-constraint (el cual puede, pero no garantiza la obtención del frente completo); y un método híbrido propuesto en [6]. Este último permite obtener tanto las soluciones no dominadas soportadas y no soportadas, dependiendo de la configuración entregada. Los resultados obtenidos muestran que este método híbrido supera con creces el desempeño de los otros dos métodos estudiados, lo cual justifica su utilización para problemas de gran tamaño.

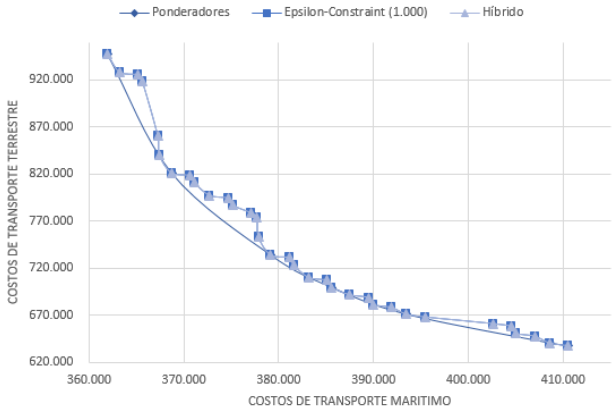


Fig.1 Frentes obtenidos con distintos métodos para la Instancia10-2.

Como se puede ver en la Fig.1, para este caso particular se han obtenido la misma cantidad de puntos con el método épsilon-constraint y el método híbrido, pero como se puede ver en la Tabla I presentada a continuación, el tiempo necesario para obtener la misma cantidad de puntos es mucho mayor, lo cual se justifica debido a la gran cantidad de iteraciones redundantes realizadas por este método.

TABLA.I Resultados para los frentes de Pareto

Inst.	*Ponderadores*		*E.C.*		*Híbrido*	
	Cnt. Puntos	*Tiempo (seg)*	*Cnt. Puntos*	*Tiempo (seg)*	*Cnt. Puntos*	*Tiempo (seg)*
10-2	7	107,98	33	788,96	33	73,95
10-3	6	132,42	39	496,17	40	86,23
10-4	6	384,80	38	610,20	39	95,42
10-8	6	385,35	30	769,39	32	89,14
10-10	6	178,78	39	762,00	42	88,23

Las instancias de prueba señaladas en la tabla anterior demuestran que el mejor método para encontrar el frente de Pareto es el híbrido, debido principalmente a sus características de convergencia.

III. MÉTODOS DE DESCOMPOSICIÓN

En este trabajo se utilizan dos métodos de descomposición bien conocidos en la literatura: la descomposición de Benders y la Relajación Lagrangeana. Ambos métodos fueron aplicados al BO-ITSP.

Para poder hacer la aplicación de los métodos, una primera aproximación fue utilizar el método de los ponderadores ya que se conocen los valores a los cuales converge el método para cada valor del penalizador. Estas pruebas pueden ser extendidas si se utiliza el método NISE (*Non Inferior Set Estimation)*, el cual permitiría encontrar más puntos eficientes en la frontera, pero no garantiza la obtención del frente completo.

A. Descomposición de Benders

La estructura del problema estudiado en este trabajo permite que la descomposición de Benders sea fácil de identificar. En el problema maestro se dejan las variables de selección de puertos, mientras que en el sub-problema se utilizan las variables de ruteo. Sin embargo, al aplicar la metodología de esta forma el problema esclavo resultante contiene variables enteras, por lo cual es necesario relajarlas para que el método pueda ser aplicado: esto implica que es necesaria la definición de una heurística que permita obtener una solución factible mientras el algoritmo de Benders trabaja.

Dos heurísticas sencillas fueron consideradas en este estudio:

- Ejecutar paralelamente el problema del vendedor viajero en base a los puertos seleccionados en el problema maestro en cada iteración del algoritmo.
- Ejecutar paralelamente el problema del vendedor viajero en base a los puertos seleccionados en el problema maestro únicamente cuando se ha obtenido el costo global más pequeño hasta la iteración actual.

La idea es ver si, para instancias grandes, estas heurísticas son capaces de proveer buenos resultados en tiempos de cómputo limitados.

B. Relajación Lagrangeana

En contraste con el método anterior, para aplicar la relajación lagrangeana se incorporó una restricción adicional al modelo, la cual permitió desacoplar variables de decisión. Este arreglo conveniente permitió que, al relajar la restricción agregada el modelo original se divide en dos: (1) un problema de selección de puertos y (2) un problema del vendedor viajero selectivo con beneficios.

De los sub-problemas descritos anteriormente, ambos entregan una selección de puertos que se debe tomar en consideración para encontrar una solución factible. En este trabajo se ha decidido considerar los puertos entregados por el sub-problema (2), ya que con eso se evita tener que rutear nuevamente la embarcación. Gracias a esta decisión, la heurística lagrangeana a diseñar está únicamente orientada al cálculo de los costos de transporte terrestres basados en la planificación de visita a los nodos que ya se ha realizado.

Los multiplicadores de Lagrange definidos para este método reportan el beneficio (o no beneficio) por visitar un muelle. Finalmente, para la optimización dual se utilizó el método del sub-gradiente.

C. Principales resultados

Los resultados obtenidos al aplicar los métodos muestran que la Relajación Lagrangeana se comporta mucho mejor para las instancias pequeñas y medianas, ya que los puntos obtenidos se acercan más a la frontera eficiente que las heurísticas definidas para la descomposición de Benders. Tanto el *duality* como el o*ptimality* GAP se encuentran por debajo del 5% para las instancias utilizadas.

Para las heurísticas basadas en Benders, se obtuvo que la heurística N° 1 se desempeña mejor al acercarse más al frente de Pareto convexo, sin embargo los tiempos computacionales son excesivos con respecto a la heurística 2, la cual se demora mucho menos pero exhibe un comportamiento errático al momento de encontrar el frente.

IV. Conclusiones

En este trabajo se ha estudiado el problema del vendedor viajero insular bi-objetivo, específicamente mediante la utilización de métodos para la obtención del frente de Pareto y mediante la creación de heurísticas basadas en métodos de descomposición.

De los tres métodos aplicados para encontrar el frente, se determinó que el mejor es el híbrido debido a que tarda mucho menos que los otros dos en encontrar el frente, e incluso garantiza la obtención del frente completo, lo cual no se puede asegurar con *epsilon-constraint*, ni mucho menos con los ponderadores. Naturalmente, debido a la alta cantidad de algoritmos propuestos en la literatura, se pueden seguir realizando comparaciones con las últimas técnicas creadas por investigadores del área (ver [7]).

En la segunda parte se presentaron métodos de descomposición para este problema, en donde se obtuvo que la Relajación Lagrangeana es capaz de proveer buenos resultados en menos tiempo que la descomposición de Benders, por lo cual los esfuerzos serán orientados a continuar explorando dicho enfoque para reducir los tiempos computacionales en las instancias grandes.

References

[1] Miranda *et al.* (2015). A novel methodology for designing a household waste collection system for insular zones, Transportation Research Part E 77, 227–247.

[2] Grupo de Residuos Sólidos, GRS. (2009). Diagnóstico para la gestión integral de residuos sólidos en las provincias de Chiloé y Palena. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. www.grs-pucv.cl.

[3] Benders, J.F. (1962). Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems, Numerische Mathematik 4, 238-252.

[4] Held, M., & Karp, R. M. (1970). The traveling-salesman problem and minimum spanning trees. Operations Research, 18(6), 1138-1162.

[5] Ehrgott, M. (2006). Multicriteria optimization. Springer Science & Business Media.

[6] Riera-Ledesma, J., Salazar-González, J.J., (2005). The biobjective travelling purcharser problem. European Journal of Operational Research 160, 599-613.

[7] Mavrotas, G., & Florios, K. (2013). An improved version of the augmented ε-constraint method (AUGMECON2) for finding the exact pareto set in multi-objective integer programming problems. Applied Mathematics and Computation, 219(18), 9652-9669.

[8] Guignard, M. (2003). Lagrangean relaxation. Top, 11(2), 151-200.

El problema de múltiples viajeros con demanda compartida aplicado a cuadrillas de mantenimiento de áreas verdes

Daniela Contreras Sandoval
Escuela Ingeniería Civil Industrial
Universidad del Bío Bío
Concepción, Chile
dpcontre@alumnos.ubiobio.cl

Rodrigo Linfati
Depto. Ingeniería Industrial
Universidad del Bío Bío
Concepción, Chile
rlinfati@ubiobio.cl

***Abstract*— Este artículo abarca problema de múltiples vendedores viajeros con demanda compartida (m-TSP-SD), donde los vendedores no cuentan con un límite de capacidad, existen múltiples depósitos, la demanda es conocida y esta se puede compartir entre los vendedores. Este modelo es la generalización del TSP con múltiples viajeros y Split delivery, lo que resulta ser un problema computacionalmente difícil (NP-Hard). Se propone un modelo de programación lineal entera y para resolver este modelo, se utilizó el software AMPL junto a los solver CPLEX y GUROBI. Se analizarán diferentes funciones objetivos para el problema, y sus implicancias prácticas para la empresa en estudio. Adicionalmente se analizaran los parámetros que afectan el desempeño del Branch-and-Bound, y se presentan resultados computacionales.**

Keywords—PLE; Split Delivery; TSP.

I. INTRODUCCIÓN

La planificación es un medio para lograr los objetivos propuestos o, en este caso, lograr satisfacer a todos los clientes en un tiempo determinado el cual depende de ciertas variables, tales como la ruta de los vehículos y los costos por cada arco.

Este problema de ruteo se resolverá mediante el problema múltiples vendedores viajeros con múltiples depósitos (Mm - TSP), dado que se asemeja más a los problemas reales [1]. El problema cuenta con n depósitos ubicados en lugares diferentes y m vendedores viajeros, además se complementa con un problema de demanda compartida con el objeto de abaratar costos [2].

La información estudiada es de una empresa del rubro del mantenimiento de áreas verdes, donde sus clientes se ubican en la región del Bíobio. Esta empresa cuenta con cuadrillas equipadas para llegar a cada cliente y cumplir con la demanda, sin embargo existen problemas dentro de la planificación de las rutas y la carga de trabajo de cada cuadrilla lo que generan costos extras y descontento entre los trabajadores.

Este articulo busca desarrollar un modelo que dé solución a la o las problemáticas mediante la decisión de asignación de un grupo de cliente a cada vendedor (cuadrilla) por día, si se logra cumplir el objetico, se puede continuar con la optimización del problema.

El objetivo es determinar la ruta diaria de los vendedores, tal que que en una determinada cantidad de días visite a todos los clientes. La solución debe considerar las siguientes restricciones: cada ruta debe comenzar y terminar en el mismo punto (depósito); un cliente puede ser visitado por más de un vendedor; cada cliente debe ser visitados una vez por cada ruta de cada vendedor. Se analizarán diferentes funciones objetivos, cada una correspondiente a un KPI diferente de la empresa, para lograr un balance en las rutas, ya sea desde el punto de vista de la empresa o de los viajantes.

Dado el problema que se plantea, a nivel computacional es uno de los más complejos por lo que es de tipo NP-Hard, se utilizará el software AMPL con los solver CPLEX y GUROBI. Luego se analizará el efecto de los parámetros principales que afectan el funcionamiento del Branch-and-Bound implementado en estos software.

II. METODOLOGÍA

En este documento de ruteo de las cuadrillas, se abarcará una generalización del problema vendedor viajero (TSP)[3], este es mTSP, lo que implica la existencia de m vendedores que comienzan y terminan su ruta en un deposito (nodo de origen).

Una generalidad del mTSP es el Multidepot mTSP, es decir m vendedores comienza y terminan en el deposito d, donde d va entre 1 y n, tal que n es el número de depositos, formudado por Kara y Bektas [4]. Por otra parte una de las variantes del modelo VRP, es cuando la demanda puede ser atendida por uno o más vehículo, se llama Split Delivery VRP (SDVRP), formulas propuestas por Dror y Trudeau [5].

Entonces se propone un modelo que une ambas formulaciones citadas, generando un problema de múltiples viajeros con múltiple depósitos y demanda compartida o the multi-depot multiple Travel Salesman Problem with Split Delivery (m-TSP-SD), ya que existen clientes con una demanda elevada que no alcanza a ser cubierta en un día, lo que implica un costo extra por demora.

III. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

A. Instancias

Se generan dos conjuntos de instancias, el primero corresponde a instancias reales de una empresa en Chile; el segundo conjunto corresponde a instancias aleatorias, con estructura similar a instancias reales, para analizar el efecto de cada una de las estructuras internas de las instancias.

La empresa analizada tiene sus operaciones en la región del Bíobío dedicada al rubro del mantenimiento de áreas verdes, específicamente el corte de maleza. Cuenta con un total de dos cuadrillas y dos depósitos ubicados en lugares diferentes que satisfacen a la demanda. Las rutas de las cuadrillas son establecidas por el jefe de cuadrilla y los clientes a visitar son de acuerdo a una lista definida por el supervisor o en caso que exista algún recinto que requiera un desmalezado que no está planificado visitar en el día.

El cumplimiento del desmalezado total de los metros cuadrados es del 73 por ciento, lo que implica un alto porcentaje de metros cuadrados no cortados. Cabe recalcar, que la empresa analizada, junto con los datos es real.

B. Diseño y Experimento

Bajo la premisa descrita anteriormente, al modelo se realizan variaciones en la función objetivo con el objeto de dar cumplimiento a los KPI de la empresa.

1) Reducir el costo de las rutas: Dada la matriz de costo C_{ij} asociado a cada arco.

2) Optimizar el tiempo del total de rutas: Dada la matriz C_{ij} que se encuentra en función del tiempo (horas).

3) Carga laboral en función del tiempo: Dada las soluciones anteriores, dividir la carga de trabajo de forma igualitaria de cada cuadrilla.

C. Resultados

La metodología es aplicada a dos instancias reales y a diez instancias generadas de forma aleatoria, pero estructuradas. Los resultados muestran que los parámetros de los software utilizados influyen en los tiempos de computo, entre los que podemos destacar los relacionados con el *presolver*, estrategias de exploración, planos de corte, entre otros.

Los diferentes KPI evaluados muestran una clara diferencia en la estructura de las soluciones, por lo que es necesario evaluar en trabajos futuros un análisis multi objetivo, donde se puedan generar fronteras eficientes de Pareto.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al grupo de investigación en logístic a y transporte de la Universidad del Bío Bío, además el apoyo del Proyecto CONICYT FONDECYT 11150370.

REFERENCES

[1] Bektas T.: "The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and so- lution procedures". Omega, Vol. 34, (2006) 209-219.

[2] Dror, M., & Trudeau, P. (1989). Savings by split delivery routing. Transportation Science, 23(2), 141-145.

[3] Miller, C. E., Tucker, A. W., & Zemlin, R. A. (1960). Integer programming formulation of traveling salesman problems. Journal of the ACM (JACM), 7(4), 326-329.

[4] Kara, I., & Bektas, T. (2006). Integer linear programming formulations of multiple salesman problems and its variations. European Journal of Operational Research, 174(3), 1449-1458.

[5] Dror, M., & Trudeau, P. (1990). Split delivery routing. Naval Research Logistics (NRL), 37(3), 383-402.

Asignación Equitativa de Camiones a Rutas para un Problema de Transporte

Gabriela Pinto Espinosa
Facultad de Ingeniería y Ciencias
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
gpinto@alumnos.uai.cl

Eduardo Moreno
Facultad de Ingeniería y Ciencias
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
eduardo.moreno@uai.cl

Rodrigo A. Carrasco
Facultad de Ingeniería y Ciencias
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
rodrigo.carrascos@uai.cl

***Abstract*— Se estudia el problema de asignar rutas de distintos kilometrajes a distintas empresas transportistas, de forma que la asignación entre ellas sea equitativa y justa. Para esto, se proponen distintos modelos de optimización que utilizan diferentes medidas de equidad, y se comparan los resultados obtenidos entre ellos. Además, se propone una heurística de asignación, que permita realizar esta tarea de forma más directa y manteniendo la equidad entre las empresas transportistas.**

Keywords—asignación; equidad; optimización

I. INTRODUCCIÓN

En el contexto de asignación de tareas en Investigación Operativa usualmente se busca la reducción de costos o tiempo al fijar una tarea a un agente. Sin embargo, cuando existen agentes que presentan similares o iguales rendimientos frente a ambas métricas, se hace interesante el estudio de la justicia o equidad con que se hacen dichas asignaciones. Considerando que estas asignaciones pueden presentar beneficios para los agentes y que, si bien no afecta directamente a las empresas en un ámbito económico, si afecta a sus trabajadores y empresas con que se externalizan estas tareas, lo cual puede llegar a impactar las relaciones internas que tiene una empresa.

De forma general, el problema estudiado es una empresa con requerimientos de transporte, los cuales tienen asociado una ruta con un kilometraje predeterminado. La empresa debe asignar dichas rutas a los transportistas según su disponibilidad con el objetivo de que dicha asignación sea lo más equitativa posible, medida en un período establecido.

Como respuesta al problema, se propone buscar diferentes métricas que, en primer lugar, puedan medir dicha equidad y a partir de las cuales se puedan definir modelos de optimización, para luego compararlos entre ellos.

Este trabajo está motivado por la problemática de transporte de líquidos que enfrenta cada día una empresa en el sur de Chile. Por esto, se cuenta con datos reales de la empresa y se evalúan las distintas alternativas, para definir una política de asignación de viajes a los distintos transportistas.

II. MODELOS DE ASIGNACIÓN EQUITATIVA

La propuesta de solución es estudiar distintas métricas de equidad en la asignación, basadas en medidas estadísticas de la dispersión entre los kilómetros asignados a cada empresa y/o camión. Usando estas métricas, se decide la asignación de un camión disponible a una ruta. Esta asignación se realiza cada día, por lo que en la medida que avance, las asignaciones consideradas en el período estudiado debiesen tender a ser cada vez más parecidas o equitativas.

Un supuesto importante bajo el cual se proponen los modelos, es que todos los camiones a considerar son iguales tanto en costo o rendimiento como en capacidad o tipo. Esto, debido a que, en primer lugar, el propósito del estudio es encontrar asignaciones equitativas cuando los costos son independientes del agente que se asigna y, por otra parte, si se tuviesen camiones de diferentes capacidades o tipos, las rutas y requerimientos tendrían que estar asociadas previamente a ellas y se podría tratar el problema para cada tipo de camión de forma independiente de los otros.

A continuación, se establecerán las variables, parámetros y restricciones con las que contarán los modelos de optimización a utilizar de forma general.

Se utilizará el índice t para establecer el día en el que se está estudiando el problema, el índice c corresponde a las diferentes camiones o empresas transportistas y, finalmente, los viajes serán indexados como v, con $v = 1...V^t$ siendo V^t el número de total de viajes en el día t. Cada día, la empresa c tiene disponible una cantidad de camiones a_c^t para ser asignados a alguna ruta. Por otro lado, la empresa tiene rutas a ser asignadas, con un kilometraje k_v^t para la ruta del viaje v en el día t.

Denotamos por D_c^t al total de kilómetros asignados a la empresa c hasta el día t (dentro de una ventana de tiempo o desde un tiempo inicial $t=0$). Así mismo, A_c^t indica la disponibilidad acumulada de la empresa c hasta el día t.

La métrica sobre la cual se mide la equidad se denota por R_c^t que a continuación se llamará *kilometraje promedio asignado diario*, y que corresponde al total de los kilómetros asignados cada día sobre la disponibilidad acumulada de la empresa. Es decir,

$$R_c^t = \frac{D_c^t}{A_c^t} \quad (1)$$

Se construye un modelo de optimización usando la variable de decisión $x_{c,v}$, binaria, que establece si la empresa c se asigna el viaje v en el día que se está evaluando. Bajo esto, se debe

cumplir en todo momento que todos los viajes deben ser completados por un único camión (2) y que ninguna empresa puede realizar más viajes que los camiones que tiene disponibles (3) de la siguiente forma:

$$\sum_{c=1}^{C} x_{v,c} = 1 \qquad \forall v = 1...V^t \quad (2)$$

$$\sum_{v=1}^{V^t} x_{v,c} \leq a_c^t \qquad \forall c = 1...C \quad (3)$$

$$x_{v,c} \in \{0,1\} \qquad \forall v = 1...V^t, c = 1...C \quad (4)$$

Usando estas variables, se puede establecer también la actualización diaria de la métrica R_c^t por medio de (5) y también se define la variable artificial $\overline{R^t}$ en (6) que representa el promedio entre las distintas empresas de la métrica utilizada, la que será útil para algunos de los modelos:

$$R_c^t = \frac{D_c^{t-1} + \sum_{v=1}^{V^t} x_{v,c} k_v^t}{A_c^{t-1} + a_c^t} \qquad \forall c = 1...C \quad (5)$$

$$\overline{R^t} = \frac{1}{C} \sum_{c=1}^{C} R_c^t \quad (6)$$

A continuación, se detallarán los objetivos de este modelo de optimización, que permite hacer una asignación equitativa. Utilizamos las distintas métricas de equidad definidas en [1].

A. Rango

Esta métrica mide la diferencia entre las empresas con mayor y menor kilometraje promedio asignado. En el caso del modelo de optimización que minimiza el rango, es decir la máxima diferencia entre empresas con respecto a R_c^t, se agregan las variables R^+, representando el máximo, y el mínimo R^-, junto con las restricciones (7), (8) y (9) que definen dichas variables, y la función objetivo (10).

$$R_c^t \leq R^+ \qquad \forall c = 1...C \quad (7)$$

$$R_c^t \geq R^- \qquad \forall c = 1...C \quad (8)$$

$$R^+, R^- \geq 0 \quad (9)$$

$$\min \quad R^+ - R^- \quad (10)$$

B. Desviación absoluta media

En este caso, se minimiza el promedio de diferencia entre R_c^t y el promedio entre todas las empresas $\overline{R^t}$, es decir:

$$\min \quad \frac{1}{C} \sum_{c=1}^{C} |R_c^t - \overline{R^t}| \quad (11)$$

Para escribir esto de forma lineal, se añaden las variables w_c que se define como la desviación absoluta de cada empresa por medio de las restricciones (12) y (13) y se modifica la función objetivo original de (11) en (14).

$$w_c \geq R_c^t - \overline{R^t} \qquad \forall c = 1...C \quad (12)$$

$$w_c \geq \overline{R^t} - R_c^t \qquad \forall c = 1...C \quad (13)$$

$$\min \quad \frac{1}{C} \sum_{c=1}^{C} w_c \quad (14)$$

C. Desviación estándar o varianza

Si bien en [1] se encuentra definida como métrica la desviación estándar, es posible observar que al tener un modelo que minimice la desviación estándar, este sería equivalente a uno que minimiza el cuadrado de su función, es decir, la varianza, que cumple con ser una función convexa.

$$\min \quad \frac{1}{C} \sum_{c=1}^{C} (R_c^t - \overline{R^t})^2 \quad (15)$$

D. Coeficiente de Gini

Se minimiza el coeficiente de Gini con respecto a R_c^t, definido en (16).

$$\min \quad \frac{1}{2C^2 \overline{R^t}} \sum_{c=1}^{C} \sum_{c'=1}^{C} |R_c^t - R_{c'}^t| \quad (16)$$

Para esto, se agregan las variables $w_{c,c'}$ que representa la diferencia absoluta entre las empresas c y c', mediante las restricciones (17) y (18), así como la modificación de la función objetivo en (19).

$$w_{c,c'} \geq R_c^t - R_{c'}^t \qquad \forall c = 1...C, c' = 1...C \quad (17)$$

$$w_{c,c'} \geq R_{c'}^t - R_c^t \qquad \forall c = 1...C, c' = 1...C \quad (18)$$

$$\min \quad \frac{1}{2C^2} \sum_{c=1}^{C} \sum_{c'=1}^{C} w_{c,c'} \quad (19)$$

III. Heurística de asignación

Con el fin de buscar una solución con un menor tiempo de ejecución y que sea aplicable de forma más realista en empresas reales que no necesariamente cuentan con recursos o el tiempo para resolver modelos de optimización en los softwares necesarios continuamente, se propone una heurística de asignación.

Esta heurística consiste en ordenar los viajes cada día de mayor a menor según sus kilómetros y hacer las asignaciones a las empresas en orden de menor a mayor a partir de su métrica R_c^t, todo esto teniendo en cuenta las restricciones generales propuestas anteriormente.

En este caso cabe destacar que, al haber empresas que tienen varios vehículos disponibles, se debe ir recalculando las métricas R_c^t a medida que se hace una asignación para evitar quedar con un desbalance al día siguiente porque gran parte de los viajes fueron asignados a las empresas con menor valor en su kilometraje promedio asignado diario anterior y que, a su vez, poseen varios camiones.

IV. Resultados y conclusiones

Utilizando datos reales de viajes y asignaciones hechas por la empresa a la que apoyamos, entre las fechas 1 de febrero de 2016 y 3 de septiembre de 2017, se simularon las asignaciones que hubiesen resultado de los modelos y la heurística recién descritos, por medio del software Python en el caso de la heurística, y Pyomo en conjunto con el solver Gurobi para los modelos de optimización.

Para esto, se diferenció entre camiones de 15 y 30 m^3 de capacidad y se partió con las asignaciones reales hechas entre el 1 de febrero y el 1 de marzo de 2016 para tener valores iniciales para las métricas, dado que esta se midió con los valores acumulados de disponibilidad y kilometraje en un período móvil de los últimos 30 días. Es importante destacar que, dado que se resolvió el problema para 551 días y dos tipos de camiones con 4 modelos diferentes, para evitar una demora de tiempo

indefinido, fue necesario establecer un límite de tiempo de ejecución, el cual fue de 30 minutos en el modelo de varianza y 15 minutos para los modelos lineales, en donde, si se sobrepasaba el lapso establecido y el solver aún no encontraba la solución óptima, simplemente se conservaba la mejor solución encontrada hasta el momento.

Posteriormente, se evaluaron las asignaciones hechas por cada modelo y la heurística según los valores de las métricas que resultaban para cada empresa cada día, midiendo luego la desviación estándar, el coeficiente de Gini, la desviación media y el rango resultante. Estos valores se compararon entre cada solución y con la asignación real, lo cual está representado en los gráficos de las figuras 1 a la 4, para los camiones de 15 m^3.

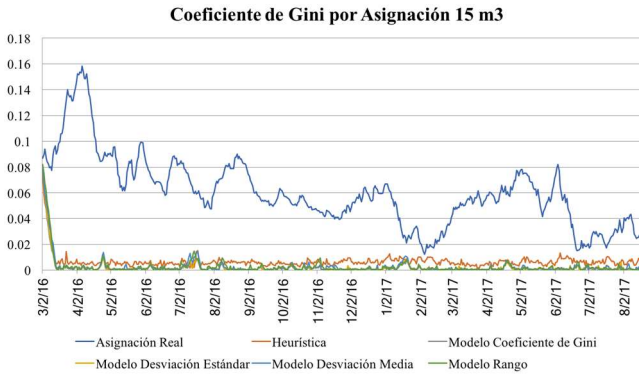


Fig. 1: Coeficiente de Gini por asignación para camiones de 15 m^3.

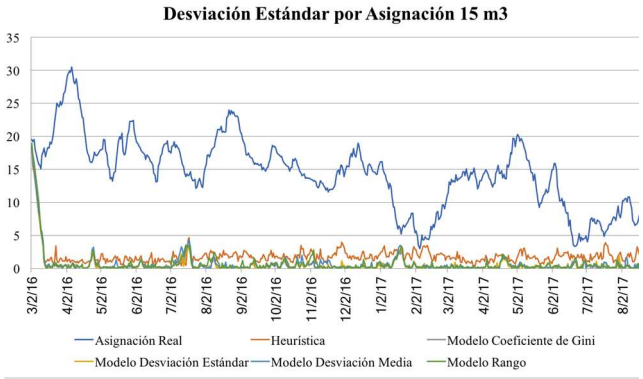


Fig. 2: Desviación estándar por asignación para camiones de 15 m^3.

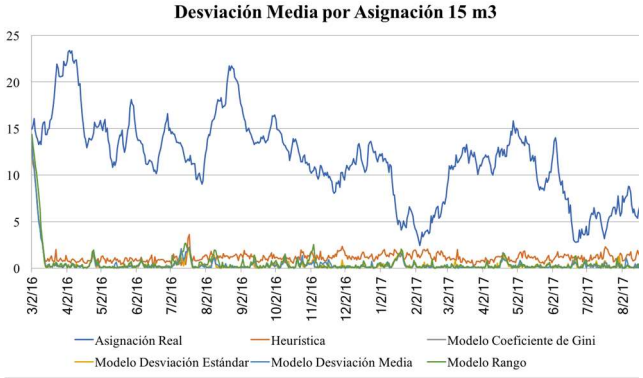


Fig. 3: Desviación media por asignación para camiones de 15 m^3.

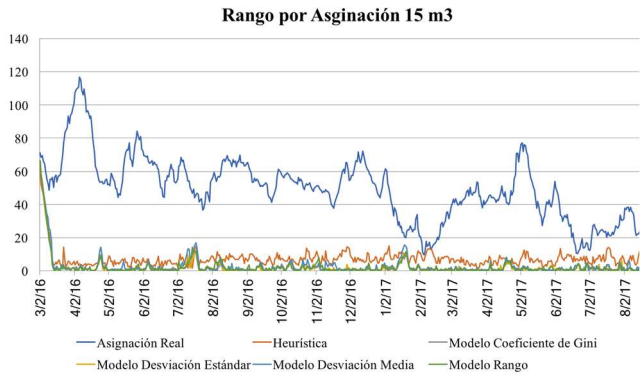


Fig. 4: Rango por asignación para camiones de 15 m^3.

De estos resultados es posible notar, en primer lugar, que tanto la heurística como los modelos logran un desempeño significativamente mejor que la asignación real hecha por la empresa, logrando reducir la desviación estándar, por ejemplo, un 96.42% en promedio en el caso de los modelos y un 83.62% en el caso de la heurística. Además, para todas las asignaciones el comportamiento de la dispersión frente a las cuatro medidas evaluadas es bastante similar, así como los cuatro modelos asignados tienen casi el mismo comportamiento.

Finalmente, si bien los modelos de optimización entregan una solución mejor a la heurística, es importante considerar que la implementación de los modelos en la realidad requeriría de la utilización de un software de optimización y un solver, para lo cual es necesaria la obtención de licencias; además de que, tal como se explicó anteriormente, dependiendo de los parámetros con que se trabaje el problema para cada día, el tiempo de solución es indefinido (antes de implementar el tiempo límite de solución hubo días en algunos modelos que el programa estuvo corriendo más de una hora y aún no lograba encontrar la solución óptima). La heurística, por su parte, tiene un tiempo de ejecución definido y casi instantáneo, y también puede ser implementada en Excel o incluso a mano, por lo cual se justifica que la recomendación final sea la aplicación de la heurística en lugar de alguno de los modelos, a pesar de que sus resultados no sean tan buenos como los que entregan los modelos de optimización.

REFERENCIAS

[1] Equity Objectives in Vehicle Routing: A Survey and Analysis, P. Matl, R.F. Hartl, T. Vidal (https://arxiv.org/pdf/1605.08565.pdf)

Diseño de rutas eficientes para el transporte de múltiples materiales peligrosos

Aldo Espinoza C.
Facultad de Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Viña del Mar, Chile
espinoza.aldo.ici@gmail.com

Germán Paredes-Belmar
Departamento de Ciencias de la Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Viña del Mar, Chile
german.paredes@unab.cl

***Resumen*—En este trabajo se plantea un nuevo problema de distribución de múltiples materiales peligrosos en una zona urbana, en el cual múltiples materiales de distinto nivel de riesgo son cargados en un mismo vehículo para luego ser distribuidos a un conjunto de clientes. El modelo considera una función bi-criterio que reduce el costo de transporte y riesgo en forma simultánea. El riesgo es cuantificado como el total de personas expuestas en las ruta de transporte y su magnitud varía según el material entregado. El valor objetivo de cada criterio es determinado por medio del método de las ponderaciones a ambos criterios normalizados. Se considera una flota de vehículos homogénea y de capacidad limitada. La ubicación y demanda de los clientes es conocida. Se presenta un caso hipotético en la ciudad de Santiago, para demostrar su uso práctico.**

***Index Terms*—HAZMAT, problema de ruteo de vehículos, población expuesta, mínimo costo y riesgo.**

I. Introducción

La preocupación por las consecuencias que produce un incidente de HAZMAT (en inglés, *Hazardous Materials*), ha motivado el desarrollo de múltiples modelos matemáticos para identificar rutas de bajo riesgo [10]. Sin embargo, las rutas de bajo riesgo usualmente conllevan altos costos de transporte. Así, el problema de transporte de materiales peligrosos se ha estudiado, en la literatura más reciente, como un problema de ruteo de vehículos que busca minimizar, al menos, el costo de transporte y el riesgo asociado de forma simultánea. El riesgo puede ser cuantificado como el total de la población expuesta en las rutas de transporte. En este enfoque, se plantea disminuir el costo de transporte, al permitir la distribución de múltiples sustancias peligrosas en un mismo vehículo, alcanzando economías de alcance. Asimismo, se busca disminuir el riesgo generado por los vehículos distribuidores. Se considera que al cargar distintos HAZMAT en un mismo vehículo, predomina el riesgo de la sustancia más peligrosa, independiente de la cantidad de materiales riesgosos que se transporten. En contraste, el enfoque clásico determina cada material es transportado separadamente, y la población expuesta es la suma de riesgos de las rutas. En este trabajo se propone un modelo de programación lineal entera mixta para resolver el problema de distribución de múltiples HAZMAT en zonas urbanas, permitiendo múltiples entregas de HAZMAT en un mismo vehículo. Se minimizan los costos de transporte y la población total expuesta, buscando un equilibrio o conjunto de soluciones eficientes entre ambos objetivos considerados.

II. Revisión Bibliográfica

La literatura especializada se ha enfocado principalmente en resolver el transporte de HAZMAT construyendo rutas entre un punto de origen y un punto de destino (O-D) minimizando los costos de éstas por algún estimador de riesgo [2]. Otra línea de estudio considera la utilización de múltiples objetivos en sus modelos matemáticos. En [9] los autores incluyen tres objetivos y en [5] identificaron cinco criterios. El artículo [6] propone un nuevo enfoque para encontrar una aproximación imparcial al frente de Pareto. El transporte de más de un tipo de material en un mismo vehículo, también ha sido estudiado en la literatura. En [1] se demuestra que las rutas óptimas son diferentes para diferentes tipos de materiales peligrosos y, por consiguiente, deben tenerse en cuenta al determinar rutas de transporte. En [4] se estudia el problema del ruteo y secuenciamiento transportando diferentes materiales compatibles en un solo camión, pero sin considerar el riesgo. En [7] se plantea un modelo de programación entera que permite la recolección de múltiples materiales peligrosos en un mismo vehículo. El objetivo del problema es minimizar tanto la población expuesta como los costos de transporte. El riesgo es modelado según la definición propuesta en [3] y [8].

III. Descripción del Problema

La distribución de distintos tipos de HAZMAT implica el estudio de las interacciones y los cambios de estado de los vehículos cuando se realiza una entrega. Cabe señalar que la combinación de distintos materiales peligrosos en el mismo vehículo debe ser compatible. Dado que el riesgo del vehículo se mide de acuerdo a la distribución del producto más peligroso, a medida que el vehículo va entregando distintos materiales peligrosos solicitados por diferentes clientes, la etiqueta de riesgo del vehículo mantendrá el riesgo más elevado o disminuirá al segundo más riesgoso hasta después de visitar un cliente y realizar la entrega. Se propone un modelo de programación entera mixta para resolver el problema de múltiples HAZMAT, permitiendo descargas de materiales en un mismo vehículo a través de una función bi-objetivo, minimizando costos de transporte y población expuesta. Estos

objetivos entran en conflicto, dado que mientras más cortas sean las rutas, mayores serán las poblaciones expuestas. En caso contrario, mientras menor sea la población total expuesta, las rutas tienden a ser muy extensas, dado que las rutas suelen atravesar zonas poco pobladas. Por lo tanto, se necesita un equilibrio o conjunto de soluciones eficientes (optimidad paretiana) representadas por la mínima suma ponderada entre ambos objetivos en estudio.

IV. Caso de Estudio

Se ha planteado un caso hipotético de estudio en el área urbana de la ciudad de Santiago, basado en la red de transporte de la ciudad, es decir, calles, caminos, sectores industriales, sectores urbanizados, etc. Esta red tiene un total de 6.231 arcos y 2.205 nodos. Cada arco tiene un costo directamente proporcional a la distancia entre cada arco. Se escogieron 167 puntos generadores de HAZMAT. Estos puntos, etiquetados como clientes en la red de transporte, solicitan un tipo de material con una cantidad específica. Se utilizaron 5 diferentes tipos de materiales peligrosos, denotados como A, B, C, D y E en orden creciente de riesgo. Dado que el modelo considera la distribución de múltiples productos en un mismo vehículo, se debe expresar la compatibilidad y predominancia entre los distintos materiales a cargar en un mismo vehículo. En la Tabla I se resumen las reglas de predominancia y compatibilidad entre materiales peligrosos. La Fig. 1 ilustra el mapa de la ciudad con el depósito central y cada cliente con el tipo de material demandado. La red fue dividida en 8 sub-áreas que contienen municipalidades con regulación similar en cuanto al transporte de HAZMAT. Esto permite además reducir los tiempos de cómputo en la búsqueda de soluciones al disminuir la cantidad de nodos (por cada zona). Se observa que la zona 8 no incluye ninguna empresa que demande HAZMAT y por tanto no se realiza análisis en dicha zona.

Fig. 1. Red de transporte Santiago, Chile.

Tabla I
Matriz de Compatibilidad de Mezclas

Tipo Material	A	B	C	D	E
A	A	-	C	D	E
B	-	B	C	D	E
C	C	C	C	-	E
D	D	D	-	D	E
E	-	E	-	E	E

V. Resultados

El modelo fue parametrizado en AMPL y resuelto con CPLEX versión 12.6, en un servidor con procesador Intel i7-2600, 3.4 GHz, 16 GB de RAM y sistema operativo Ubuntu 12.04LTS. Cada zona se resuelve por separado con un tiempo de cómputo máximo de 10.000 segundos. En la Fig. 2 se muestran las rutas de mínimo costo y de mínimo riesgo respectivamente para cada vehículo utilizado en la solución de la Zona 5. Las rutas obtenidas para ambos vehículos se muestran en la Fig. 2 a) y b) considerando la minimización de costos de transporte. Se aprecia que, tanto para el vehículo 1 como para el vehículo 2, la secuencia de entrega de productos a los respectivos clientes no produce una disminución de población expuesta, sino que sólo minimiza los costos. Por ejemplo, el primer vehículo, luego de realizar la segunda entrega de material tipo E, visita dos clientes consecutivos que solicitan material tipo B, posteriormente entrega dos materiales tipo C y luego uno tipo E. Con esto se evidencia que el orden de visitas no minimiza la población expuesta, pues no hay esfuerzos por deshacerse del material más riesgoso como prioridad. Respecto al vehículo 2, el último producto entregado es de tipo D (el más riesgoso transportado en esa ruta). Notar que el modelo respeta la compatibilidad de estos siguiendo las reglas de la Tabla I. Distinta es la situación de la Fig. 2 c) y d), donde las rutas obtenidas corresponden a rutas de mínimo riesgo. Notar que en el vehículo 1, el orden de entrega muestra un orden descendente en cuanto a la exposición del material, puesto que el vehículo se libera de todos los productos tipo C antes de entregar cualquier producto tipo A, sin importar que la ruta sea más costosa. Las líneas que demarcan la ruta seguida por los vehículos varían a lo largo de ésta. En un orden descendente de exposición, la línea gruesa es la mayor, la punteada roja la que sigue, la punteada blanca la de menor riesgo y la continua es libre de riesgo. La misma situación aparece en la ruta del segundo vehículo en el cual los primeros clientes visitados son aquellos que demandan un material más riesgoso (tipo E y D) y los últimos atendidos corresponden a quienes demandan materiales tipo B (clientes de menor riesgo en la ruta). El vehículo 1 cambia dos veces de estado mientras que el segundo vehículo cambia cuatro veces de estado.

Notar que en la Tabla II el valor de la población expuesta al minimizar el costo de transporte es de 1.015.930 personas y el costo de transporte de ambos vehículos es de 91.368 unidades monetarias. En el caso opuesto (mínimo riesgo), el valor de la población expuesta es casi la mitad, reduciéndose a 580.018 personas y el valor del costo de transporte asumido por ambos

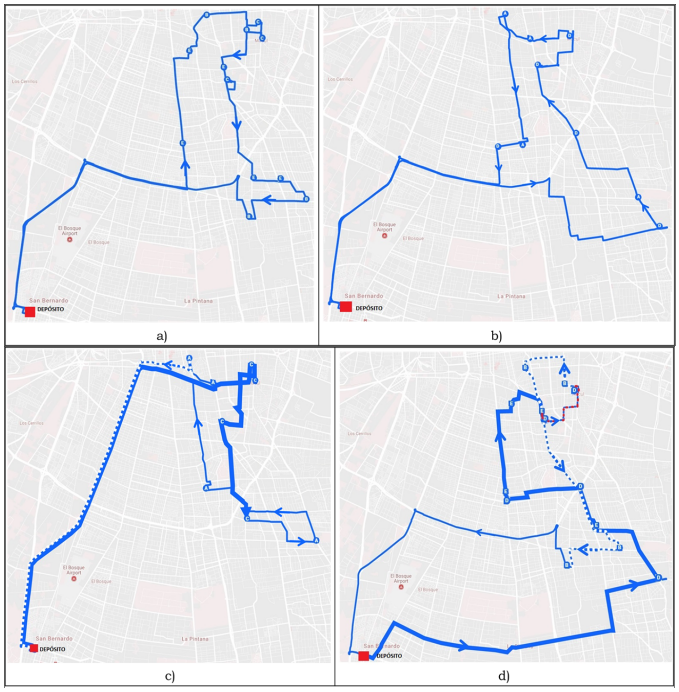


Fig. 2. (a) y (b) rutas de mínimo costo, (c) y (d) mínimo riesgo para Zona 5

Tabla II
CONJUNTO DE SOLUCIONES EFICIENTES ZONA 5

Alfa	Riesgo	Costo	T
0	1.015.930	91.368	525,44
0,1	695.744	94.593	147,48
0,2	636.084	95.664	202,99
0,3	598.770	101.765	133,53
0,4	598.770	101.765	115,11
0,5	598.770	101.765	403,01
0,6	593.489	103.303	128,28
0,7	593.489	103.303	157,32
0,8	587.631	115.718	247,1
0,9	580.511	146.613	211,11
1	580.018	149.605	150,93

vehículos aumenta 1,63 veces.

Gráficamente, la optimalidad paretiana que se obtiene con estos dos criterios se visualiza en la Fig. 3, donde cada punto representa una solución eficiente entre el universo de soluciones factibles. Es decir, no existe otra solución factible que proporcione una mejora en un atributo sin producir un empeoramiento en el otro atributo para cada valor de alfa.

VI. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo que permite determinar rutas óptimas para el problema de distribución de múltiples materiales peligrosos. El modelo minimiza el costo de transporte y la población expuesta al transportar HAZMAT. Este nuevo enfoque, a diferencia del resto de los trabajos en la literatura, permite la distribución de múltiples materiales en un mismo vehículo.

Se utilizó una red de transporte que incluye todas las distancias y costos, para luego a través del modelo propuesto,

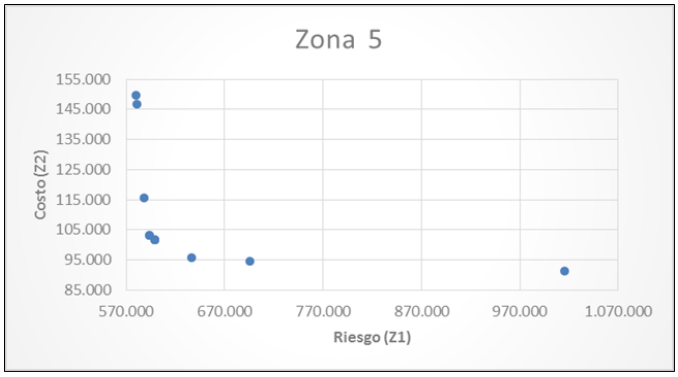


Fig. 3. Frente de Pareto para la Zona 5

determinar la ruta óptima en cuanto a la mínima población expuesta. El estudio de los cambios de estado a lo largo de la ruta fue el principal objeto de análisis. En cada visita, la población expuesta nunca aumenta, solo se mantiene o disminuye si el material más riesgoso es liberado por completo.

REFERENCIAS

[1] Ashtakala, B. , & Eno, L. A. (1996). Minimum risk route for hazardous materials, Journal of Transportation Engineering 122(5), 350–357. http://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-947X(1996)122:5(350)

[2] Erkut, E., Tjandra, S. A., & Verter, V. (2007). Chapter 9 Hazardous Materials Transportation (pp. 539–621). http://doi.org/10.1016/S0927-0507(06)14009-8

[3] Giannikos, I. (1998). A multiobjective programming model for locating treatment sites and routing hazardous wastes. European Journal of Operational Research, 104(2), 333–342. http://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00188-4

[4] Hamdy, K., Labadi, N., & Yalaoui, A. (2010). An iterated local search for the vehicle routing problem with conflicts. 8th International Conference of Modeling and Simulation - MOSIM'10.

[5] Huang, B., Cheu, R. L., & Liew, Y. S. (2004). GIS and genetic algorithms for HAZMAT route planning with security considerations. International Journal of Geographical Information Science, 18(8), 769–787. article. http://doi.org/10.1080/13658810410001705307

[6] Huang, B., Fery, P., Xue, L., & Wang, Y. (2008). Seeking the Pareto front for multiobjective spatial optimization problems. International Journal of Geographical Information Science, 22(5), 507–526. article. http://doi.org/10.1080/13658810701492365

[7] Paredes-Belmar, G., Bronfman, A., Marianov, V., & Latorre-Nuñez, G. (2016). Hazardous materials collection with multiple-product loading. Journal of Cleaner Production, 141. http://doi.org/10.1016/j.jclepro.2016.09.163

[8] Wyman, M. M., & Kuby, M. (1995). Proactive optimization of toxic waste transportation, location and technology. Location Science, 3(3), 167–185. http://doi.org/10.1016/0966-8349(95)00014-3

[9] Zhang, M., Ma, Y., & Weng, K. (2005). Location-routing model of hazardous materials distribution system based on risk bottleneck. Proceedings of ICSSSM '05. 2005 International Conference on Services Systems and Services Management, 2005. CONF . http://doi.org/10.1109/ICSSSM.2005.1499496

[10] Zografos, K. G., & Androutsopoulos, K. N. (2008). A decision support system for integrated hazardous materials routing and emergency response decisions, Transportation Research Part C, 16, 684–703. http://doi.org/10.1016/j.trc.2008.01.004

Session MC1
Meta-heuristic Tools in Scheduling

- *Composición automática de reglas de despacho para el problema de programación flexible de tareas*; Vega, Daniel; Parada, Víctor.
- *Una heurística para el problema de producción y despacho de hormigón aplicado en una empresa en Santiago de Chile*; Cerda, Mauricio; Cortés, Cristián; Koscina, Zdenko; Rey, Pablo A.
- *Comparing Local Search Algorithms for solving the Machine Reassignment Problem*; Canales, Darío; Riff, María Cristina.
- *Programación de un sistema portuario al granel utilizando recocido simulado con un modelo de simulación*; Mendoza Casseres, Daniel Alfonso; Rangel Redondo, Jairo Junior; Sarmiento Arévalo, Zulay Onelys.

Composición automática de reglas de despacho para el problema de programación flexible de tareas

Daniel Vega-Araya
Depto. Ingeniería Informática
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
daniel.vega.a@usach.cl

Víctor Parada
Depto. Ingeniería Informática
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
victor.parada@usach.cl

***Resumen*—En este trabajo, mediante computación evolutiva y programación genética, se generan automáticamente algoritmos capaces de componer nuevas reglas de despacho para resolver el problema de programación flexible de tareas minimizando el tiempo de completación de los trabajos. Las soluciones generadas bajo este modelo muestra que es posible obtener soluciones factibles para resolver el total de instancias propuestas en la literatura en tiempos de evaluación altamente competitivos.**

Índice de Términos*—generación automática, programación genética, reglas de despacho, programación flexible de tareas, *makespan

I. Introducción

Abordar computacionalmente un problema difícil en el área de la optimización combinatoria puede ser una tarea incluso tan ardua como resolver el propio problema. El diseño de un algoritmo computacionalmente eficiente conlleva no solo tener conocimiento sobre el dominio del problema, sino que además se debe identificar y determinar aquellos componentes que permitan su adecuada resolución [1]. La dificultad que presentan los problemas en esta área radica en que para determinar la solución óptima se debe explorar un espacio de posibles soluciones que resulta prohibitivo dada su extensión. El desarrollo de diversos métodos aproximados tales como heurísticas, metaheurísticas e hiperheurísticas, ha permitido encontrar soluciones cercanas al valor óptimo (aproximadas) disminuyendo con ello los tiempos de cómputo [2].

Disponer de un conjunto de máquinas capaces de realizar múltiples operaciones ha permitido al sector industrial adoptar una economía de mercado. Producir bajo un esquema con múltiples opciones de procesamiento presenta un nuevo desafío en el área de la programación de tareas. En particular, en *scheduling* destaca el problema de programación flexible de tareas (FJSP), el cual ha sido considerado uno de los problemas de optimización más difíciles de resolver, dado que al ser una generalización del clásico problema de programación de tareas (JSP), comprende dos subproblemas, uno de asignación y otro de enrutamiento (*NP-Hard*) [3]. La dificultad del FJSP ha sido explorada bajo diversas técnicas, entre ellas el uso de heurísticas tales como las reglas de despacho (RD) [4], sin embargo, la composición automática de RD para abordar la minimización del tiempo de completación de los trabajos (*makespan*) ha sido un área menos explorada.

Este trabajo propone la generación automática de algoritmos (GAA) para la composición de nuevas RD empleando programación genética (PG) y un subconjunto de RD disponibles en la literatura, con el objetivo de minimizar el *makespan*.

II. Formulación del problema

Dado un conjunto J de n trabajos independientes, $J = \{J_1, J_2, \ldots, J_n\}$, y un conjunto M de m máquinas, $M = \{M_1, M_2, \ldots, M_m\}$. Un trabajo J_i es dividido en una secuencia ordenada de n_i operaciones $\{O_{i,1}, O_{i,2}, \ldots, O_{i,n_i}\}$. Cada $j\text{-}ésima$ operación $O_{i,j}$ perteneciente al trabajo J_i debe ser realizada en alguna máquina M_k, tal que $O_{i,j}$ es factible de ser procesada por la máquina M_k. El tiempo de procesamiento de cada operación sobre el conjunto de máquinas factibles no necesariamente es el mismo. Sea $p_{i,j,k}$ el tiempo de procesamiento de la operación $O_{i,j}$ sobre la máquina M_k. Así, el problema consiste en asignar cada operación del conjunto de trabajos sobre una máquina factible, para luego secuenciar las operaciones sobre las máquinas a fin de minimizar el *makespan*; siendo el *makespan* el tiempo necesario para completar todos los trabajos, el cual puede ser definido como $C_{max} = max_{1 \leq i \leq n}(C_i)$, donde C_i es el tiempo de completación del trabajo J_i. De acuerdo al número de operaciones que puede realizar la máquina M_k, el FJSP se clasifica como *T-FJSP* o *P-FJSP*. *T-FJSP* o FJSP totalmente flexible se da cuando cada una de las máquinas $M_k \in M$ es capaz de procesar todas las operaciones de todos los trabajos $J_i \in J$. *P-FJSP* o FJSP parcialmente flexible se da cuando alguna de las máquinas $M_k \in M$ no es capaz de realizar alguna de las operaciones para alguno de los trabajos $J_i \in J$.

Se debe considerar, además, las siguientes condiciones para la resolución del FJSP:

- Las operaciones no pueden ser interrumpidas durante su tiempo de procesamiento.
- Cada máquina debe procesar solo una operación a la vez.
- Existe un orden predefinido de precedencia en la secuencia de procesamiento entre las operaciones de cada trabajo.
- Las máquinas y trabajos son independientes entre sí.
- Se considera despreciable el tiempo de asignar y mover operaciones al conjunto de máquinas factibles.

III. MÉTODO

A. Generación automática de algoritmos

La GAA es un procedimiento que busca resolver un problema de optimización navegando sobre el espacio de posibles algoritmos que resuelven el problema, en vez de encontrar de manera directa la solución. El objetivo de este método es diseñar un algoritmo capaz de encontrar la mejor solución a partir de un grupo de instancias de prueba, donde la calidad de los algoritmos generados es dada por una función de evaluación, la cual habitualmente mide el error relativo. Para llevar a cabo este procedimiento, es necesario adoptar una metodología que permita definir las bases para el diseño de la solución. En particular, la PG destaca como una de las principales técnicas para llevar a cabo la GAA, ya que permite modelar la solución a partir de la combinación de componentes elementales que definen un programa computacional, denominados terminales y funciones, así como también evaluar la calidad de las soluciones generadas mediante una función de *fitness*.

B. Entorno de programación genética

El proceso para la GAA basada en PG inicia a partir de la generación aleatoria de una población de individuos o candidatos a solución, en este caso algoritmos, los cuales son definidos en base a elementos definidos en el conjunto de funciones y terminales. Una vez generado dicho conjunto y bajo los parámetros definidos para la evolución de algoritmos, estos evolucionan de manera artificial, pudiendo ser sometidos a diversos procesos propios de la evolución, tales como reproducción, cruzamiento y mutación. Posteriormente, cada uno de los algoritmos evolucionados es evaluado mediante una función de *fitness* la cual determina su calidad respecto a un subconjunto de instancias de prueba, determinando con ello al mejor algoritmo solución. Generación tras generación este proceso es repetido dando paso a nuevos conjuntos de algoritmos evolucionados. Finalmente, la evolución de algoritmos concluye una vez que es alcanzado el número máximo de generaciones (Fig. 1).

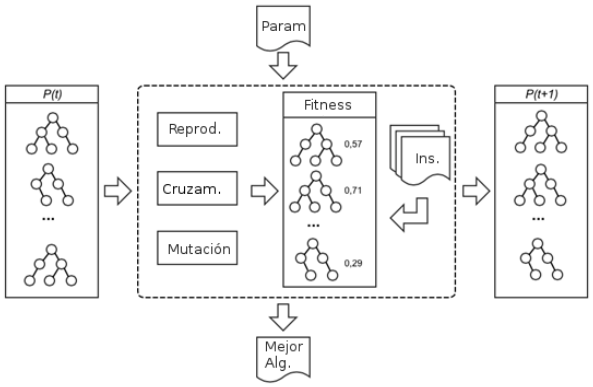


Fig. 1. Generación de algoritmos mediante CE [1]

El amplio estudio de heurísticas para abordar problemas de *scheduling* y en particular los resultados obtenidos al aplicarlas de manera combinada al FJSP, muestra que definir un conjunto de terminales en base a RD resulta ventajoso para la generación y composición de nuevas RD [5], [6]. Luego, el conjunto de terminales se define a partir de RD que privilegian tanto la cola de procesamiento de las máquinas, así como también la cola de operaciones por procesar de cada trabajo (Tabla. I).

TABLA I
RESUMEN TERMINALES EMPLEADOS DURANTE EL PROCESO EVOLUTIVO

Nombre	Descripción
FOPNR	Inserta en la solución parcial una operación perteneciente al trabajo que tenga menos operaciones por realizar, en la máquina factible cuyo tiempo de procesamiento sea el menor.
GOPNR	Inserta en la solución parcial una operación perteneciente al trabajo que tenga más operaciones por realizar, en la máquina factible cuyo tiempo de procesamiento sea el menor.
STP	Inserta en la solución parcial la operación que tenga menor tiempo de procesamiento dentro de las máquinas factibles disponibles.
LMPT	Inserta en la solución parcial la operación del trabajo con mayor tiempo de procesamiento acumulado entre las operaciones restantes, en la máquina con mayor tiempo de procesamiento. Para esto, se evalúan todas las operaciones en todas las máquinas factibles.

C. Casos de adaptación y parámetros del proceso evolutivo

De acuerdo a las instancias definidas para el FJSP en la literatura [7], se emplea un subgrupo de seis instancias de adaptación, las cuales fueron seleccionadas buscando abordar de manera general la diversidad de factores que estas presentan. Así, se definen respectivamente dos intancias de los grupos Brandimarte (Mk03 y Mk05), Dauzère-Pérèz (01a y 05a) y Hurink *edata* (la25 y la26).

Un diseño experimental basado en evolución implica no solo definir aquellos elementos que forman parte de la solución sino que, además, es necesario especificar los parámetros que permiten replicar el experimento, tales como tamaño de la población, porcentaje de cruzamiento y mutación, entre otros. La definición de los parámetros empleados en este trabajo son listados en la Tabla II.

TABLA II
PARÁMETROS EMPLEADOS PARA EL PROCESO EVOLUTIVO

Parámetro	Valor
Tamaño de Población	800
Número de Generaciones	30
Probabilidad de Reproducción	0,1
Probabilidad de Cruzamiento	0,8
Probabilidad de Mutación	0,1
Método de generación de población inicial	*Ramped half and half*
Método de selección	Torneo con tamaño 4
Altura máxima de los individuos	15
Número de ejecuciones	30

IV. Resultados

La evolución de algoritmos mediante PG muestra una convergencia gradual a mejores soluciones. La selección de un conjunto reducido de instancias (6) genera diversos algoritmos solución, los cuales resuelven el total de instancias propuestas para el FJSP (230). En general, las estructuras evolucionadas presentan tamaño reducido, así como también la inclusión de diversas DR en su composición.

Durante la evolución de algoritmos se observa una amplia variedad en la estructura de los algoritmos generados. La Fig. 2 muestra la estructura del algoritmo A-10 obtenido en la décima ejecución del proceso evolutivo. Al analizar su estructura, se aprecia que el algoritmo emplea un mayor número de reglas de despacho al costado izquierdo del árbol, lo cual se traduce en un criterio que condiciona la secuencia inicial de procesamiento sobre las máquinas. De esta manera, el algoritmo busca inicialmente asignar operaciones con el fin de reducir la cola de procesamiento de los trabajos más sobrecargados (LMPT, GOPNR), así como también el número de trabajos en la cola de procesamiento (FOPNR). Posteriormente, de manera alternada son asignadas las operaciones con menor tiempo de procesamiento y aquellas que disminuyen la cola procesamiento en los trabajos.

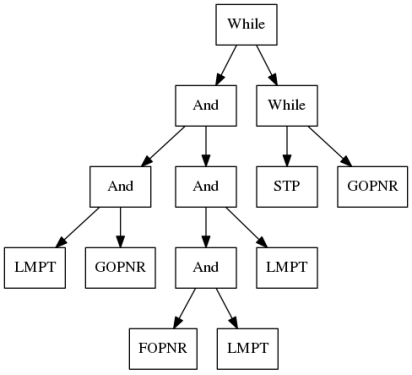


Fig. 2. Árbol correspondiente al algoritmo A-10

Al observar de manera gráfica como operan los algoritmos evolucionados, se aprecia que estos generan esquemas de planificación compactos. La asignación de operaciones sobre el conjunto de máquinas factibles, realizada de manera atómica muestra que es posible definir soluciones factibles incluso para instancias de gran tamaño.

La Figura 3 muestra la carta gantt que genera el algoritmo A-10 al evaluar la instancia 18a del grupo Dauzère-Pérèz. En ella se aprecia una de las planificaciones más difíciles de abordar dado el número de trabajos y máquinas. En particular, se aprecia que las operaciones son asignadas de manera continua en la mayor parte de las máquinas, sin embargo, dado los espacios en que las máquinas no procesan operaciones hace que el error relativo obtenido sea 28,3% respecto al *lowebound* conocido para la instancia. Si bien este valor resulta elevado en comparación a los resultados obtenidos por otro tipo de técnicas, se aprecia que la composición de un conjunto reducido de DR logra generar soluciones cercanas al valor óptimo con un bajo esfuerzo computacional.

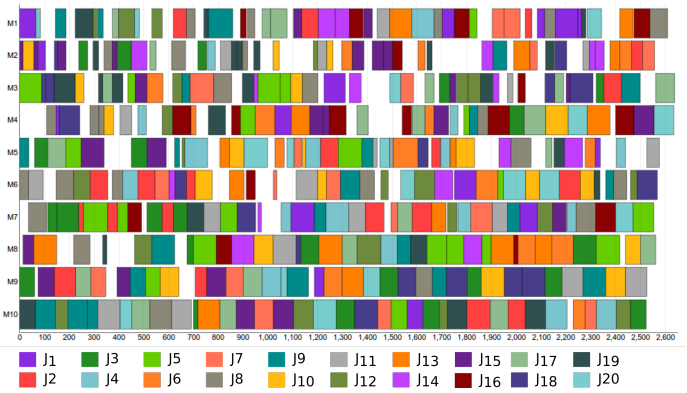


Fig. 3. Carta Gantt instancia 18a Dauzère-Pérèz, algoritmo A-10

V. Conclusión

Los resultados presentados muestran que es posible abordar el FJSP mediante GAA y PG. A partir de un conjunto reducido de DR, los algoritmos generados bajo el proceso evolutivo permiten resolver en un tiempo computacional bajo la totalidad de instancias propuestas en la literatura, generando *layouts* factibles para cada una de las instancias evaluadas. Si bien la calidad de los resultados obtenidos es baja al comparar el *makespan* obtenido por los algoritmos en relación al *lowerbound* conocido para cada instancia, se aprecia que empleando una técnica constructiva es posible abordar problemas computacionalmente difíciles. Por otro lado, la amplia variedad de soluciones que se generan empleando este tipo de técnica, así como el bajo tiempo computacional en que se incurre para generarlas permite además, incorporar y explorar nuevas perspectivas para abordar el FJSP, ya sea bajo la inclusión de nuevas RD o bien, implementando terminales que permitan refinar la solución.

Referencias

[1] C. Loyola, M. Sepúlveda, M. Solar, P. Lopez & V. Parada, "Automatic design of algorithms for the traveling salesman problem," Cogent Engineering, 2016, 3(1), 1255165.

[2] E. K.Burke, M. Gendreau, M. Hyde, G. Kendall, G. Ochoa, E. Özcan, & R. Qu, "Hyper-heuristics: A survey of the state of the art," Journal of the Operational Research Society, 2013, 64(12), 1695-1724.

[3] E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. H. R. Kan & D. B. Shmoys, "Algorithms and complexity," Handbooks in Operations Research and Management Science, 1993, cap. 9, vol. 4, p. 445-522.

[4] J. H. Blackstone, D. T. Phillips, G. L. Hogg, "A state-of-the-art survey of dispatching rules for manufacturing job shop operations," The International Journal of Production Research, 1982, vol. 20, no 1, p. 27-45.

[5] D. Jakobović & K. Marasović, "Evolving priority scheduling heuristics with genetic programming," Applied Soft Computing, 2012, vol. 12, no 9, p. 2781-2789.

[6] J. C. Tay & N. B. Ho, "Evolving dispatching rules using genetic programming for solving multi-objective flexible job-shop problems," Computers & Industrial Engineering, 2008, vol. 54, no 3, p. 453-473.

[7] D. Behnke & M. J. Geiger, "Test instances for the flexible job shop scheduling problem with work centers," 2012. [En Línea]. Disponible: http://edoc.sub.uni-hamburg.de/hsu/volltexte/2012/2982/. [Accedido: 25-mayo-2017].

Una heurística para el problema de producción y despacho de hormigón aplicado en una empresa en Santiago de Chile

Mauricio Cerda, Cristián E. Cortés
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas,
Universidad de Chile, Santiago, Chile
Email: mauricio.cerda.jer@gmail.com, ccortes@ing.uchile.cl

Pablo A. Rey
Facultad de Ingeniería,
Universidad Tecnológica Metropolitana, Santiago, Chile
Email: pablo.rey.cl@gmail.com

Zdenko Koscina
Dux Partners
Santiago, Chile
Email: zkoscina@duxpartners.com

***Abstract*—En este trabajo proponemos un enfoque de dos etapas basados en heurísticas de inserción para resolver los problemas de programación de la producción, despacho y transporte en la Región Metropolitana de Santiago (Chile) para una de las mayores empresas en el rubro en país.**

I. Introduction

En este trabajo proponemos un enfoque de dos etapas basados en heurísticas de inserción para resolver los problemas de programación de la producción, despacho y transporte en la Región Metropolitana de Santiago (Chile) para una de las mayores empresas en el rubro en país.

Problemas asociados a esta industria han sido estudiados en la literatura de operaciones desde hace más de 50 años [1]. En particular, el problema enfrentado en este trabajo es una variante del problema conocido en la literatura en ingés como el *concrete delivery problem* [2] para el que se han propuesto tanto enfoques heurísticos [3], [4], [5] como basados en optimización, especialmente, programación entera [6], [7] y técnicas de descomposición [8], [9], [10].

El proceso de decisión considerado integra la programación de la producción con una versión práctica de un problema de ruteo con múltiples viajes y sincronización entre los vehículos y los puntos de carga.

En el esquema de solución propuesto, el problema de planificación es descompuesto en dos etapas. En una primera etapa, se realiza una programación de los pedidos a las distintas plantas de producción; en la segunda etapa, son construidas las rutas de los camiones que cargan los pedidos en las plantas y realizan el despacho a las obras en construcción.

El objetivo principal es mejorar la puntualidad en las entregas aumentando de esta manera la calidad del servicio ofrecido a los clientes. Un aspecto esencial es la sincronización de todos los recursos.

II. Problemas de planificación asociados a la producción y despacho de hormigón

Para atender la demanda de sus clientes en la Región Metropolitana, la empresa cuenta con plantas de producción localizadas en sus *sucursales*. Una sucursal puede tener sólo una o varias plantas. La empresa también cuenta con una flota de camiones especializados. Cada uno de los camiones disponibles se ha asociado a una de las sucursales donde inician y terminan su jornada laboral y permanecen estacionados durante la noche.

Estos recursos son utilizados para atender los *pedidos* de los clientes. Un *pedido* particular consiste en:

- una determinada cantidad de hormigón,
- una localización para entrega (obra),
- una hora de inicio y
- el tiempo de "espaciamiento" entre camiones.

Usualmente, los pedidos superan la capacidad de un camión, por lo que la entrega se realiza en varios viajes. El conjunto de viajes asociados con un pedido particular se llama un *tren*. Idealmente, el primer camión de un tren debe iniciar su descarga a la hora de inicio solicitada por el cliente y dos camiones consecutivos de un mismo tren deberían llegar de acuerdo al espaciamiento solicitado. En la práctica, sin embargo, se producen algunos atrasos.

Una particularidad de este rubro es que para realizar la producción del hormigón, el camión que lo va a transportar debe estar localizado en el sitio específico de la planta productora. Además, el hormigón debe ser producido poco tiempo antes de ser despachado, ya que en la mayoría de los casos, el producto debe ser descargado en la obra no más de 2 horas después de haber sido producido en la planta.

El problema principal a resolver corresponde a la progración de la producción y los despachos para una jornada laboral. Específicamente, para un día laboral se cuenta con una lista de pedidos solicitados por los clientes y debe decidirse qué

planta producirá las cargas de los camiones que componen los trenes asociados a cada pedido, en qué momento se realizará esta producción y deben asignarse camiones para cada uno de los viajes definidos. Como se indicó anteriormente, un aspecto importante en esta programación es la sincronización que debe haber entre la planta productora y el camión que realiza el despacho.

Adicionalmente a este problema, proponemos alternativas de solución para otros dos problemas relacionados, pero de horizonte temporal más largo: el diseño de la flota (número de camiones), decisión que la empresa revisa mensualmente, y la asignación de los turnos de trabajo de los camiones, que se define semanalmente.

III. Metodología de solución

la metodología propuesta consiste de dos etapas. En la primera, los pedidos son asignados y programados en las plantas de producción. La segunda etapa considera esta asignación y realiza la asignación a camiones.

Para asignar los pedidos a las plantas, se implementó una heurística de tipo GRASP [11]. Los pedidos son, primero, descompuestos en *despachos* individuales (un viaje) y ordenados de acuerdo a la hora de inicio ideal de la carga (justo a tiempo para ser entregado en la hora solicitada por el cliente) considerando que son producidos en la sucursal más cercana a la obra destino. Los despachos son procesados en el orden obtenido. En este proceso son asignados a una planta particular y se les define un horario de inicio de carga. Para esto, se define una lista de plantas candidatas y se escoge aleatoriamente con probabilidades inversamente proporcionales a una función de costos que considera el costo de producción del producto en la planta, el tiempo que debe estar ociosa la planta hasta realizar la carga y una penalidad por atraso respecto de la *hora ideal*. En caso que el despacho pueda ser realizado sin atraso en alguna de las plantas, sólo se consideran plantas que no atrasen el pedido en la lista de candidatas. Para el caso de estudio, el tamaño de la lista de candidatas se fijó en 5, de un total de 11 plantas.

Este procedimiento se ejecuta un número predeterminado K de veces, para obtener diferentes programaciones de producción. En la aplicación se utilizón $K = 100$. De estas programaciones, se selecciona la que minimiza un costo combinado de producción y penalizaciones por atrasos.

Para la asignación y programación de camiones, nuevamente utilizamos un algoritmo tipo GRASP. Los despachos ya han sido asignados a plantas de producción en el paso anterior. La hora de inicio de carga definida en la primera etapa se utiliza para definir un orden de procesamiento para asignar vehículo. Para cada despacho, se determina un conjunto de camiones candidatos a servirlo. En caso que alguno de los camiones pueda realizar el despacho sin atraso adicional, se consideran sólo camiones que no atrasan el pedido en la lista de candidatos. Dentro de los candidatos, se elije con probabilidades inversamente proporcionales a una función de costo que considera el costo de transporte y penalidades por atraso adicional. En caso que ninguno de los camiones activos a la hora de asignar el despacho lo puedan realizar dentro de su turno de trabajo, si incluye un camión adicional a la flota, que inicia su turno para realizar este despacho.

La asignación de camiones obtenida es luego posprocesada con un procedimiento que trata de reducir el tamaño de la flota. Iterativamente, se analiza la posibilidad de eliminar el camión con menor tiempo efectivo de trabajo (tiempo transcurrido desde el inicio de la primera carga a la vuelta a planta luego del último despacho). Se evalúa la factibilidad y el impacto tanto en costos como en atrasos que se genera reasignando los despachos a otros camiones. El proceso para cuando la eliminación de un camión adicional se vuelve infactible o su costo supera un umbral determinado.

Observemos que, dado que los despachos están agrupados en trenes, cuando se produce un atraso en un despacho se atrasan también los despachos siguientes del tren para respetar el espaciamiento necesario. Como los despechos de un tren son servidos por diferentes camiones, un atraso en un despacho tiene efectos en los pedidos siguientes procesados en la misma planta así como en los pedidos que servirán a continuación los otros camiones que transportan despachos del mismo tren y por lo tanto, los despachos posteriores de los trenes correspondientes. De esta manera, un atraso en una actividad programada se puede propagar rápidamente a lo largo del sistema y afectar a muchos pedidos. Esta característica hace que procedimientos de mejora basados en intercambios se vuelvan muy complejos. Es importante destacar que, dada la naturaleza hacia adelante en el tiempo de nuestros procesos de asignación, en nuestros algoritmos esta proagación se produce antes de realizar las asignaciones y esto la hace manejable computacionalmente.

IV. Comentarios finales

Los experimentos realizados hasta el momento con datos históricos sugieren que es posible reducir los atrasos de más 30 minutos en las entregas (estándar de la empresa) a menos del 10% con las mismas plantas de producción y flota de tamaño similar a la actual. Para confirmar estas conclusiones se deben realizar experimentos más extensivos.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo de CONICYT/FONDECYT/REGULAR/ N.º 1141313 y del Instituto Sistemas de Ingeniería, ISCI (CONICYT–PIA–FB0816).

References

[1] M. L. Balinski and R. E. Quandt, "On an integer program for a delivery problem," *Operations Research*, vol. 12, no. 2, pp. 300–304, 1964.

[2] J. Kinable, T. Wauters, and G. V. Berghe, "The concrete delivery problem," *Computers & Operations Research*, vol. 48, pp. 53–68, 2014.

[3] D. Naso, M. Surico, B. Turchiano, and U. Kaymak, "Genetic algorithms for supply-chain scheduling: A case study in the distribution of ready-mixed concrete," *European Journal of Operational Research*, vol. 177, no. 3, pp. 2069–2099, 2007.

[4] V. Schmid, K. F. Doerner, R. F. Hartl, M. W. Savelsbergh, and W. Stoecher, "A hybrid solution approach for ready-mixed concrete delivery," *Transportation Science*, vol. 43, no. 1, pp. 70–85, 2009.

[5] K. F. Doerner and V. Schmid, "Survey: matheuristics for rich vehicle routing problems," in *International Workshop on Hybrid Metaheuristics*. Springer, 2010, pp. 206–221.

[6] L. Asbach, U. Dorndorf, and E. Pesch, "Analysis, modeling and solution of the concrete delivery problem," *European journal of operational research*, vol. 193, no. 3, pp. 820–835, 2009.

[7] A. Hertz, M. Uldry, and M. Widmer, "Integer linear programming models for a cement delivery problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 222, no. 3, pp. 623–631, 2012.

[8] M. Maghrebi, V. Periaraj, S. T. Waller, and C. Sammut, "Using benders decomposition for solving ready mixed concrete dispatching problems," in *ISARC. Proceedings of the International Symposium on Automation and Robotics in Construction*, vol. 31. Vilnius Gediminas Technical University, Department of Construction Economics & Property, 2014, p. 1.

[9] P. K. Narayanan, D. Rey, M. Maghrebi, and S. T. Waller, "Using lagrangian relaxation to solve ready mixed concrete dispatching problems," *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, no. 2498, pp. 84–90, 2015.

[10] M. Maghrebi, V. Periaraj, S. T. Waller, and C. Sammut, "Column generation-based approach for solving large-scale ready mixed concrete delivery dispatching problems," *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, vol. 31, no. 2, pp. 145–159, 2016.

[11] M. G. Resende and C. C. Ribeiro, "GRASP: Greedy randomized adaptive search procedures," in *Search methodologies*. Springer, 2014, pp. 287–312.

Comparing Local Search Algorithms for solving the Machine Reassignment Problem

Darío Canales Rojas
Department of Computer Science
Universidad Técnica Federico Santa María
Valparaíso, Chile
Dario.Canales@inf.utfsm.cl

María-Cristina Riff
Department of Computer Science
Universidad Técnica Federico Santa María
Valparaíso, Chile
Maria-Cristina.Riff@inf.utfsm.cl

***Abstract*—The Machine Reassignment Problem (MRP) was proposed for the ROADEF /EURO Challenge 2012 by Google. A set of processes is initially assigned to a set of machines. The objective is to reassign the processes for improving the use of the machines, and satisfying a set of hard constraints. In this work, we present different local search algorithms to solve the problem: Hill Climbing (HC), Simulated Annealing (SA), and a collaboration approach. We obtain best results using collaboration. Moreover, our results are comparable with the best of the literature.**

***Index Terms*—Metaheuristics, Machine Reassignment Problem, MRP, Combinatorial Optimization, Hill Climbing, Simulated Annealing, Local Search.**

I. Introduction

In the last years, the emerging of cloud services and data storage technologies have generated a growing interest in optimizing computational resources.

This paper addresses the Machine Reassignment Problem (MRP). Roughly speaking, the problem consists on a set of machines and processes, where each machine has a set of available resources, such as CPU, RAM and Hard Disk, and each process has requirements. Initially, each process is assigned to a machine, and the objective is to reassign processes by improving their distribution and optimizing the use of the machines according to an objective function. Moreover, several constraints must be satisfied, which makes this problem NP-Hard [13]. We present the study of different local search algorithms to solve the problem: Hill Climbing (HC), Simulated Annealing (SA) and collaborative scheme.

This paper is organized as follows: Section 2 presents the definition of the problem. Section 3 presents related work. Section 4 presents the proposed resolution methods for the MRP, along with experimental results. Finally, Section 5 presents some conclusions and future work.

II. Problem definition

The MRP was formally presented by Google for the ROADEF/EURO Challenge 2012 [2], and shares similarities with the Generalized Assignment Problem (GAP) [15] and the Vector Bin Packing Problem (VBPP) [4]. This problem consists of the allocation of processes on a set of machines that have different resources, while processes have resource requirements. Additionally, a service is composed by a set of processes, and different services can have dependence relationships. Machines are organized on locations and neighborhoods. Locations are used to ensure the processes of a service to be well distributed on the machines, while neighborhoods are used to check dependency relationships. Locations and neighborhoods are disjoint sets. Initially, all the processes are assigned to machines, and the objective is to find a new improved distribution that minimizes a cost function and satisfying a set of constraints.

The problem constraints are divided in five categories. The capacity constraints, which guarantees that the use of each machine resource does not exceed its capacity; the conflict constraints, establishing that processes of the same service cannot be assigned to the same machine; the spread constraints, which require the processes of a service to be assigned to a minimum of different locations; the dependence constraints, where services and their dependent services must be assigned to the same neighborhood; and the transient usage constraints, that consider that some resources remain used on both machines when a process is moved. This situation reduces the effective resource capacity of that resource on the original machine even when the process is moved to another machine.

The general objective of the problem is to find a better distribution of processes on the machines, by minimizing the weighted sum of several costs. First, the total load cost, where a "safety capacity" is defined as a limit of usage of a resource. A cost is included when it is exceeded. The load cost of a resource is the sum of the number of units that exceed the safety capacity for that resource on each machine. Secondly, the balance cost is used to ensure that the different resources of a machine are assigned in a balanced way. The total balance cost is the sum of the unbalanced units in all the machines. Next, a process move cost is defined to measure the difference of processes that are more expensive to move than others. The total movement cost is the sum of costs of the moved processes. The service move cost is defined as the maximum number of moved processes among all services. The idea is to keep a balance on the movements. And finally, the machine move cost measure the costs associated when moving a process from a source machine to a destination machine.

III. Related work

In the ROADEF competition many approaches have been presented. The approaches with best results are described next. In [6] of team S41, a Variable Neighborhood Search method is presented, improved later in [5] by adding a restart mechanism. In [11] of team S38, Large Neighborhood Search (LNS) is used, which is presented in [9] with some improvements. In [14], a SA algorithm and lower bounds for the cost function are presented. [10] presents a local search based heuristic for bin packing problems, considering the MRP as one of them. Their approach uses a multistart system that allows the algorithm to escape from local optima. In [7], a hyperheuristic inspired by the SA metaheuristic is proposed. This algorithm manages to self-adapt using two heuristics, used to combine exploration and exploitation of the search space. In [3] the MRP is analyzed from a Vector Bin Packing perspective (VBP). In [8] a hybrid MIP-based large neighborhood search heuristic approach. This algorithm has two main components, a HC and a Large Neighborhood Search (LNS), which uses Mixed Integer Linear Programming (MIP) to solve subproblems. More details on the algorithms and the results of the ROADEF competition can be found in [12].

IV. Strategies and resolution methods for MRP

The proposed algorithms are based on local search. The scheme of each proposal considers a representation of an array, where the index are the processes and the domain is the machine number. The initial solution is given for the original problem. The evaluation function is defined as the weighted sum of the different costs, where the weights are also given as input [2]. Finally, all the algorithms work on the feasible search space. The proposed approaches are the following:

Hill Climbing 1 (HC1): This algorithm tries to improve the initial solution iteratively. To do this, it focuses on moving the biggest processes from the most overloaded machines (i.e. the ones with the biggest load cost), using the first improvement criteria. It uses a single specially designed movement, with a very limited neighborhood, focusing on a specific area of the search space. It uses heuristics for the variable instantiation order.

Hill Climbing 2 (HC2): In this case, the algorithm uses a shift and a swap move. The first improving neighbors of both moves are compared, and the best is selected.

Simulated Annealing (SA): This approach has the same moves used in HC2, but in a SA framework. It has heuristics for reheating and temperature control.

Collaborative Local Search: We study different collaborative frameworks with HC and SA. Specifically, **HC2 with HC1** as restart mechanism (varying the number of machines and processes considered each time), **HC2 (without restart) with SA (SA+)**, and **HC1 and HC2 (without restart) with SA (SA++)**.

	Best Roadef	**[5]**	[11]	HC1
A	1.73	−8.9	−2.11	158.19
B and X	0.47	−0.17	0.33	52.78
	HC2+HC1	**SA**	**SA+**	**SA++**
A	42.06	8.86	10.26	9.21
B and X	6.45	655.79	16.63	−0.65

TABLE I
Comparison of ROADEF scores on instances sets of each phase.

A. Instances and evaluation metrics

On the ROADEF Challenge website[1], 30 instances of the problem were published, divided into three groups. The set A of smaller instances, with 2 to 100 machines and 100 to 1,000 processes, and the sets B and X, with 100 to 5,000 machines and 5,000 to 50,000 processes. These have been widely used to test different models and algorithms on the literature. A solution checker was also published, along with the results of each instance. To measure the performance, we used the scoring method proposed for the ROADEF competition. These scores are normalized so the differences of costs between instances do not influence the results [9].

We compare the proposed algorithms with the best results on the ROADEF competition, as well as the best results presented in the literature. The top four scores on the qualification phase, which used the instances of set A, where 1.73, 3.58, 5.92 ([9], [11]), and 9.55 as the 4th place [14]. On the final phase, with the sets B and X, the top four were 0.47 ([5], [6]), 0.62 ([9], [11]), 1.72 [8] and 2.60 [1]. The best results of the literature were presented later by the first to places of the competition. The winner team S41 [6] presented average scores for sets A and BX of -0.951 and -0.482 respectively, whilst the second place [11] presented scores of -1.532 and 0.123 respectively.

B. Experiments and results

Each algorithm was executed on each instance, using 21 different seeds on those algorithms with random decisions. The system used to perform the tests was an Intel(R) Core(TM) i7-2600 CPU @ 3.40GHz with 4 physical cores 15 GB of RAM, in Ubuntu 14.04.5 LTS of 64 bits. For the comparison with the best of literature, we executed the respective source codes on the same machine. Report results were as follows:

The algorithm HC1 resulted on a rapid and substantial improvement of the objective function, but had the tendency to get stuck on local optima, resulting on fast but medium quality results. In set A, this algorithm took 0.03 seconds to get an improvement of 25.03% of the objective function on average, while in sets B and X took 16.29 seconds to get 62.62% of improvement on average, while the best values achieved in the ROADEF competition improved the objective function in 65.78% on average [9].

HC2 was able to escape from local optima, achieving results on the same level as the best results on the literature for

[1] http://challenge.roadef.org/2012/en/instances.php

	S41 - SA++	N	Mean Rank	Sum of Ranks
$S41 < SA++$	Negative Ranks	122	67.19	8197.50
$S41 > SA++$	Positive Ranks	45	129.57	5830.50
$S41 = SA++$	Ties	253		
	Total	420		

	Mean	Standard deviation	Min	Max
$SA++$	-0.0350	0.17336	-0.87	0.18
$S41$	-0.008	0.10736	-0.61	0.82

TABLE II
RANKS ON WILCOXON SIGNED-RANK TEST AND DESCRIPTIVE STATISTICS FOR B AND X SETS.

some instances and at level of competition in overall score. Although, on some instances the score was not improved. If this very simple algorithm had participated in the competition, it would have ranked 15th in qualification phase and 13th in the final round. SA algorithm obtains excellent results on small instances. In the more complex and bigger instances it is not able to find good quality solutions.

When comparing the different collaborative combinations, SA+ (HC2 + SA) incorporates the advantage of HC2 to improve the quality of the initial solution, so SA could to start from a local optimum, which is already an improved solution of the original initial one. This solves the stagnation problem of HC2, while allowing SA to start from a better point in bigger instances, reducing its convergence problem; thus, achieving an improvement with respect to each technique separately. Finally, SA++ (HC1 + HC2 + SA) was the combination with the best results, where HC1 improved the solution rapidly focusing on the overload machines, and then HC2 improved the other elements of the solution until getting stuck. As scape mechanism, SA continued the search focusing on zones near the found local optima, achieving results comparable to the best in the competition in the instances of group A, and reaching the best known total scores on the instances of the final phase in the 5 minutes established on the competition.

Table II shows the results on the Wilcoxon test, comparing the performance of SA++ with the proposed by the team S41 **[5], [6]** over sets B and X. With a p-value statistic of 0.057, there is no sufficient information to say the performance of both algorithms is significantly different. It is important to mention that S41's algorithm uses two cores and it is a more complex approach, because it uses noising strategies and even a mechanism to deal with seeds and restarts.

V. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

The MRP is a NP-Hard problem. An algorithm that efficiently solves MRP can help the industry reducing costs while maintaining features focused on fault tolerant and less resource consuming. In this work, different local search approaches were evaluated to solve the MRP.

Although this is a recent proposed problem, many algorithms have been introduced to solve it, providing benchmark to evaluate our results. From the local search algorithms tested, the collaborative approach named SA++ was the one with the best results. Its results are comparable to the best of the ROADEF competition, as well as the best results in the literature. Our approach has the advantage that it is a very simple one, requiring just one core. Moreover, our design decisions have been focused on both to obtain a simple code for easier reading, and to make it modular. The key idea was to allow the implementation of new collaborative configurations or the addition of new heuristics. It can be also easily adapted to new conditions of the problem, such as new constraints.

As future work, we plan to evaluate other cooling mechanisms for SA++, as well as different heuristics to add variability to the neighborhood generation.

REFERENCES

[1] Felix Brandt, Jochen Speck, and Markus Völker. Constraint-based large neighborhood search for machine reassignment. *Annals of Operations Research*, 242(1):63–91, 2016.

[2] Google ROADEF/EURO CHALLENGE. 2011-2012: Machine reassignment problem. *Artificial Intelligence*, pages 9–47, 2011-2012. Accedido: 01-06-2015.

[3] Michaël Gabay and Sofia Zaourar. Vector bin packing with heterogeneous bins: application to the machine reassignment problem. *Annals of Operations Research*, pages 1572–9338, September 2015.

[4] Michael R Garey, Ronald L Graham, David S Johnson, and Andrew Chi-Chih Yao. Resource constrained scheduling as generalized bin packing. *Journal of Combinatorial Theory, Series A*, 21(3):257–298, 1976.

[5] Haris Gavranović and Mirsad Buljubašić. An efficient local search with noising strategy for google machine reassignment problem. *Annals of Operations Research*, pages 1–13, 2014.

[6] Demirovic Emir Gavranovic Haris, Buljubasic Mirsad. Variable neighborhood search for google machine reassignment problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 39, 2012.

[7] Rodolfo Hoffmann, Maria-Cristina Riff, Elizabeth Montero, and Nicolas Rojas. Google challenge: A hyperheuristic for the machine reassignment problem. In *Evolutionary Computation (CEC), 2015 IEEE Congress on*, pages 846–853. IEEE, 2015.

[8] W Jaśkowski, M Szubert, and P Gawron. A hybrid mip-based large neighborhood search heuristic for solving the machine reassignment problem. *Annals of Operations Research*, pages 1–30, 2015.

[9] Yuri Malitsky, Deepak Mehta, Barry O'Sullivan, and Helmut Simonis. *Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems: 10th International Conference, CPAIOR 2013, Yorktown Heights, NY, USA, May 18-22, 2013. Proceedings*, chapter Tuning Parameters of Large Neighborhood Search for the Machine Reassignment Problem, pages 176–192. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2013.

[10] Renaud Masson, Thibaut Vidal, Julien Michallet, Puca Huachi Vaz Penna, Vinicius Petrucci, Anand Subramanian, and Hugues Dubedout. An iterated local search heuristic for multi-capacity bin packing and machine reassignment problems. *Expert Systems with Applications*, 40(13):5266–5275, 2013.

[11] Deepak Mehta, Barry O'Sullivan, and Helmut Simonis. *Principles and Practice of Constraint Programming: 18th International Conference, CP 2012, Québec City, QC, Canada, October 8-12, 2012. Proceedings*, chapter Comparing Solution Methods for the Machine Reassignment Problem, pages 782–797. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2012.

[12] H. Murat Afsar, Christian Artigues, Eric Bourreau, and Safia Kedad-Sidhoum. Machine reassignment problem: the roadef/euro challenge 2012. *Annals of Operations Research*, 242(1):1–17, 2016.

[13] Gabriel M Portal, Marcus Ritt, Leonardo M Borba, and Luciana S Buriol. Simulated annealing for the machine reassignment problem. *Annals of Operations Research*, 242(1):93–114, 2015.

[14] Gabriel Marques Portal. An algorithmic study of the machine reassignment problem. Bachelor thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012.

[15] Mutsunori Yagiura, Toshihide Ibaraki, and Fred Glover. An ejection chain approach for the generalized assignment problem. *INFORMS Journal on Computing*, 16(2):133–151, 2004.

Programación de un sistema portuario al granel utilizando recocido simulado con un modelo de simulación

Daniel Mendoza-Casseres, Jairo Rangel, Zulay Sarmiento
Departamento de ingeniería Industrial
Universidad del Atlántico
Barranquilla, Colombia
danielmendoza@mail.uniatlantico.edu.co

Abstract— Este trabajo estudia el problema de programar la carga de buques al granel, en sistemas portuarios. Los buques graneleros deben ser atendidos por cargadores idénticos llamados Shiploaders. En la programación de los buques, el fletador busca minimizar el costo de penalización que se incurre al incumplir el Laycan. El fletador será penalizado por el tiempo que transcurra desde la finalización del Laycan hasta el inicio del cargue. Este problema es analizado como Berth Allocation Problem – (BAP) que es un problema NP-duro. Con el propósito de explorar la incertidumbre en el cargue de buques al granel, se implementa una metaheurística en un modelo de simulación. Se integró la metaheurística Recocido Simulado con el software Flexsim 7.7.4 para abordar la incertidumbre en los tiempos de cargue en la programación de los buques. Se evidenció que la simulación y el recocido simulado minimizó el incumplimiento de los Laycan haciendo frente a la incertidumbre en la operación del puerto marítimo al granel.

Keywords— Recocido Simulado; Simulación; Puertos al Granel; Scheduling

I. INTRODUCCIÓN

Este artículo propone una metaheurística en un modelo de simulación para la programación en un sistema portuario para resolver el problema de asignación de atracadero (BPA) en el puerto a granel. El problema consiste en una programación para la carga de buques con máquinas llamadas Shiploaders con el propósito de minimizar los costes de penalización obtenidos en el incumplimiento del Laycan (fecha más temprana cuando el buque es requerida por el fletador y la fecha límite para la carga). Estos problemas son de gran importancia, ya que pertenecen a la familia de los problemas que se clasifican como NP-Completo [1]. De ahí el surgimiento del uso de diferentes tipos de técnicas y algoritmos como metaheurísticas para encontrar soluciones. La necesidad de incluir aspectos estocásticos en la programación matemática ha permitido encontrar estudios que integran dos modelos: un modelo de programación matemática en el nivel táctico y un modelo de simulación a nivel operativo. El modelo táctico utilizado es la metaheurística y la simulación se dispone como una caja negra que permite la evaluación del objetivo y las restricciones para una entrada en particular [2]. Se integró recocido simulado (Simulated Annealing) con el software de simulación Flexsim 7.7.4 para obtener soluciones con tiempos de procesamiento estocástico en el puerto a granel. La figura 1 muestra algunos resultados donde se establecieron los valores de uno o más factores para el recocido simulado.

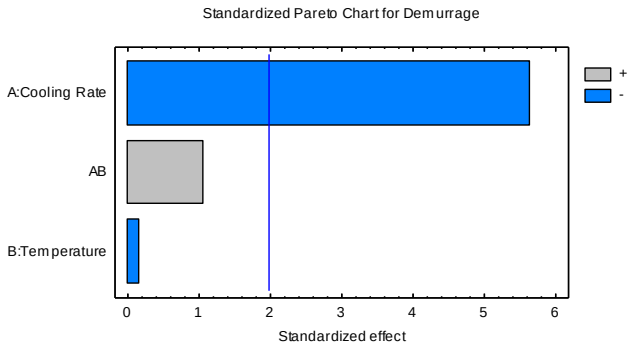


Fig. 1. Factores para el recocido simulado

II. CONCLUSIONES

Los resultados mostraron que con recocido simulado y simulación se pueden encontrar muy buenas soluciones en términos de coste de penalización, especialmente en los escenarios de convergencia. Se realizaron experimentos computacionales con el fin de probar la efectividad de los enfoques propuestos.

REFERENCES

[1] Lim, A. (1998). The berth planning problem. Operations Research Letters, 22 (April 1996), 105–110. https://doi.org/10.1016/S0167-6377(98)00010-8

[2] Amaran, S., Sahinidis, N. V., Sharda, B., & Bury, S. J. (2016). Simulation optimization: a review of algorithms and applications. Annals of Operations Research, 240(1), 351–380. https://doi.org/10.1007/s10479-015-2019-x

Session MC2
Meta-heuristics: Theory and Applications

- *A trajectory-based metaheuristic for the Electric Vehicle Routing Problem*; Linfati, Rodrigo.
- *How important is the Parameter Space definition when using Tuners?*; Montero, Elizabeth.
- *Sobre-especialización en la generación automática de algoritmos*; Rey, Carlos; Contretras Bolton, Carlos; Parada, Víctor.
- *Collaborative Opposite Strategies for HS: The case of MKP*; Rojas Morales, Nicolás; Riff, María Cristina; Montero, Elizabeth.

A trajectory-based metaheuristic for the Electric Vehicle Routing Problem

Rodrigo Linfati
Depto. Ingeniería Industrial
Universidad del Bio-Bio
Concepcion, CHILE
rlinfati@ubiobio.cl

***Abstract*— The Electric Multi-Depot Vehicle Routing Problem (eMDVRP) is a variant of the classical MDVRP problem, with additional constraints related to the use of electric vehicles; the vehicle can travel a limited distance from the depot, but the vehicle can go to a "recharge point" where it can be recharged (total or partially) to increase its maximal distance. The classic neighborhood (example, 2-opt) easily leads to an infeasible solution, and then we will focus on developing a new set of good neighborhoods for this problem. Efficient neighborhoods are presented, and used in trajectory-based metaheuristics. Additionally, to verify the correct implementation of the algorithms are considered instances from the VRP and MDVRP, comparing the solution quality and execution time.**

Keywords: *vehicle routing problem, electric vehicles, tabu search, variable neighborhood search.*

I. INTRODUCTION

Due to new regulations and further technological progress in the field of electric vehicles, the research community faces the new challenge of incorporating the electric energy based restrictions into vehicle routing problems [1], examples are the minimization of emissions [2], energy consumption [3], reverse logistics and others [4], [5]. The advances in the use of electric energy for motors defines a new generation of problems related to the battery of the vehicles [6], [7], recharge system [8], electric vehicles battery swap stations location routing problem (BSS–EV–LRP) [10], hybrid of traditional and electric vehicles, etc. [7] presents key contributions of combinatorial optimization for an efficient electric vehicles management, energy shortest path problem, energy vehicle routing problem, facility location, and electric vehicles redistribution.

Historically, however, six major barriers to alternative fuel vehicles success have arisen: limited numbers of refueling stations, high refueling costs, onboard fuel-storage issues (i.e., limited range), safety and liability concerns, improvements in the competition (i.e., more efficient combustion engines), and high initial costs for consumers [9]. The logistics giant DHL announced a new pilot project which would introduce electrified delivery vans for its vehicle fleet in US and Germany [10]. In 2013, UPS had more than 100 electric vehicles in its fleet operating in US [10]. Companies like Amazon are evaluating the use of drones for delivery [11].

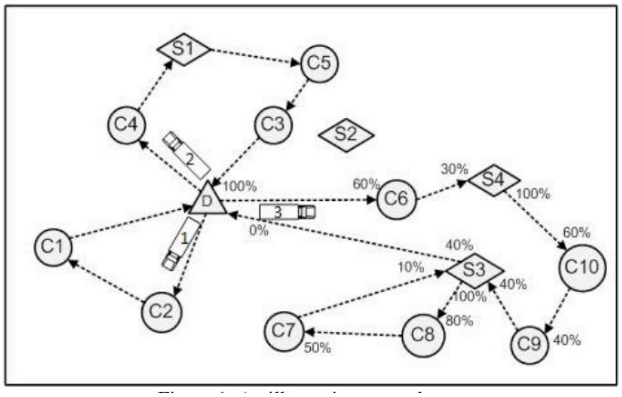


Figure 1: Example of eVRP, source: [54]

In the literature, there exists research to obtain a solution for multiple techniques that can be classified into two main groups. The exact algorithms are procedures that can obtain the optimal solution (when the upper bound is equal to the lower bound) but needs a lot of computation time, e.g., dynamic programing [12], branch and cut [13], branch, cut, and price [14], network flow formulation [15], and integer linear programing [16]. Heuristics algorithms (and metaheuristics) are procedures than can obtain a solution of good quality, without guaranteeing optimality in a short computing time, e.g., saving algorithm [17], cluster first–route second [18], tabu search [19], probabilistic change of neighborhood [20], granular tabu search [21], very large neighborhood [22], evolutionary algorithm [23], ant colony [24], and memetic Algorithm [25]. Surveys of techniques of solution can be found in [26] and [27]. The granular tabu search was originally proposed by [28] in the context of a tabu search (TS) for the CVRP. Granular neighborhoods are defined by means of a restricted set of arcs, which is determined by restricting the neighborhoods to include only elements which are likely to be part of high-quality solutions. For the CVRP, [28] showed that their granular TS (GTS) is able to strongly reduce run-time while nearly keeping solution quality. Subsequently, granular neighborhoods have been successfully used in solution methods addressing the following routing problems: a dynamic VRP with soft time windows, the split delivery VRP, the multi-depot VRP, the capacitated location-routing problem, the dial-a-ride problem and the team orienteering problem with time windows [29].

II. The Electric Multi-Depot Vehicle Routing Problem (eMDVRP)

This problem is a variant of the classical MDVRP problem, with additional constraints related to the use of electric vehicles; the vehicle can travel a limited distance from the depot, but the vehicle can go to a "recharge point" where it can be recharged (total or partially) to increase its maximal distance. This problem can be evaluated by the classical objective function of the minimal total distance, or by a bi-objective perspective. The dataset of a similar problem can be adapted to this problem and published online to compare performances with other research works. The eMDVRP is variant of the classic MDVRP, but the classic neighborhood (example, 2-opt) easily leads to an infeasible solution, and then we will focus on developing a new set of good neighborhoods for this problem.

The hypothesis is: A granular neighborhood can be designed that exploits the structure of the eMDVRP, and be used in trajectory-based metaheuristics.

A. Granular search space

The proposed approach use the granular search space proposed in [28], which is based on the utilization of a sparse graph containing the edges incident to the depots, the edges belonging to the best solutions found so far, and the edges whose cost is smaller than a granularity threshold$\Theta=\beta\bar{z}$, where $\bar{z}$ is the average cost of the edges in the best solution found so far, and β is a sparsification factor which is dynamically updated during the search.

B. Neighbourhood structures

The proposed approaches allow infeasible solutions with respect to the depot and the vehicle capacities. Given a feasible solution S, we assign to its objective function F_1 (S) a value equal to the sum of the traveling costs of the edges belonging to the routes traversed by S. In addition, for any solution S infeasible with respect to the depot capacity, we add to F_1 (S) a penalty term obtained by multiplying the over depot capacity by a dynamically changing penalty factor. A similar approach is used to calculate the objective function value of any solution S infeasible with respect to the route capacity (for further details see [19]).

C. Computational results

In this paper we present the design and implement of an efficient framework for the eMDVRP. The performance of the proposed algorithms have been evaluated by considering benchmark instances adapted from the literature. Additionally, to verify the correct implementation of the algorithms (efficiently and effectively) is considered the case when the vehicle starts with infinite energy from the depot, transforming the problem in the classical MDVRP; also considered the case when the amount of deposits is only one, that is, the classical VRP. A comparison with a set of classic benchmark instances is presented for these problems, comparing the solution quality and execution time.

Acknowledgment

This work has been partially supported by Grupo de Logistica y Transporte from Universidad del Bío-Bío. In addition, this work has been partially supported by FONDECYT by grant 11150370. This support is gratefully acknowledged.

References

•[1] Golden, B. L., Raghavan, S., & Wasil, E. A. (2008). The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges: latest advances and new challenges (Vol. 43). Springer Science & Business Media.

•[2] Figliozzi, M. (2010). Vehicle routing problem for emissions minimization. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2197(1), 1-7.

•[3] Erdoğan, S., & Miller-Hooks, E. (2012). A green vehicle routing problem. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 48(1), 100-114.

•[4] Lin, C., Choy, K. L., Ho, G. T., Chung, S. H., & Lam, H. Y. (2014). Survey of green vehicle routing problem: Past and future trends. Expert Systems with Applications, 41(4), 1118-1138.

•[5] Bektaş, T., & Laporte, G. (2011). The pollution-routing problem. Transportation Research Part B: Methodological, 45(8), 1232-1250.

•[6] Artmeier, A., Haselmayr, J., Leucker, M., & Sachenbacher, M. (2010, May). The optimal routing problem in the context of battery-powered electric vehicles. In Workshop CROCS at CPAIOR-10, 2nd International Workshop on Constraint Reasoning and Optimization for Computational Sustainability.

•[7] Touati-Moungla, N., & Jost, V. (2012). Combinatorial optimization for electric vehicles management. Journal of Energy and Power Engineering, 6(5), 738-743.

•[8] Felipe, Á., Ortuño, M. T., Righini, G., & Tirado, G. (2014). A heuristic approach for the green vehicle routing problem with multiple technologies and partial recharges. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 71, 111-128.

•[10] Yang, J., & Sun, H. (2015). Battery swap station location-routing problem with capacitated electric vehicles. Computers & Operations Research, 55, 217-232.

•[9] Romm, J. (2006). The car and fuel of the future. Energy Policy, 34(17), 2609-2614.

•[11] D'Andrea, R. (2014). Guest Editorial Can Drones Deliver?. Automation Science and Engineering, IEEE Transactions on, 11(3), 647-648.

· [12] Christofides, N., Mingozzi, A., & Toth, P. (1981). State‐space relaxation procedures for the computation of bounds to routing problems. Networks, 11(2), 145-164.

•[13] Laporte, G., Nobert, Y., & Desrochers, M. (1985). Optimal routing under capacity and distance restrictions. Operations research, 33(5), 1050-1073.

•[14] Fukasawa, R., Lysgaard, J., de Aragão, M. P., Reis, M., Uchoa, E., & Werneck, R. F. (2004). Robust branch-and-cut-and-price for the capacitated vehicle routing problem. In Integer programming and combinatorial optimization (pp. 1-15). Springer Berlin Heidelberg.

•[15] Two-commodity network flow formulation

•[16] Toth, P., & Tramontani, A. (2008). An integer linear programming local search for capacitated vehicle routing problems. In The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges (pp. 275-295). Springer US.

•[17] Clarke, G. U., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. Operations research, 12(4), 568-581.

•[18] Fisher, M. L., & Jaikumar, R. (1981). A generalized assignment heuristic for vehicle routing. Networks, 11(2), 109-124.

•[19] Gendreau, M., Hertz, A., & Laporte, G. (1994). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem. Management science, 40(10), 1276-1290.

•[20] Rochat, Y., & Taillard, É. D. (1995). Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing. Journal of heuristics, 1(1), 147-167.

•[21] Toth, P., & Vigo, D. (2003). The granular tabu search and its application to the vehicle-routing problem. Informs Journal on computing, 15(4), 333-346.

•[22] Ergun, Ö., Orlin, J. B., & Steele-Feldman, A. (2006). Creating very large scale neighborhoods out of smaller ones by compounding moves. Journal of Heuristics, 12(1-2), 115-140.
•[23] Prins, C. (2004). A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. Computers & Operations Research, 31(12), 1985-2002.
•[24] Reimann, M., Doerner, K., & Hartl, R. F. (2004). D-ants: Savings based ants divide and conquer the vehicle routing problem. Computers & Operations Research, 31(4), 563-591.
•[25] Kalmbach, A. (2002). Evolutionary Algorithms in Vehicle Routing. Natural computing, 1(1), 3-52.
•[26] Doerner, K. F., & Schmid, V. (2010). Survey: matheuristics for rich vehicle routing problems (pp. 206-221). Springer Berlin Heidelberg.
•[27] Anbuudayasankar, S. P., Ganesh, K., & Mohapatra, S. (2014). Survey of Methodologies for TSP and VRP. In Models for Practical Routing Problems in Logistics (pp. 11-42). Springer International Publishing.
•[28] Toth, P., & Vigo, D. (2003). The granular tabu search and its application to the vehicle-routing problem. Informs Journal on computing, 15(4), 333-346.
•[29] Schneider, M., Schwahn, F., Vigo, D. Designing Granular Solution Methods for Routing Problems with Time Windows.

How important is the Parameter Space definition when using Tuners?

Elizabeth Montero
Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile
elizabeth.montero@usm.cl

***Abstract*—An appropriate setting of parameter values of a metaheuristic algorithm can make huge differences in terms of algorithm's performance. At this point a couple of parameter tuning methods have been proposed in literature, and, most of them have demonstrated their capabilities to tune parameter values. The definition of parameter space corresponds to the set of possible values each parameter can take during the tuning process. In this paper we aim to analyze how different parameter space definitions can impact the quality of parameter values found by well known tuners in complex scenarios.**

I. Introduction

Tuning methods have shown to be effective strategies to improve metaheuristics performance finding appropriate values to set their parameters. A setting for each parameter defined by an algorithm is usually called a parameter configuration. Parameter values can be divided in two main types: categorical and numerical. Categorical parameters are those that have a finite domain with no distance metric or ordering, while numerical parameters are those whose domains are subsets of $\mathbb{N}$ or $\mathbb{R}$. When tuning a categorical parameter, all tuning methods search on a finite set of all possible values for the parameter. When tuning a numerical parameter, some tuning methods select a finite number of values from the parameter values range to perform their search. The selection of these sets of values is an experience-dependent process and can strongly affect the tuners efficiency. The definition of the parameter values a tuning method searches is what we call *definition of parameter space*.

An important set of tuning methods have been proposed during the last years [3]. Regardless the kind of tuning method used, main components of a tuning process are:

- An algorithm to tune $\mathcal{A}$;
- A definition of the parameter space to search Θ;
- A set of instances to be considered as training set Π;
- A gain measure to compare parameter configurations $g()$;
- A maximum budget limiting the effort invested in the tuning process B_{max};

Formally, the tuning problem can be defined as follows:

Given a metaheuristic algorithm $\mathcal{A}$, an instance of the tuning problem consists in a 4-tuple $P = (\mathcal{A}, \Theta, \Pi, B_{max})$, where Θ is the configurations space for $\mathcal{A}$. Π is the set of input problem instances, $g(\theta, \Pi)$ is a function that computes the expected gain (e.g., the quality of the solutions) of running $\mathcal{A}$ when using configuration θ on instances $\pi \in \Pi$. B_{max} is a time out after which all runs of $\mathcal{A}$ will be terminated.

Any configuration $\theta \in \Theta$ is a candidate configuration of P. The gain of a candidate configuration θ is given by: $G_P(\theta) = f_{\pi \in \Pi}(g(\theta, \pi))$ where f evaluates the performance of the configuration using any proper indicator as mean, number of runs solving the problem or another one.

In this work we are interested in to analyze how decisions related to parameter space definitions can affect the quality of parameter configurations found by well known tuning methods. In this work, we focus our attention on three successful well-known tuners: ParamILS [5], I-Race [2] and Evoca [8]. These tuning approaches are explained in detail in section II. Our experiments conducted on Spear and ACOSTP algorithms are explained in section III and their results shown in section IV. Conclusions and future work are presented in section V.

II. Related Work

Here we explain in detail the tuning methods that we study this work.

A. ParamILS

The Parameter Iterated Local Search method was proposed in [5]. Starting from a default parameter configuration, usually based on the experience of the user, ParamILS performs R tries searching randomly for a new configuration with a better quality than the default one. The configuration obtained follows a local search procedure. At each iteration, ParamILS performs s random perturbations to the configuration at hand, the local search process is then performed using the best configuration obtained and its performance is compared to the best parameter configuration found so far. Moreover, a restart probability allows the algorithm to escape from local optimum.

In ParamILS a parameter configuration dominates another one only if both, its average performance is *better* and it has been evaluated using more seeds. The use of ParamILS requires the definition of a finite set of values for each parameter and an initial default parameter configuration. Moreover, it requires the setting of four meta-parameters: R and s (the number of random solutions of the first phase and each iteration), the probability of restart and the maximum budget.

B. Iterated F-Race

I-Race is an iterative version of F-Race algorithm [2]. At each iteration, F-Race is used to detect statistically best performing parameter configurations. Considering a fixed maximum budget Max_Budget, I-Race [6] defines the number of iterations as: $I = 2 + round(log_2 p)$ (with p the number

of parameters) and the computational budget of each iteration. At each iteration, a set of candidate configurations are sampled. At the first iteration, all candidate configurations are sampled uniformly at random or starting from a user defined candidates set. Each F-Race iteration can be ended if at most $N_{min} = 2 + round(log_2 p)$ candidate configurations remain. Once F-Race terminates, the best N_{elite} configurations are selected according to their ranks to update the probability model. The sampling distribution of each parameter depends on whether it is a numerical or a categorical one. A truncated normal distribution is used for numerical parameters and a discrete probability function is used for categorical parameters. Some important I-Race meta-parameters are: the number of iterations, the number of elite candidate configurations, the number of instances evaluated before performing the first elimination test, the statistical test and the confidence level [7].

C. Evolutionary Calibrator

Evoca [8] is an evolutionary algorithm that works with a population of parameter configurations. Evoca's population size is computed considering the number of parameters and their domain sizes, this, in order to include a set of relevant values for each parameter in an independent way on its first population. Evoca uses two transformation operators: a crossover operator that constructs one child parameter configuration from the whole population; and a mutation operator which is a hill climbing first improvement procedure. Mutation takes a copy of the child generated by the crossover operator and tries to improve it by modifying one of its parameter values. In case of a numerical parameter, it will try to randomly take a new value from the parameter interval, regarding it as a continuous range. Crossover child replaces the worst configuration on the current population while mutated configuration replaces the second worst parameter configuration on the current population, only if its shows a better quality. Evoca uses three meta-parameters: the maximum population size, the number of seeds to test each configuration and the maximum budget. Evoca implementation is available in ecco.informaticae.org.

III. Experiments

Here we describe the experimental setup we use to evaluate the impact of different parameter definitions. In our experiments we tune two algorithms: ACOTSP [9] and Spear [1] that define 11 and 26 parameters respectively.

ACOTSP [9] is a software package that implements several Ant Colony Optimization algorithms for solving the Traveling Salesman Problem. ACOTSP has 11 parameters: three categorical, four integer and four real. Distance to optimum is used as performance criterion for each run of this algorithm. In our scenarios, we consider as training test ten randomly selected Euclidean traveling salesman problem instances from set of 1000, 1500, 2000, 2500 and 3000 cities as in [4]. For ACOTSP the testing set is composed of 250 TSP instances (50 instances of each of the previous sizes).

Spear [1] is a tree search algorithm for solving SAT problems. Spear is a state-of-the-art SAT solver for industrial instances, and with appropriate parameter settings, it is the best available solver for certain types of hardware and software verification instances. Spear has 26 parameters including ten categorical, four integer, and twelve continuous parameters, and their default values were hand-tuned by its developer [1]. Time to solve or detect the instance has no solution is used as performance criterion. We applied Spear to solve the SAT-encoded graph-coloring problems based on small world graphs (SWGCP). The set has 2000 instances, divided randomly into training and test sets of 1000 instances each one as in [4]. Table I summarizes the tuning scenarios. For the tests using ACOTSP, we set a cutoff time of five seconds per run and allowed each tuning procedure to execute the target algorithm a maximum budget of 5000 times. In our tests using Spear, we set cutoff times of five seconds per run. The maximum budget for tuning was fixed in five CPU hours.

A. Parameter Space Definitions

For each tuner we study a set of parameter definitions.

- *ParamILS* In this case, for each parameter we select at most N equally distributed values belonging to the domain of each parameter (ParamILSN). The value of N ranges from 3 to the maximum number of possible values ($10,000$ for Spear and $1,000$ for ACOTSP). Moreover, for Spear we also analyze the configurations obtained using the parameter definition proposed by experienced users [4] that considers from 3 to 8 values for numerical parameters: ParamILSAuthors.
- *I-Race* In this case we evaluate a typical specification of each parameter according to its nature i.e, considering 10 categorical parameters, 12 real parameters and 4 integer parameters for Spear and for ACOTSP (I-RaceCatNum). Also, in Spear experiments we considered a parameter space definition that considers all parameters as categorical whose possible values were selected according to [4] (I-RaceCat).
- *Evoca* For Evoca we also evaluate a typical specification of each parameter according to its nature (EvocaCatNum) and a caegorical specification for Spear experiments according to [4] (EvocaCat).

IV. Results

Figure 1 shows the performance of each tuner for ACOSTP. For this, the best 20 parameter configurations, obtained from 20 different tuning processes were tested on each of 250 instances in testing set. Table II summarizes the Friedman comparison of these results. Values listed here show the mean rank of the performance obtained by each tuning scenario when compared to all the others scenarios listed. Mean results over the set of instances were used to perform these tests. For

TABLE I: Tuning scenarios

Algorithm	# Param.	Training Set	Testing Set	Maximum budget
ACOTSP	11	50 TSP	250 TSP	5000 runs
Spear	26	1000 SWGCP	1000 SWGCP	5 [h]

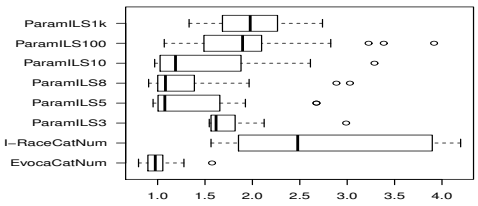


Fig. 1: Performance comparison on ACOTSP

a designer that uses ParamILS without an in-depth analysis the best option is to use ParamILS8. According to the results obtained the behavior of ParamILS is quite different given some configurations that affect the performance of the algorithm. When the parameter definition considers large sets of values for parameters, parameter configurations perform poorly. This performance can be improved by reducing the size of these sets, but clearly, not only the number of values considered is important, but also the values selected are crucial to obtain a good performance. In this scenario the best parameter configuration was found by Evoca that did not require discretization and the worst was obtained by I-Race. Graph in figure 2 shows the performance of each tuner for Spear algorithm. For this, the best 20 parameter configurations, obtained from 20 different tuning processes were tested on each of 1000 instances in testing set. Clearly, we can notice that the

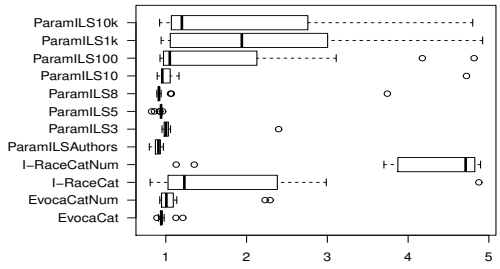


Fig. 2: Performance comparison on Spear

performance obtained using ParamILS strongly depends of the set-up of parameter space considered. The best results of ParamILS were obtained using the values suggested by authors in [4]. Table III summarizes the Friedman tests comparing the results of this section. Also, in this case, the best option for a non expert user of ParamILS is to use ParamILS8. Here we observe the same behavior that for ACOTSP respect to the number of values considered. In this case, I-Race also benefits

TABLE II: Friedman comparison on ACOTSP

Setting	Mean rank
EvocaCatNum	1.90
ParamILS8	3.10
ParamILS5	3.30
ParamILS10	3.85
ParamILS3	5.15
ParamILS100	5.50
ParamILS1k	5.95
I-RaceCatNum	7.25

when the set-up of parameter space is fine defined, we can observe this behavior when numerical parameter are managed as categorical ones discretizing the search space as ParamILS does. Moreover, Evoca also shows a difference between the performance obtained when using a standard initial set-up versus using a discretized set of values. This confirms that using the knowledge of the specific algorithm to define the setup of the tuner strongly improves its performance.

V. Conclusions and Future Work

We have studied the behavior of the three methods when using different parameter definitions. We noted that ParamILS and I-Race are able to find good configurations when the initial set-up values are properly selected and close to the best parameter values. Furthermore, Evoca demonstrated being less sensitive to the initial setup, obtaining quality parameter values without prior knowledge of the configuration space. For future work we are interested in studying collaboration schemes that allow the use of tuners without requiring in-depth analyses to setup them.

References

[1] D. Babić and F. Hutter. Spear theorem prover. In *Proceedings of the SAT 2008 Race*, 2008.

[2] M. Birattari, Z. Yuan, P. Balaprakash, and T. Stützle. F-race and iterated f-race: An overview. In *Experimental Methods for the Analysis of Optimization Algorithms*, pages 311–336. Springer Berlin Heidelberg, 2010.

[3] A. E. Eiben and S. K. Smit. Parameter tuning for configuring and analyzing evolutionary algorithms. *Swarm and Evolutionary Computation*, 1(1):19–31, 2011.

[4] F. Hutter, H. H. Hoos, K. Leyton-Brown, and T. Stützle. ParamILS: an automatic algorithm configuration framework. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 36:267–306, 2009.

[5] F. Hutter, H. H. Hoos, and T. Stützle. Automatic algorithm configuration based on local search. In *Proceedings of the Twenty-Second Conference on Artifical Intelligence*, pages 1152–1157, 2007.

[6] M. López-Ibáñez, J. Dubois-Lacoste, T. Stützle, and M. Birattari. The irace package, iterated race for automatic algorithm configuration. Technical Report TR/IRIDIA/2011-004, IRIDIA, Université Libre de Bruxelles, Belgium, 2011.

[7] L. Pérez Cáceres, M. López-Ibañez, and T. Stützle. An analysis of parameters of irace. In *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimisation*, volume 8600 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 37–48. Springer Berlin Heidelberg, 2014.

[8] M.-C. Riff and E. Montero. A new algorithm for reducing metaheuristic design effort. In *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pages 3283–3290, 2013.

[9] T. Stützle. Acotsp: a software package of various ant colony optimization applied to the symetric salesman problem. `http://iridia.ulb.ac.be/ mdorigo/ACO/aco-code/`, 2002.

TABLE III: Friedman comparison on Spear

Setting	Mean rank
ParamILSAuthors	2.15
ParamILS8	2.90
ParamILS5	3.55
EvocaCat	4.25
ParamILS10	6.10
EvocaCatNum	6.55
ParamILS3	6.65
ParamILS100	7.50
I-RaceCat	7.85
ParamILS10k	9.30
ParamILS1k	9.50
I-RaceCatNum	11.70

Sobre-especialización en la generación automática de algoritmos

Carlos Rey
Departamento de Ingeniería en Informática
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
carlos.reyb@usach.cl

Carlos Contreras-Bolton
Dipartimento di Ingegneria dell'Energia Elettrica e dell'Informazione "Guglielmo Marconi"
Università di Bologna
Bologna, Italia
carlos.contrerasbolton@unibo.it

Víctor Parada
Departamento de Ingeniería en Informática
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
victor.parada@usach.cl

***Abstract*— Los algoritmos producidos de manera automática para resolver problemas de optimización combinatoria son capaces de encontrar soluciones óptimas para una parte de las instancias. Sin embargo, tales algoritmos no mantienen su desempeño cuando se enfrentan a instancias que pertenecen a otras clases. Este hecho sugiere que los algoritmos especializados para familias de instancias podrían tener un mejor desempeño. En este artículo se describe la construcción automática de algoritmos especializados para distintos tipos de instancias del problema de la mochila binaria. Los algoritmos son construidos mediante programación genética, que evoluciona árboles sintácticos que son decodificados como algoritmos para el problema. Los componentes de los árboles son heurísticas de llenado de la mochila y de refino de una solución factible. El conjunto de instancias de cada tipo es dividido en dos grupos: el primero, se usa para la etapa de construcción de los algoritmos, mientras que el segundo, es utilizado para evaluar los algoritmos ya construidos. La especialización de los algoritmos se verifica realizando evaluaciones cruzadas de los distintos tipos de instancias consideradas. Los resultados demuestran que se genera sobrespecialización según la distribución de instancia del problema de la mochila binaria, llegando a obtener errores relativos de hasta 0,00062 % para 692 instancias.**

Keywords— Programación Genética, sobrespecialización, problema de la mochila.

I. INTRODUCCION

Una manera de enfrentar problemas de optimización combinatoria consiste en construir automáticamente el mejor algoritmo para resolver el problema. Esta técnica ensambla de manera automática los componentes que potencialmente componen un algoritmo [2],[4]. Intrínsecamente, se realiza la búsqueda del mejor algoritmo para el problema específico, la que se puede realizar mediante la programación genética o hiper-heurísticas ya conocidas. Los componentes, pueden ser heurísticas específicas ya existentes para el problema, o bien, partes atómicas de ellas. La programación genética es particularmente adecuada para evolucionar algoritmos, debido a que trabaja en poblaciones de árboles sintácticos que son apropiados para representar combinaciones de instrucciones como las que ocurren en un algoritmo de computación [5]. La evolución artificial ocurre debido a la aplicación de los operadores de selección, cruzamiento, mutación y reproducción. De este modo, diversas combinaciones algorítmicas son exploradas, generación tras generación, evaluando cada nuevo algoritmo producido de acuerdo a su capacidad para resolver instancias de evaluación del problema. Al construir de manera automática un algoritmo para el problema, rara vez se debe tener en cuenta la existencia de instancias con características distintas. Existe amplia literatura que arroja evidencias sobre la menor dificultad de algunas instancias para encontrar soluciones usando el mismo algoritmo [1], [10]. De este modo, con el fin de buscar mejores algoritmos, parece conveniente generar automáticamente algoritmos para distintos grupos de instancias.

Uno de los problemas de optimización combinatoria para el cual existen diversas instancias es el problema de la mochila binaria (PMB). El PMB es uno de los problemas de optimización difíciles que parece ofrecer menos resistencia cuando se aborda de manera distinta según sea el tipo de instancia a resolver. El PMB consiste en la determinación de un conjunto de elementos que son agregados en un contenedor de capacidad limitada con beneficio máximo [11]. Si x_j, es una variable binaria, que indica la presencia del ítem j en el contenedor y p_j indica su beneficio, entonces, la función objetivo a maximizar indica el beneficio agregado al contenedor considerando los ítems seleccionados desde los n ítems disponibles (ecuación 1). A su vez si w_j indica el peso del ítem j entonces, la restricción de capacidad restringe la factibilidad de que los ítems contenidos efectivamente quepan en el contenedor de capacidad W. De este modo, una solución para el problema se constituye de una atribución a valores binarios al vector. Una gran familia de instancias del PMB que ha sido generada y clasificada permite estudiar la dificultad computacional de cada nuevo algoritmo [9]. Con base en la relación entre los valores y varios grupos de instancias son generados de manera que la clasificación de instancias combina elementos que provienen de la experimentación y de la estructura del problema. Sus resultados revelan que algunas instancias son más fáciles de resolver para algunos de los algoritmos de programación matemática que se prueban. Aunque la clasificación no identifica las *phase transitions* entre esos tipos de instancias, es claro que unos grupos son más fáciles de resolver que otros por un algoritmo *branch and bound* [7].

$$Maximizar\ Z(x) = \sum_{j=1}^{n} p_j x_j \text{ s.a } \sum_{j=1}^{n} w_j x_j \leq W, x_j \in \{0,1\}, \forall\, j = 1, \ldots, n \quad (1)$$

Los algoritmos generados automáticamente para PMB tienen mejor desempeño computacional que el método *branch and bound* para algunos tipos de instancias [8]. Los algoritmos construidos a partir de componentes elementales usando programación genética y considerando un conjunto de instancias de entrenamiento, son capaces de determinar la solución óptima en varias instancias de una clase específica y por lo tanto, su desempeño puede ser comparado con los métodos exactos. Se observa que para este grupo, la solución óptima es determinada con un menor tiempo computacional, sin embargo, tales algoritmos no mantienen su desempeño cuando se enfrentan a instancias que pertenecen a otras clases. Aunque es natural pensar que un único algoritmo sea capaz de enfrentar con la misma eficiencia todas las instancias de un mismo problema, estos resultados arrojan evidencia de la existencia de algoritmos con diferente desempeño computacional según sean las instancias del problema que se han utilizado en su diseño. Esta idea ha sido menos explorada en la literatura en función del esfuerzo computacional requerido para el diseño de algoritmos especializados.

En este artículo se describe la generación automática de algoritmos especializados para distintos tipos de instancias del PMB. En la siguiente sección se presenta el proceso evolutivo y las respectivas características de la técnica. En la sección 3 se presenta la selección de instancias; en la sección 4 los resultados y en la sección 5 presenta las principales conclusiones del estudio.

II. Generación automática de algoritmos para PMB

El proceso evolutivo se realiza en dos etapas: de construcción y de evaluación. En la primera etapa, los algoritmos son construidos con un algoritmo de programación genética que evoluciona estructuras sintácticas haciendo uso de operaciones de selección, reproducción, cruzamiento y mutación [5]. Las estructuras sintácticas son interpretadas como algoritmos para resolver el problema de la mochila, de modo que, una población de árboles, es una población de potenciales algoritmos que solucionan un conjunto de instancias dado. La aplicación de los operadores permite generar una nueva población a partir de una población actual. El desempeño de un algoritmo se estudia sometiéndolo a una prueba con un conjunto de instancias de entrenamiento y minimizando el error cometido en la determinación del valor de la función objetivo del PMB para el conjunto de instancias. En la segunda etapa, los mejores algoritmos obtenidos son evaluados con el segundo conjunto de instancias de cada tipo.

La evaluación de un algoritmo durante el proceso evolutivo considera su capacidad para resolver las instancias de diseño. Se busca que los algoritmos que son generados tiendan a resolver completamente las instancias de este grupo. Se definen términos para promover su desempeño de un algoritmo en una instancia: error relativo promedio, la cantidad de hits menor o igual a 1.0% respecto a su óptimo (*hits*) y el error relativo asociado al tamaño del árbol en relación con un tamaño deseado. Específicamente, sea n_s el número de instancias para el conjunto *S* utilizando validación cruzada, z_i el valor óptimo de la instancia *i*, y O_i el resultado obtenido para la instancia *i* por el algoritmo a evaluar. Adicionalmente, sea N_p el número de nodos del algoritmo p (algoritmo a evaluar), y sea M_p el número máximo de nodos permitidos para un algoritmo. Los valores de α, β se encuentran en el rango [0,1] y son utilizados para definir la relevancia de los términos en la función de evaluación, la suma de estos términos debe ser igual a 1. Así, la función de evaluación f_e que evalúa a cada uno de los algoritmos sobre el conjunto de instancias de entrenamiento es representado en la ecuación 2.

$$f_e = \propto \cdot \left(\propto \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{z_i - o_i}{z_i} + \beta \cdot \frac{n_s - \sum_{i=1}^{n_s} hit_i}{n_s} \right) + \beta \cdot \max\left\{0, \frac{N_p - M_p}{N_p}\right\} \quad (2)$$

Varios parámetros deben ser seteados para la ejecución del experimento. Específicamente, la evolución con 500 individuos, 1000 generaciones y considera las probabilidades de selección, cruzamiento, mutación y reproducción en 0.85, 0.05 y 0.10 respectivamente. Mp se define con valor 15, La población inicial se genera aleatoriamente. La selección ocurre mediante un torneo de cuatro individuos. El proceso evolutivo es realizado en la plataforma ECJ 23 que es un JAVA framework comunitario [6]. El experimento computacional se realizó en Leftraru del Laboratorio Nacional de Computación de Alto Rendimiento con sistema operativo CentOS 7 con un procesador Intel Xeon E5-2660 8 núcleos de 3.4 GHZ de 64 GB de RAM.

III. Selección de instancias para el PMB

Las instancias del problema fueron construidas usando un generador aleatorio de problemas [9]. El generador permite producir instancias con distintos rangos de distribución de w_j/p_j, a partir de lo cual, son clasificados cuatro grupos de instancias: no correlacionadas (NC), débilmente correlacionadas (DC), fuertemente correlacionadas (SC) y aproximadamente correlacionadas (ASC). En cada grupo se ocuparon 100 instancias de evolución y 692 instancias de evaluación.

IV. Resultados

Los algoritmos obtenidos utilizando el grupo de instancias de evolución, muestran una sobre-especialización en la evaluación de las instancias que corresponden al mismo grupo. En la Tabla 1 se observa el error relativo promedio para cada grupo de instancia de los algoritmos obtenidos. Los algoritmos producidos automáticamente ocupando instancias de DC, NC y SC se encuentran sobre-especializadas, ya que el menor error lo generan evaluando sus propios grupos, obteniendo para DC un error relativo de 0,00032%, para NC 0,00038% y SC 0,00050%. Para el caso del algoritmo generado con ASC, ocurre un fenómeno esperado, ya que no existe diferencia significativa de clases en comparación con el grupo SC (0,00050% para SC y 0,00059% para ASC), tal fenómeno ocurre debido a que la distribución de los ítems de las instancias de ambos grupos es similar. El peor desempeño de los algoritmos es sobre el grupo de instancias DC con un error de 0,02012% y el mejor desempeño es sobre el grupo SC con 0,00062%.

La estructura de los árboles encontrados obedece a una estructura constructiva y de refino. El árbol mostrado en la figura 1, se observa que un ciclo principal incluye dentro del criterio de término la incorporación secuencial de nuevos ítems a la mochila. Lo propio ocurre con la etapa de desarrollo del ciclo principal, en el cual también está incluida la incorporación de ítems adicionales. Sea cual sea el camino seguido, el terminal de refino solo participa cuando la capacidad de la mochila ha llegado a su límite. En este caso, los terminales de incorporación, como por ejemplo "Agrega Mayor Ganancia" o "Agrega Mayor Beneficio" devuelven el valor falso, por lo tanto, activan la ejecución del terminal de mejora al menos una vez. En el algoritmo DC1 se observa que el criterio de término del ciclo *while*, agrega secuencialmente el ítem de mayor ganancia a la mochila, en la acción del ciclo *while*, los ítems son agregados hasta que algunos de los dos terminales de agregación retornen falso, caso en el cual se activa el terminal de mejora en el criterio de término.

Los algoritmos producidos son muy rápidos para resolver los problemas de la mochila. Para ello, en la Tabla 1 se observa que el tiempo de ejecución promedio para las 692 instancias es de menos de un 1 segundo en todos los casos. Lo que garantiza la rapidez del algoritmo son esencialmente dos factores importantes: el factor de parsimonia definido en la Ecuación 2 y el terminal de mejora que actúa para mejorar la solución parcial.

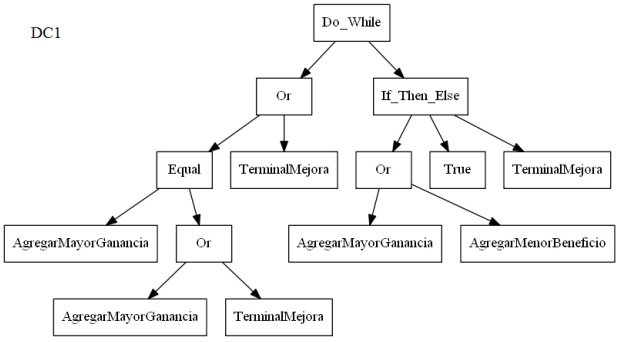


Fig. 1. Algoritmo DC1

TABLE I. RESULTADOS EN ERP(%) Y TIEMPO PARA INSTANCIAS DE EVALUACIÓN

Algoritmo	**Grupo Instancia ASC**		**Grupo Instancia DC**	
	ERP (%)	***Tiempo prom(seg)***	***ERP (%)***	***Tiempo prom(seg)***
ASC	0.00059	0.10090	0.02770	0.08966
DC	0.00061	0.09213	0.00032	0.14584
NC	0.00095	0.12301	0.00284	0.51317
SC	0.00058	0.14072	0.04963	0.12721
Promedio	0.00068	0.11419	0.02012	0.21897

TABLE II. RESULTADOS EN ERP(%) Y TIEMPO PARA INSTANCIAS DE EVALUACIÓN (CONTINUACIÓN)

Algoritmo	**Grupo Instancia NC**		**Grupo Instancia SC**	
	ERP (%)	***Tiempo prom(seg)***	***ERP (%)***	***Tiempo prom(seg)***
ASC	0.02474	0.10702	0.00051	0.11267
DC	0.00028	0.17935	0.00054	0.09504
NC	0.00038	0.21101	0.00094	0.12931
SC	0.05406	0.13872	0.00050	0.14299
Promedio	0.01986	0.15902	0.00062	0.12000

V. CONCLUSIONES

En este artículo, nuevos algoritmos especializados para grupos de instancias fueron obtenidos por medio de la programación genética para entregar soluciones al PMB. Los algoritmos obtenidos fueron generados automáticamente utilizando familias de instancias distintas para cada uno de los experimentos.

Los algoritmos generados con los grupos de instancias de evolución, se sobre-especializan en instancias específicas. Si bien no existen grandes diferencias entre errores relativos, numéricamente existen diferencias de desempeño de cada grupo. Además, los algoritmos generados de forma artificial son rápidos en resolver cualquier tipo de instancias.

REFERENCIAS

[1] Achlioptas, D., Naor, A., & Peres, Y. (2005). Rigorous location of phase transitions in hard optimization problems. Nature, 435(7043), 759–764.

[2] Burke, E. K., Gendreau, M., Hyde, M., Kendall, G., Ochoa, G., Oezcan, E., & Roy. Soc. London, vol. A247, pp. 529–551, April 1955.

[3] Qu, R. (2013). Hyper-heuristics: a survey of the state of the art. Journal of the Operational Research Society, 64(12), 1695–1724.

[4] Contreras Bolton, C., Gatica, G., & Parada, V. (2013). Automatically Generated Algorithms for the Vertex Coloring Problem. Plos One, 8(3), e58551.

[5] Koza, J. R., Keane, M. A., Streeter, M. J., Mydlowec, W., Yu, J., & Lanza, G. (2006). Genetic Programming IV: Routine Human-Competitive Machine Intelligence. Springer Science & Business Media.

[6] Luke,S. (2015, June 15). The ECJ Owner's Manual. Retrieved June 1, 2016, from https://cs.gmu.edu/ eclab/projects/ecj/docs/manual/manual.pdf

[7] Martello, S., & Toth, P. (1990). Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc

[8] Parada, L., Herrera, C., Sepúlveda, M., & Parada, V. (2015). Evolution of new algorithms for the binary knapsack problem. Natural Computing, 15(1), 181–193.

[9] Pisinger, D. (2005). Where are the hard knapsack problems? Computers & Operations Research, 32(9), 2271–2284.

[10] Schawe, H., & Hartmann, A. K. (2016). Phase transitions of Traveling Salesperson problems solved with linear programming and cutting planes. EPL (Europhysics Letters), 113(3), 30004.

[11] Ziegler, L. (2011, April 16). A List of NP-Complete Problems. Retrieved June 1, 2016, from http://www.users.csbsju.edu/

Collaborative Opposite Strategies for HS: The case of MKP

Nicolás Rojas-Morales, María-Cristina Riff Rojas, Elizabeth Montero Ureta
Universidad Técnica Federico Santa María
Valparaíso, Chile
nicolasrojas@acm.org, maria.cristina.riff@gmail.com, elizabeth.montero@usm.cl

***Abstract*—We propose a collaborative framework that considers three opposite strategies using an ants algorithm and give this information to a Harmony Search algorithm. This opposite information is used to set-up the initial Harmony Memory. We evaluate this strategy into the Adaptive Binary Harmony Search (*ABHS*), an Harmony Search approach for solving the well-known Multidimensional Knapsack Problem. Results in benchmark two instance sets show that the opposite information allows HS to focus its search to more promising areas of the search space obtaining quality solutions.**

I. Introduction

Three different opposite learning strategies have been recently proposed [1], [2], with the objective of an early detection of candidate solutions that could not be interesting to be explored by a metaheuristic, in terms of evaluation function. In this work we propose to use an ants algorithm that learns from the opposite, in order to be able to detect this kind of solutions. The information obtained is given to Adaptive Binary Harmony Search (*ABHS*) [3], an Harmony Search (HS) approach for solving Multidimensional Knapsack Problem (MKP).

The MKP is defined as a knapsack with multiple resource constraints and a set of objects $O = \{o_1, \ldots, o_N\}$, each one with a defined profit and weight in each dimension [4]. The problem consists in selecting a subset of $n \leq N$ objects in such a way that each capacity constraint, for the M dimensions, is satisfied maximizing the total profit.

The main inspiration of our work is the field of Opposite Learning (OL). In general, opposite information is applied with the objective of mapping candidate solutions for increasing the coverage of the solution space, accuracy and convergence of the search process [5]. OL has been extensively applied in Metaheuristics like Harmony Search, Particle Swarm Optimization, Differential Evolution, among others [6], [7]. In the following section, we briefly detailed the baseline algorithm named ABHS.

II. Adaptive Binary Harmony Search

Adaptive Binary Harmony Search (*ABHS*) [3] is an HS approach proposed for solving problems using a binary representation. The initial population is randomly generated. In each iteration, ABHS construct a solution X^{NEW}. For each bit, its value can be a copy from the Harmony Memory or, a randomly selected value. This decision is controlled by the *HMCR* parameter. Then, X^{NEW} can be modified using the Pitch Adjusting component. Here, with a probability of *PAR*, the algorithm can copy a bit from the best solution found to the new candidate solution. Finally, X^{NEW} can replace the worst solution in memory if it has a better quality value and, the best solution in the Harmony Memory is updated. In the following section, we present our approach inspired by the opposite learning literature.

TABLE I
Features of Opposite Learning Strategies

Strategy	Antipheromone	Heuristic Knowledge
SOL	Lowest quality solution at each iteration	Same as original algorithm
HOL	Defined for the specific problem	Modified for the specific problem
WOL	Lowest quality solution at each iteration	Inverts the original heuristic knowledge

III. Including Opposite Learning in ABHS

During the search process of a metaheuristic, there are some solutions that appear promising in the construction process, but that finally do not yield good quality solutions. We define these kind of solutions as *Quasi-near-optimal (Q-n-o)* solutions and, our work is focused in its early detection. In [1], [2], three Opposite Learning (OL) strategies were proposed to detect these *Q-n-o* solutions using ants algorithms. Here, the search process is divided into two steps: A first step where opposite learning is used to detect candidate solutions that appear interesting, but not yield to high quality solutions and, a second step where a metaheuristic algorithm incorporates this knowledge to solve the original problem. As in ACO algorithms, the learning about promising quality solutions is transmitted using a pheromone matrix. To emphasize the idea of opposite information, the pheromone used in the first step is called *antipheromone* and the first step is named *Opposite ACO*. Table I shows the details of these three OL strategies: *Soft Opposite Learning (SOL)*, *Half Opposite Learning (HOL)* and *Worst Opposite Learning (WOL)*.

In this work, the first step is performed by an ants algorithm and the second step by ABHS. Figure 1 shows the details of this scheme. The first step will search for *Q-n-o* solutions using these three strategies. Each strategy will generate an

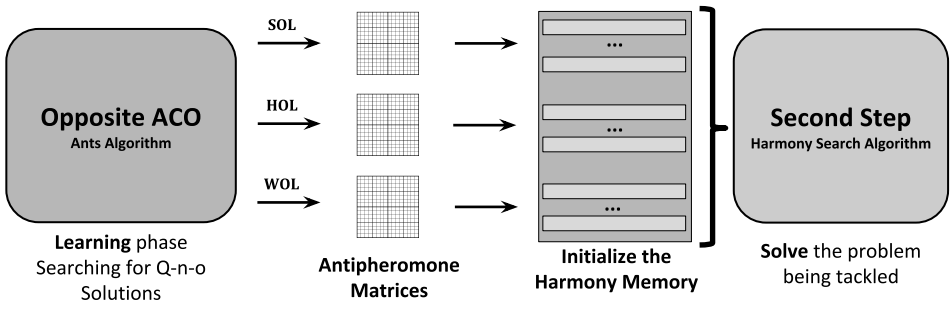


Fig. 1. Division of the search process

antipheromone matrix that will be transferred to ABHS. The information of each cell represents the desirability of choosing an object o_{i+1} when the last selected object is o_i. The higher the value of antipheromone between object o_i and o_{i+1}, the higher the number of *Q-n-o* candidate solutions that incorporated both objects. This opposite information will be used during the initialization of the Harmony Memory. We used each matrix for initialize a third of the Harmony Memory. For the construction of initial feasible candidate solutions, a greedy procedure will include objects considering different myopic functions. The possible myopic functions are:

- $Efficiency/Antipheromone$ function searches a trade-off between efficiency and antipheromone. Using this function the initialization procedure between two objects with same efficiency will prefer to include the objective with a lower amount of antipheromone.
- $Efficiency + 1/Antipheromone$ function gives more importance to efficiency than the first function. However, it takes into account antipheromone amount to decide. Here, objects lowest with efficiency have less opportunities to be chosen.
- $Efficiency$ function considers only the profit and weight in each dimension, of each object.

The key idea of these myopic functions is to construct a diverse Harmony Memory considering information about the features of each object related to their own profit and weight and, also, how related it was with *Q-n-o* candidate solutions during the *Opposite ACO*.

Finally, total resources are divided in the two steps. A budget B defines the portion of effort that will be invested in the *Opposite ACO*. Considering $maxRes$, a maximum number of evaluation functions, a portion of these will be consumed by the *Opposite ACO*. This portion is defined by the parameter $B \in [0, 1]$. Hence, the higher the budget for the *Opposite ACO*, the lower the effort during the HS step. In the following section, we present the evaluation of these strategies for solving the Multidimensional Knapsack Problem (MKP).

IV. Experiments and Results

To analyze the real contribution of the opposite information, we considered other approach named *GR-ABHS* that generates the initial Harmony Memory only focused on the Efficiency of objects. This section presents experiments to compare three approaches: *ABHS*, *GR-ABHS* and *OL-ABHS*. The objective of these tests is to evaluate the effect of including opposite information in an Harmony Search approach. For this, we considered two sets of benchmarks instances proposed by Chu and Beasley[1]: 30 instances of the set named *5x100* (5 dimensions and 100 objects) and 30 instances of the set named *10x100* (10 dimensions and 100 objects).

About the parameter values used for these experiments, we considered the same values presented by the authors. *OL-ABHS* uses the well-known Ant Knapsack (AK) [9] algorithm to search for *Q-n-o* candidate solutions. Also, the parameters values of AK are $N_{Total} = 30$, $\tau_{max} = 4$ and $\tau_{min} = 0.01$. The parameter values for *ABHS* are: $HMS = 47$, $HMCR = 0.8$, $PAR = 0.547$ and $RAN = 0.5$ [10]. About the Budget B parameter, we evaluate different values ranging from 0.01 to 0.09. Finally, we obtain better results with $B = 0.02$ for the three strategies.

For these experiments we considered 50 different seeds, each one with 200.000 evaluations. As $B = 0.02$, this means that $200.000 * 0.02 = 4000$ evaluations will be used for the *Opposite ACO*. Table II shows the results for the set $5x100$ and, table III for the set $10x100$. Light grey cells represent when an algorithm outperforms other approaches considering the average quality (AVG) of the 50 seeds. On the other hand, dark grey cells represent when an algorithm outperforms other approaches considering the Best quality solution obtained.

First, results for both sets show that the search process of *ABHS* has been improved using the opposite information and also, using only the Efficency. Only in two instances (number 9 and 26 for set $10x100$), *ABHS* reached a best quality solution. About the performance in set *5x100*, *OL-ABHS* obtained better average results in 17 of the 30 instances and, *GR-ABHS* in 13 of 30. About the best quality solutions founded, *OL-ABHS* reached best solutions in 22 of the 30 instances and, *GR-ABHS*

[1]Available in http://bit.ly/instancesMKP [8]

TABLE II
RESULTS FOR SET 5X100

#	ABHS		GR-ABHS		OL-ABHS	
	AVG	BEST	AVG	BEST	AVG	BEST
1	23574,02	23780	**23833,62**	**24206**	23775,12	24168
2	23349,08	23652	23995,18	**24225**	**24031,40**	**24225**
3	22686,42	23051	23263,68	23470	**23270,34**	**23518**
4	22905,78	23057	**22979,78**	**23194**	22950,94	23164
5	23261,78	23560	23438,76	23636	**23454,62**	**23663**
6	23977,54	24319	24482,36	24555	**24504,90**	**24575**
7	24615,70	24865	24967,74	25244	**24990,18**	**25261**
8	22629,98	22912	**23095,62**	**23332**	23078,76	23270
9	23245,00	23604	23521,66	23846	**23536,62**	**23911**
10	23830,74	24190	24103,04	**24259**	**24105,96**	**24259**
11	42092,44	42409	42529,24	**42705**	**42567,86**	**42705**
12	41848,16	42119	42179,74	42279	**42222,76**	**42445**
13	41421,92	41707	**41561,58**	41783	41559,32	**41794**
14	44509,86	44904	44581,88	44818	**44606,30**	**44933**
15	41604,18	41915	**41997,52**	42059	41990,26	**42123**
16	42315,98	42644	42537,40	42657	**42578,66**	**42781**
17	41434,72	41676	41528,06	41746	**41602,14**	**41784**
18	44352,60	44569	44526,52	44780	**44586,84**	**44855**
19	42574,36	42965	42897,48	**43279**	**42904,30**	43171
20	44030,84	44337	44358,56	**44511**	**44373,84**	**44511**
21	59381,58	59692	**59599,00**	59798	59593,40	**59822**
22	61615,94	61825	**61753,76**	61932	61722,82	**61970**
23	59427,82	59689	**59594,28**	**59726**	59548,14	59704
24	60078,10	60366	60274,56	**60417**	**60275,70**	60409
25	60724,62	61029	**60996,66**	61055	60903,16	**61079**
26	58504,70	58689	**58742,12**	58920	58669,68	**58937**
27	61135,08	61365	**61315,90**	**61538**	61270,08	61522
28	61123,72	61403	**61202,16**	61425	61173,80	**61437**
29	58987,64	59219	59100,18	59314	**59137,52**	**59380**
30	59621,38	59908	**59849,06**	**59933**	59805,68	59926

TABLE III
RESULTS FOR SET 10X100

#	ABHS		GR-ABHS		OL-ABHS	
	AVG	BEST	AVG	BEST	AVG	BEST
1	22474,82	22708	**22597,42**	**22822**	22595,50	22767
2	21920,08	22269	**22229,40**	**22622**	22216,86	22470
3	21356,08	21576	**21447,44**	**21766**	21435,98	**21766**
4	21986,14	22189	22114,96	22364	**22126,84**	**22414**
5	21769,74	22012	**21902,30**	**22324**	21881,68	22214
6	21723,76	22156	**21947,78**	22117	21935,82	**22209**
7	21117,88	21452	21394,40	21580	**21406,30**	**21610**
8	21693,82	21976	**21832,66**	22057	21826,14	**22376**
9	21542,70	**22039**	21699,30	21928	**21729,46**	21958
10	21441,50	21822	22069,70	**22423**	**22086,64**	22398
11	40550,70	41110	40662,40	**41148**	**40684,96**	40920
12	41509,04	41753	**41711,56**	**42130**	41668,04	41853
13	41611,72	41944	41824,78	42049	**41887,20**	**42112**
14	44655,74	45039	45074,62	45256	**45084,58**	**45338**
15	40935,38	41302	**41239,44**	**41703**	41221,28	41479
16	41962,84	42400	42292,44	**42775**	**42298,14**	42685
17	42691,78	43205	42903,62	43169	**42929,90**	**43325**
18	42291,72	42552	42418,32	42690	**42484,02**	**42798**
19	41425,60	41947	**41768,40**	41965	41751,28	**42099**
20	40244,34	40585	40655,82	40773	**40697,20**	**41002**
21	56908,94	57182	56951,66	57146	**56961,62**	**57251**
22	58378,34	58704	**58510,32**	**58830**	58409,62	58740
23	57825,14	58153	**58057,40**	**58337**	58000,24	58203
24	61382,18	61685	**61594,70**	61788	61526,38	**61841**
25	60451,48	60716	**60589,76**	**60797**	60583,14	**60797**
26	60840,90	**61224**	60801,54	61041	**60849,60**	61171
27	55829,48	56134	**55979,52**	56160	55966,70	**56226**
28	58908,24	59223	**58980,40**	**59265**	58969,84	59192
29	59668,78	59926	59747,98	59981	**59772,24**	**60205**
30	60267,78	60521	60278,00	60500	**60286,86**	**60526**

in 12 of the 30 instances.

In the set *10x100*, *OL-ABHS* and *GR-ABHS* obtained better average results in 15 of the 30 instances. On the other hand, *OL-ABHS* obtained best quality solutions in 17 of the 30 instances and, *GR-ABHS* in 13 of the 30 instances.

V. CONCLUSION

In this work we proposed the inclusion of Opposite Learning in *ABHS*, an Harmony Search approach for solving the well-known MKP. The opposite learning is obtained using three different strategies: *SOL*, *HOL* and *WOL*. Each strategy generates an antipheromone matrix that is used for the initialization of a third of the Harmony Memory in ABHS.

Results shows that the search process of *ABHS* is improved, in both instances sets by the inclusion of the opposite information. More specifically, considering both sets, *OL-ABHS* obtained better average results in 32 of 60 instances and best quality solutions in 39 of the 60 instances.

For future work, we are interested on including our Opposite Learning strategies in other metaheuristics for solving different optimization problems.

REFERENCES

[1] N. Rojas-Morales, M.-C. Riff, and E. Montero, "Ants can learn from the opposite," in *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO) 2016*. ACM, 2016, pp. 389–396.

[2] N. Rojas-Morales, M.-C. Riff, and E. Montero, "Learning from the opposite: Strategies for ants that solve multidimensional knapsack problem," in *IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2016*, 2016, pp. 193–200.

[3] L. Wang, R. Yang, Y. Xu, Q. Niu, P. M. Pardalos, and M. Fei, "An improved adaptive binary Harmony Search algorithm," *Information Sciences*, vol. 232, pp. 58–87, 2013.

[4] J. Puchinger, G. R. Raidl, and U. Pferschy, "The multidimensional knapsack problem: Structure and algorithms," *Journal on Computing*, vol. 22, no. 2, pp. 250–265, 2010.

[5] A. R. Malisia, "Improving the exploration ability of ant-based algorithms," in *Oppositional Concepts in Computational Intelligence*. Springer Berlin Heidelberg, 2008, vol. 155, pp. 121–142.

[6] Q. Xu, L. Wang, N. Wang, X. Hei, and L. Zhao, "A review of opposition-based learning from 2005 to 2012," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 29, 2014.

[7] N. Rojas-Morales, M.-C. Riff Rojas, and E. Montero Ureta, "A survey and classification of opposition-based metaheuristics," *Computers & Industrial Engineering*, 2017.

[8] J. H. Drake, E. Özcan, and E. K. Burke, "A case study of controlling crossover in a selection hyper-heuristic framework using the multidimensional knapsack problem," *Evolutionary computation*, vol. 24, no. 1, pp. 113–141, 2016.

[9] I. Alaya, C. Solnon, and K. Ghédira, "Ant algorithm for the Multidimensional Knapsack Problem," in *International Conference on Bioinspired Optimization Methods and their Applications*, 2004, pp. 63–72.

[10] N. Rojas-Morales, M.-C. Riff, X. Bonnaire, and E. Montero, "New components with on-line control to improve harmony search," in *Computational Science and Engineering (CSE), 2013 IEEE 16th International Conference on*. IEEE, 2013, pp. 538–544.

Session MC3
Other Topics in Management Science and Data Mining

- *Methodology to evaluate technology system current status in water treatment plants*; Macuada, Claudio; Oddershede, Astrid; Quezada, Luis.
- *Un enfoque basado en intervalos para la optimización evolutiva multi-criterio de carteras de proyectos*; Balderas Jaramillo, Fausto Antonio; Fernández, Eduardo; Gómez, Claudia; Cruz Reyes, Laura; Rangel Valdez, Nelson.
- *Improving SVM-classification with Functional Data*; Blanquero, Rafael; Carrizosa, Emilio; Jiménez Cordero, Asunción; Martín Barragán, Belén.
- *Bibliometrics in operations research and management science: A university analysis*; Laengle, Sigifredo; Merigó, José M.; Modak, Nikunja Mohan; Yang, Jian-Bo.

Methodology to evaluate technology system current status in water treatment plants.

Claudio J. Macuada
Industrial Engineering Department
University of Santiago of Chile
Santiago, Chile
claudio.macuada@usach.cl

Astrid M. Oddershede
Industrial Engineering Department
University of Santiago of Chile
Santiago, Chile
astrid.oddershede@usach.cl

Luis E. Quezada
Industrial Engineering Department
University of Santiago of Chile
Santiago, Chile
luis.quezada@usach.cl

***Abstract*—This paper proposes methodology to evaluate the current status of the technology system in drinking water treatment (WT) and wastewater treatment plants (WWT) to find out the main implications on the quality of service. At present, improving the efficiency in processes and upgrading the technological standard of WT and WWT plants has become a challenge. The need of cost-efficient and reliable treatment processes has significantly increased to meet the level of environmental regulations and national goals. A case study has been carry out in a main sanitary company in Chile with the purpose to identify priority plants that must improve its technological standard. We have considered the technological systems that are indispensable in the process. With empirical data, expert opinions and combining scoring method with the Analytic Hierarchy Process (AHP) it was possible to obtain a plant ranking for the problem in study.**

Keywords— MCDM, AHP, WT, WWT, Remote infrastructure.

I. INTRODUCTION

Nowadays, there is a strong interest in increasing the efficiency of water treatment processes and production at national and international level. The requirements related to WT have been intensified and must comply with national environmental standards and objectives. At present, the industry is adopting new technologies for its processes and there is confidence that this is a way to improve their function. In the China, [1] [2] [3] [4] Public / Private sector as part of a project have developed innovative technologies for WT and WWT, improving the capacity of its plants, operating with higher flow and satisfying the needs of clear water. Thus, the water company under study has considered essential their plants must operate with the most adequate technological system. Therefore, it is necessary to determine the current level of technological system of WT and WWT plants and thus generate actions to make improvements in those plants showing lower quality of service.

In the analysis a multiplicity of factors and objectives are perceived, plants differ in size, production capacity and functionality. The implementation of technology competes also with available funds that may influence the evaluation. In this context a multicriteria approach [5] [6] [7] [8] is suitable to deal with conflicting goals. The study is divided into three main phases: the first phase is dedicated to defining a technological standard for WT and WWT plants, and then the diagnosis of each plant is made to calculate the technological gap using a scoring method.

The second phase is dedicated to defining the significant criteria that allow identifying the most critical technological system for the WT and WWT plants. In the third phase, a hierarchical structure is constructed, and then the efforts focus on aligning the work with a team of experts (plant managers, project engineers and members of senior management). This team was made up of twelve people who assessed all plants transversely. This people was subsequently commissioned to assess the current status of plants under the technological criteria to weigh the AHP evaluation result.

II. LITERATURE REVIEW

Concerning previous related work, we mention the research of [9] where an AHP decision model is developed for automating WT plants. The study provided a basis for setting priorities and decision-making (DM) to incorporate automated system to WT and WWT plants. Karimi et al. [10] used the fuzzy method and an AHP extension to select a process for WT in Iran. Perez & Oddershede [11] explored the feasibility to set up an appropriate domestic WT technology system in a Chilean isolated city after a volcanic eruption, Anagnostopoulos [12] used AHP to evaluate various scenarios for a water treatment plant in Greece; Nakhaei [13], considered various technologies for the application of wastewater treatment process through fuzzy AHP (FAHP) and gray relational analysis (GRA). Delgado-Galvan et al. [14] contemplate the challenge faced by water supply managers, minimizing leakage of water from leaking operating systems, considering a new approach to economic evaluation that includes all costs incurred for leakage and benefits derived from its control by AHP. In a similar attempt, the purpose of this study is to develop an AHP model for evaluating the current level of technological system of WT and WWT plants to produce improvements in those plants showing lower quality of service.

III. SYSTEM DESCRIPTION

The context of the problem addressed comprises WT and WWT plants from a main company of the Metropolitan Region. For drinking water production, the company keeps two large capacity treatment plants and twelve smaller facilities where raw water is processed. Moreover, the company also processes the waste water generated in their concession areas, using modern WWT plants allows its return to the receptors in optimal conditions for agricultural irrigation, in conformity with standards legislation. In this regard, the company has two major treatment plants, and twelve smaller plants located in rural towns.

These facilities allow achieving wastewater decontamination coverage around 100 %. The number of WT plants for drinking water depends on the demand estimation to ensure the quantity, quality and continuity of this service, which is vital for the population.

The Water Company is interested in recognizing WT and WWT plants that urgently needs to improve their technology system to meet standards. In addition to these requests, the implementation will involve investment, operating and maintenance costs, hence the objective is to determine the priority plants to endow with new technology and to consider its cost benefit analysis.

This study will allow obtaining knowledge about features and weaknesses of current technological systems, also identifying deficiencies in WT and WWT plants.

IV. Methodology

The methodological proposal contemplate the following steps:

- Generating a qualification rank scale for every technology system included in each cluster (Data Capture, Communications, Data Control, Server and Instrumentation) that comprises the attributes for each plant. A numerical score is obtained from the expert panel (with reference to a table) according to the accomplishment of technology quality standards. This is made in order to measure current state of each plant.
- Designing the hierarchical structure for plants cluster technological systems. The critical categories for each level and its relationships are learned.
- Carrying out an assessment of the most critical technological criteria for the final ranking by the use of AHP. The AHP outcome is combined with the scoring to determine which plants are candidates for investment to increase their level of reliability.

V. Results

In this paper, we present a real problem of resource prioritization in order to know the current technical state of the WT and WWT, proposing a methodology that will consider the use of AHP to prioritize the plants that need to reach a technological standard that contributes to improve the quality of service.

Given the existence of different decision variables to distinguish which plants would be candidates for technological improvements, the development of a decision model using AHP resulted advantageous to obtain a deep understanding of the priority requirements, to know the current state, and to identify through the proposed method which infrastructure needs to be improved.

The results of this study can be extrapolated to companies with industrial operations that require treatments and need to evaluate their technological level, seeking to improve the operation, to provide a better quality of service to the community.

Acknowledgment

The authors thank Dicyt and Industrial Engineering Department of the University of Santiago of Chile for their support.

References

[1] Tracy, J. Oasys Water. Adoption of water innovation. [Online] 2017. http://oasyswater.com/blog/adoption-of-water-innovation/

[2] Chinese Academy of Science. Water science and technology in China: a roadmap to 2050. s.l.: Science Press Beijing. Springer. 2012.

[3] Statista. China capacity of industrial wastewater treatment facilities by region. [Online] 2016. http://www.statista.com/statistics/282574/china-capacity-of-industrial-waste-water-treatment-facilities-by-region/

[4] Flanders Investment & Trade Beijing. Paheerya Yushan. The water treatment industry in China. 2014.

[5] Saaty, T.L. (1997) Toma de Decisiones Para Líderes. El Proceso Jerárquico Analítico. La Toma de Decisiones en un Mundo Complejo, RWS Publications, USA.

[6] Saaty, T.L. (1998) Método Analítico Jerárquico [AHP]: Principios Básicos. En Evaluación y Decisión Multicriterio, Reflexiones y Experiencias, Editorial Universidad de Santiago, Santiago.

[7] Saaty, T.L. (1983) Expert Choice, Extracted from link http://expertchoice.com/ (December 10th 2012).

[8] Saaty, T.L. (2008) Relative Measurement and Its Generalization in Decision Making. Why Pair- wise Comparisons are Central in Mathematics for the Measurement of Intangible Factors. The Analytic Hierarchy/Network Process, Revista de la Real Academia de Ciencias Serie A: Matemáticas 102 (2) 251-318.

[9] Macuada, C., Alarcón, R., & Oddershede, A. (2015). Multi-criteria assessment to automate water treatment plants using the Analytical Hierarchy Process. J. Global Business Advancement, Vol. 8, No. 2, pp. 236–246.

[10] Karimi, A., Mehrdadi, N., Hashemian, S., Nabi Bidhendi, G., & Tavakkoli Moghaddam, R. (2011). Selection of wastewater treatment process based on the analytical hierarchy process and fuzzy analytical hierarchy process methods. International Journal of Environment Science and Technology, Vol. 8, No. 2, pp.267-280.

[11] Pérez, A., Oddershede, A. and Mena, M. (2010) 'Wastewater treatment system selection using the analytical hierarchy process', The Operations Research Society Annual Conference OR52, Egham, London, UK.

[12] Anagnostopoulos, K., Gratziou, M. and Vavatsikos, A. (2005). Evaluation of wastewater facilities scenarios with the use of the AHP multicriteria method. 9th International Conference on Environmental Science and Technology, Rhodes Island, Greece.

[13] Nakhaei, M. & Taheriyoun, M. (2012). Evaluation of Wastewater Treatment Technologies Applying Fuzzy Analytic Hierarchy Process and Gray Relational Analysis. International Conference on Chemical, Civil and Environment engineering (ICCEE'2012), Dubai, UAE.

[14] Delgado-Galván, X.; Pérez-García, R.; Izquierdo, J.; Mora-Rodríguez J. (2010) Analytic Hierarchy Process for Assessing Externalities in Water Leakage Management. Mathematical and Computer Modelling. 52 (2010) 1194-1202.

Un enfoque basado en intervalos para la optimización evolutiva multi-criterio en cartera de proyectos

Fausto Balderas
División de Estudios de
Postgrado e Investigación
Tecnológico Nacional de México
Instituto Tecnológico de Tijuana
Baja California, México
Email: fausto.balderas@itcm.edu.mx

Eduardo Fernandez
Facultad de Ingeniería Civil
Universidad Autónoma de Sinaloa
Sinaloa, México
Email: eddyf171051@gmail.com

Claudia Gomez
División de Estudios de
Postgrado e Investigación
Tecnológico Nacional de México
Instituto Tecnológico de Ciudad Madero
Email: cggs71@hotmail.com

Laura Cruz-Reyes
División de Estudios de
Postgrado e Investigación
Tecnológico Nacional de México
Instituto Tecnológico de Ciudad Madero
Email: cruzreyeslaura@gmail.com

Nelson Rangel-Valdez
Catedrático CONACYT,
Postgrado e Investigación
Tecnológico Nacional de México
Instituto Tecnológico de Ciudad Madero
Email: nrangelva@conacyt.mx

***Abstract*—Muchas organizaciones enfrentan el problema de seleccionar una cartera de proyectos; este problema puede ser modelado como un problema de optimización multi-objetivo (Multi-Objective Problem, MOP). Dicho problema de decisión se resuelve seleccionando un subconjunto de proyectos que, en medida de lo posible, cumpla con los objetivos organizacionales mediante una correcta distribución de recursos. Los tomadores de decisión (Decision Maker, DM) junto con el analista de la decisión son responsables de asignar los requerimientos y beneficios a cada proyecto, así como de seleccionar la mejor cartera posible de acuerdo a sus preferencias. Los algoritmos evolutivos multi-objetivos han sido ampliamente usados para resolver MOP, ya que pueden generar un conjunto factible de soluciones en una sola corrida. Sin embargo, encontrar el óptimo de Pareto no resuelve completamente el problema. Recientes estudios muestran las ventajas de dirigir la búsqueda hacia una región de interés (Region of Interest, ROI), la zona privilegiada de la frontera de Pareto de acuerdo con las preferencias del DM, en lugar de encontrar todo el frente. Algunas dificultades que pueden aparecer al momento de resolver el problema de selección de proyectos son: a) complejidad exponencial del problema de optimización; b) presencia de muchos objetivos que deben ser tomados en consideración; c) falta de información acerca de la contribución exacta de los proyectos a la cartera; d) conocimiento impreciso de los requerimientos o recursos necesarios para completar los proyectos. Los puntos c y d frecuentemente no pueden ser modelados usando distribuciones probabilísticas. Los trabajos que preceden a este trabajo son los de Fernandez et al (2011 y 2013). Ellos incorporan un modelo de outranking en un algoritmo evolutivo multi-objetivo, permitiendo encontrar una buena aproximación a la ROI. Sin embargo, en el contexto del presente trabajo, la propuesta de Fernandez 2013 se ve limitada por no considerar el conocimiento impreciso en la contribución de proyectos a la cartera, en los recursos necesarios, o en los parámetros empleados en el modelo de outranking. La contribución de este trabajo tiene un impacto en los métodos multi-criterio existentes que resuelven el problema de selección de una cartera de proyectos bajo condiciones de incertidumbre e imprecisión. La información imprecisa es modelada usando matemática de intervalos que expresan el conocimiento impreciso. Los intervalos fueron usados para modelar la incertidumbre y la imprecisión en los parámetros del modelo de preferencias del DM, así como en la contribución de los proyectos y en la estimación de los recursos necesarios. Fue necesario extender los conceptos de dominancia y outranking al enfoque de intervalos. Para resolver el problema de estudio se desarrolló Interval Non-Outranked Sorting Genetic Algorithm (I-NOSGA). Este algoritmo incorporar a priori las preferencias del DM mediante un enfoque de outranking inspirado en Fernandez 2011, pero usando matemtica de intervalos. El algoritmo I-NOSGA tiene el objetivo de identificar las cartera non-outranked, es decir: i) aquellas que satisfacen las restricciones organizacionales; ii) no existe otra cartera que sea preferida a ellas, esto se logra aplicando el concepto de non-outranking en lugar del concepto tradicional de no-dominancia durante la búsqueda evolutiva. I-NOSGA incorpora: a) un algoritmo evolutivo adaptado a intervalos; b) un sistema de preferencias que usa pesos, umbrales de indiferencia y veto en forma de intervalos para dirigir la búsqueda del algoritmo hacia la ROI. Adems, de manera similar a Fliedner y Liesi 2016 y Bersimas y Sim 2004, adoptamos un enfoque de optimización robusta que refleja las preferencias del DM de acuerdo a su nivel de conservadurismo. Finalmente, para analizar la robustez respecto a la imprecisin en los recursos organizacionales se propuso una experimentacin que considera distintos niveles de conservadurismo por parte del DM y que toma en cuenta la imprecisin en los parmetros del modelo de outranking. Para validar las soluciones, se diseó un experimento que compara nuestra propuesta contra soluciones que reflejan un alto nivel de conservadurismo. Los resultados experimentales dan evidencia de la calidad y la robustez de nuestras soluciones. Las**

principales contribuciones de esta investigación se encuentran en : i) La generalizacin del problema de optimización de cartera de proyectos a un ambiente de incertidumbre modelado con intervalos. ii) Extensión del procedimiento de Fernandez 2010, a un ambiente de intervalos. iii) Una forma de manejar diferentes actitudes del DM frente a la incertidumbre usando umbrales de posibilidad. iv) La creación de un procedimiento evolutivo basado en intervalos. v) Una extensión del enfoque de outranking al marco de los intervalos para reflejar las preferencias del DM tomando en cuenta la incertidumbre.

ACKNOWLEDGMENT

Este proyecto ha sido parcialmente apoyado por los siguientes proyectos CONACyT : a) Fronteras de la Ciencias Project 1340; b) Consolidation National Lab Project 280712; c) Projects [236154, 269890]; d) Project 280081 Red Temática para el apoyo a la Decisión y Optimizacin Inteligente de Sistemas Complejos y de Gran Escala (OPTISAD) Universidad Autónoma de Nuevo León; and, e) Project 3058 from the program Cátedras CONACyT.

Improving SVM-classification with Functional Data

Rafael Blanquero*, Emilio Carrizosa* Asunción Jiménez-Cordero* and Belén Martín-Barragán†
*Departamento de Estadística e Investigación Operativa and
Instituto de Matemáticas de la Universidad de Sevilla (IMUS),
University of Seville, Spain
Email: {rblanquero, ecarrizosa, asuncionjc}@us.es
†Business School, University of Edinburgh, UK
Email: belen.martin@ed.ac.uk

***Abstract*—Functional Data Analysis (FDA) is devoted to the study of data which are functions and Support Vector Machines (SVM) is a benchmark tool for classification, in particular of functional data. SVM is frequently used with a gaussian kernel, which has a bandwidth, usually considered as a scalar value. With the aim of preserving the advantages of the scalar bandwidth and, at the same time, exploiting the functional nature of the data, in this talk we propose a new functional kernel that is able to weight different ranges of the functional data according to their classification ability. Furthermore, the selection of a subset of variables, e.g. time instants, which contain the most relevant information of the data in order to obtain a good classification is also described.**
Tuning the functional parameters that the new kernel involves is a challenging task that we express as a continuous optimization problem, solved by means of a heuristic.
Our experiments with synthetic and benchmark real data sets show the advantages of using functional parameters and the effectiveness of our approach.

***Keywords*: Functional classification, Functional Data Analysis, Support Vector Machines, Functional Bandwidth, kernel, variable selection.**

I. Introduction

Functional Data Analysis (FDA) has received considerable attention of researches, [13], [19], [20] and practitioners, since there exists a wide range of real-world contexts where it is proven to be advantageous to treat the data as a set of curves belonging to an infinite dimensional space instead of standard vectors in $\mathbb{R}^d$. Typical examples are applications related to spectrometry, meteorology, [15], speech recognition, [21], or physical, [16], [25], and chemical processes, [3], [4].
A challenging problem in FDA is functional data classification, i.e. how to classify the functional data into two predefined classes with the information provided by a training sample [2], [12], [13], [18]. In this work, we improve the application of Support Vector Machines (SVM), [7]–[9], [15], [16], [21] to functional data classification. In particular we define a functional bandwidth which is associated to a functional kernel exploiting the functional nature of the data.
The idea of taking advantage of the functional nature of the data by adapting the classical kernels to functional kernels has been addressed in the literature. However, usually, a scalar bandwidth in the functional kernels is considered and optimized by a standard grid search.
On contrast, our proposal assumes a functional bandwidth that allows to assign different weights to different values of the dominium of the function. Moreover, to tune the functional parameters we use as a surrogate of the number of misclassified data, the correlation between the actual class and the SVM score. See also [1], [17], [24]. This yields a continuous optimization problem, allowing us to use gradient methods, known to be more efficient than the optimization methods available for piecewise constant functions such as the misclassification rate. Finally, the proposed method is enhanced by defining a hierarchy of kernel bandwidths models of increasing complexity, inspired on the nested model previously proposed for Multiple Kernel Learning [6]. The use of this hierarchy will provide wide flexibility, since it makes it efficient to work with complex parameterizations of the functional bandwidth.

II. A new kernel proposal

In this section we formulate the SVM problem in the context of functional data.
We have a sample s of individuals; each observation $i \in s$ has associated a pair (X_i, Y_i), where each $X_i : [0,T] \to \mathbb{R}$ belongs to the set $\mathcal{X}$ of Riemann integrable functions in the time interval $[0,T]$. Furthermore, $Y_i \in \{-1,+1\}$ denotes the class label for the observation i. Our goal is to find a classification rule which allows us to infer the class Y of a new functional observation $X \in \mathcal{X}$.
The well-known technique SVM considers a kernel $K : \mathcal{X} \times \mathcal{X} \to \mathbb{R}$, [9], [21], [22], and builds, from a sample s, nonlinear classifiers by means of a score $\hat{Y}(X)$ of the form:

$$\hat{Y}(X) = \sum_{i \in s} \alpha_i Y_i K(X, X_i), \quad X \in \mathcal{X}, \tag{1}$$

yielding the following classification rule: a functional observation $X \in \mathcal{X}$ is assigned to class $+1$ if and only if $\hat{Y}(X) > \beta$, where β is a given threshold value. Here $\alpha_i, i \in s$ are obtained as the optimal solution of the following optimization problem:

$$\begin{cases} \max\limits_{\alpha} & \sum\limits_{i \in s} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum\limits_{i,j \in s} \alpha_i \alpha_j Y_i Y_j K(X_i, X_j) \\ \text{s.t.} & \sum\limits_{i \in s} \alpha_i Y_i = 0 \\ & \alpha_i \in [0, C],\ i \in s, \end{cases} \tag{2}$$

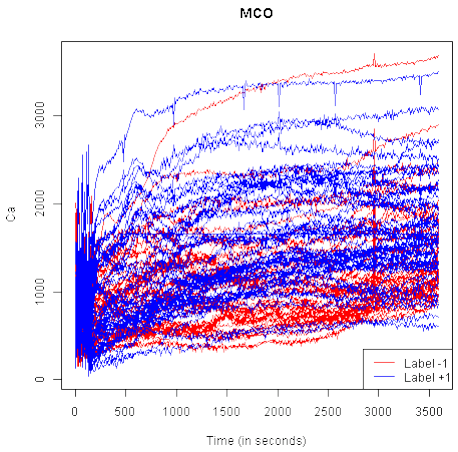


Figure 1: Mitochondrial calcium data set.

for a scalar regularization parameter C.
The usual expression for the Gaussian kernel for data in $\mathbb{R}^d$ can be generalised to a Gaussian kernel for functional data as is done in [14], [26], for instance. Nevertheless, they all assume that the associated bandwidth is still a scalar value. In our proposal we extend the fixed scalar bandwidth parameter ω in an RBF kernel to a functional bandwidth, $\omega(t)$, that varies along the range of the functional data, (3):

$$K(X_i, X_j) = \exp\left(-\int_0^T (X_i(t) - X_j(t))^2 \omega(t) dt\right) \qquad (3)$$

It is worth mentioning that the simplest extension from the kernel with vector data to the kernel with functional data (3) would be to see $\omega(t)$ as a constant function. Nevertheless, the main contribution of this work is to consider such bandwidth as a function which may adapt to the structure and shape of the data, and may lead to better insight and classification rates.

III. An illustrative example

As an illustration, let us study the Mitochondrial calcium data set, [11] and Online Companion of [6], in which the levels of Mitochondrial calcium have been measured along the time in the cardiac cells of two groups of mice, control (label -1) and treatment (label +1), with 45 and 44 cells, respectively. Our objective is to discriminate between both groups. Figure 1 depicts the 45 curves in the interval [0, 3590] corresponding to the control group, in red, and the 44 curves corresponding to the treatment group, in blue, with data measured every 10 seconds.

Although the problem is, by nature, a Functional Data classification problem, it may be considered as a classic classification problem with 45+44 records in $\mathbb{R}^d$, $d = 360$ (the number of time instants at which the Mitochondrial calcium has been actually measured), and apply the classic SVM for some scalar bandwidth to be tuned. Observe that this model

Table I: Confusion matrix with ω as in (4)

	Label -1	Label 1
Label -1	37.55%	10.96%
Label 1	12.09%	35.61%

Table II: Confusion matrix with ω as in (5)

	Label -1	Label 1
Label -1	42.58%	7.56%
Label 1	7.23%	42.95%

is the same than model (3) with

$$\omega(t) = \omega, \quad \forall t \in [0, T] \quad \text{with } T = 3590 \qquad (4)$$

and the integral evaluated numerically in the grid of time instants where the calcium level is measured. Using a constant $\omega(t)$ as in (4) leads to the confusion matrix shown in Table I. Now, let us consider the very same RBF model with a functional bandwidth $\omega(t)$ of the form

$$\omega(t) = \begin{cases} \omega_1, & \text{if } 0 \le t \le \tau_1 \\ \omega_2, & \text{if } \tau_1 < t \le 3590 \end{cases} \qquad (5)$$

where $\omega_1, \omega_2, \tau_1$ are parameters to be tuned using the techniques described in this talk. In other words, with the bandwidth in (5) we separate into two pieces the dominium $[0, T]$ giving different weights to each area. The SVM classifier obtained this way leads to the confusion matrix in Table II.

Comparing Tables I and II we can see that the traditional SVM yields a misclassification rate of 23.06%, whilst our SVM with the very same RBF kernel but using a functional parameter of the form (5) yields a misclassification rate of 14.79% instead.
The illustrative example demonstrates that even a simple functional bandwidth may yield dramatic improvements in accuracy, since the functional bandwidth parameter $\omega(t)$ allows more flexibility.

IV. Tuning of functional parameters and numerical experiments

The use of functional parameters in the kernel may lead to awesome improvements in the accuracy, as demonstrated in the illustrative example The price to pay to obtain such gains in the accuracy is the fact that tuning the functional parameters calls for using more sophisticated optimization procedures.
Observe that, apart from the bandwidth $\omega(t)$, the regularization parameter C in the optimization problem (2) also needs to be tuned, as usual in the SVM methodology.
The problem of finding the best function $\omega(t)$, in (3), is not tractable as a rule, so we restrict our attention to certain classes of functions parameterized by a vector θ belonging to some set Θ, i.e. ω is expressed as $\omega(t, \theta)$, and the choice of the function ω is equivalent to choosing the parameters θ.

In principle, in order to find the optimal values of the parameters, C and θ, a strategy based on a grid search could be applied. However, this approach may become too time consuming, and thus a more sophisticated heuristic is proposed in these lines. In the case of the parameter C, we propose to follow the standard grid approach. Nevertheless, when seeking the parameters θ and α we propose to solve a bilevel problem where some measure of the quality of θ is maximized for the α that provides the SVM classifier.

Here, we also propose an optimization improvement by defining a nested sequence of kernels of increasing complexity, in which the solution obtained in the simple model can be used as starting solution in the following more complex case.

To test our approach, some numerical experiments on some benchmark real and synthetic datasets have been run.

V. Conclusion

In this talk we have shown how SVM for functional data can be easily improved if a functional bandwidth, to be tuned via a nested heuristic, is used. By using very simple functional parameters, together with our tuning procedure, we obtained lower misclassification rates than with the scalar parameter in all the tested data sets.

The difficulties associated to the tuning of more complex structures are mitigated by the use of a heuristic that exploits the nested structure of the functional parameter, by using the (suboptimal) solution of one level as an initial solution for the next level. Our tuning procedure takes advantage of the functional nature of the data by expressing the tuning problem as a bilevel optimization problem in continuous variables.

The functional data here considered are univariate functions. The case of multivariate functional data can also be addressed with our proposal, after a modification of the kernel function.

The standard hinge loss function has been used in the SVM. Our approach might also be adapted to other loss functions, such as the so-called ramp loss, [5], by replacing (2) by the corresponding SVM problem. The same happens if the SVM in (2) is replaced by some related methods such as the least-squares SVM, e.g. [10].

We have limited ourselves to classification problems. If, instead, functional regression is pursued, [23], our methodology can be easily adapted to this context, replacing SVM by Support Vector Regression. This research line is under investigation.

Acknowledgment

Research partially supported by research grants MTM2015-65915-R (Ministerio de Ciencia e Innovación, Spain), P11-FQM-7603, FQM329 (Junta de Andalucía, Spain), FPU (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte), all with EU ERDF funds, as well as FBBVA-COSECLA. This support is gratefully acknowledged.

References

[1] José R Berrendero, Antonio Cuevas, and José L Torrecilla. Variable selection in functional data classification: a maxima-hunting proposal. *arXiv preprint arXiv:1309.6697v3*, 2015.

[2] Gérard Biau, Florentina Bunea, and Marten H Wegkamp. Functional classification in Hilbert spaces. *IEEE Transactions on Information Theory*, 51(6):2163–2172, 2005.

[3] Rafael Blanquero, Emilio Carrizosa, Oana Chis, Noemí Esteban, Asunción Jiménez-Cordero, José Francisco Rodríguez, and M. Remedios Sillero-Denamiel. On extreme concentrations in chemical reaction networks with incomplete measurements. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 55:11417– 11430, 2016.

[4] Rafael Blanquero, Emilio Carrizosa, Asunción Jiménez-Cordero, and José Francisco Rodríguez. A global optimization method for model selection in chemical reactions networks. *Computers & Chemical Engineering*, 93:52– 62, 2016.

[5] J Paul Brooks. Support vector machines with the ramp loss and the hard margin loss. *Operations Research*, 59(2):467–479, 2011.

[6] Emilio Carrizosa, Belén Martín-Barragán, and Dolores Romero Morales. A nested heuristic for parameter tuning in support vector machines. *Computers & Operations Research*, 43:328–334, 2014.

[7] Emilio Carrizosa and Dolores Romero Morales. Supervised classification and mathematical optimization. *Computers & Operations Research*, 40(1):150–165, 2013.

[8] Corinna Cortes and Vladimir Vapnik. Support-vector networks. *Machine Learning*, 20(3):273–297, 1995.

[9] Nello Cristianini and John Shawe-Taylor. *An introduction to support vector machines and other kernel-based learning methods*. Cambridge University Press, 2000.

[10] Raul Cruz-Cano, David SH Chew, Kwok-Pui Choi, and Ming-Ying Leung. Least-squares support vector machine approach to viral replication origin prediction. *INFORMS Journal on Computing*, 22(3):457–470, 2010.

[11] Antonio Cuevas, Manuel Febrero, and Ricardo Fraiman. On the use of the bootstrap for estimating functions with functional data. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(2):1063–1074, 2006.

[12] Antonio Cuevas, Manuel Febrero, and Ricardo Fraiman. Robust estimation and classification for functional data via projection-based depth notions. *Computational Statistics*, 22(3):481–496, 2007.

[13] Frédéric Ferraty and Philippe Vieu. *Nonparametric functional data analysis: theory and practice*. Springer Science & Business Media, 2006.

[14] Hachem Kadri, Emmanuel Duflos, Philippe Preux, Stéphane Canu, and Manuel Davy. Nonlinear functional regression: a functional rkhs approach. In *International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*, pages 374–380, 2010.

[15] Belen Martin-Barragan, Rosa Lillo, and Juan Romo. Interpretable support vector machines for functional data. *European Journal of Operational Research*, 232(1):146–155, 2014.

[16] Alberto Muñoz and Javier González. Representing functional data using support vector machines. *Pattern Recognition Letters*, 31(6):511–516, 2010.

[17] José Luis Torrecilla Noguerales. *On the Theory and Practice of Variable Selection for Functional Data*. PhD thesis, Universidad Autónoma de Madrid, 2015.

[18] Cristian Preda, Gilbert Saporta, and Caroline Lévéder. PLS classification of functional data. *Computational Statistics*, 22(2):223–235, 2007.

[19] James O Ramsay and Bernard W Silverman. *Applied functional data analysis: methods and case studies*, volume 77. Springer-Verlag, 2002.

[20] James O Ramsay and Bernard W Silverman. *Functional data analysis*. Springer Series in Statistics. Springer-Verlag, 2006.

[21] Fabrice Rossi and Nathalie Villa. Support vector machine for functional data classification. *Neurocomputing*, 69(7):730–742, 2006.

[22] Fabrice Rossi and Nathalie Villa. Recent advances in the use of svm for functional data classification. In *Functional and operatorial statistics*, pages 273–280. Physica-Verlag HD, 2008.

[23] Ashish Sood, Gareth M James, and Gerard J Tellis. Functional regression: A new model for predicting market penetration of new products. *Marketing Science*, 28(1):36–51, 2009.

[24] Gábor J Székely, Maria L Rizzo, Nail K Bakirov, et al. Measuring and testing dependence by correlation of distances. *The Annals of Statistics*, 35(6):2769–2794, 2007.

[25] Read D Tuddenham and Margaret M Snyder. Physical growth of california boys and girls from birth to eighteen years. *Publications in child development. University of California, Berkeley*, 1(2):183, 1954.

[26] Huangang Wang and Ma Yao. Fault detection of batch processes based on multivariate functional kernel principal component analysis. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 149:78–89, 2015.

Bibliometrics in operations research and management science: A university analysis

Sigifredo Laengle and José M. Merigó
Dep. Management Control and Information Systems, University of Chile, Santiago, Chile
Email: {slaengle, jmerigo}@fen.uchile.cl

Nikunja Mohan Modak
Palpara Vidyamandir
Chakdaha, West Bengal, India
Email: nikunja.modak@gmail.com

Jian-Bo Yang
Alliance Manchester Business School, University of Manchester, Manchester, UK
Email: jian-bo.yang@manchester.ac.uk

I. Extended Abstract

Many universities around the World have made important contributions in the field of Operations Research and Management Science. This article presents the most productive and influential universities between 1991 and 2015. For doing so, we use the Web of Science database in order to search for the information which is usually regarded as the most relevant for scientific research. The results show the country of origin of the leading universities being mainly from North America and Asia and especially from USA and China. The Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) of France is the most productive university while the Massachusetts Institute of Technology (MIT) of USA is the most influential one. The temporal evolution shows that USA is trailing its dominancy while China progressing quickly. The evaluation also reveals that Asian universities outperform North American universities during the last five years.

Keywords: Operations Research and Management Science; Bibliometrics; Web of Science; University analysis.

II. Methods

To prepare the bibliometric analysis about performance of universities on OR-MS this study collects data from the Web of Science (WoS) Core Collection. The WoS database includes more than 15,000 journals and 50,000,000 papers classified in 251 subject categories and 151 subject areas. Clarivate Analytics now maintains this database. The study considers a time period of twenty-five years between 1991 and 2015. During this time interval our search depicts 127.840 research papers in this field. The search process has been developed between August and November 2016.

The work also considers a wide range of bibliometric indicators in order to provide a complete representation of the bibliographic information including the total number of papers, citations, citations per paper, the *h*-index [1-2], and some other related indicators regarding the number of articles that overcome a citation threshold [3]. Total number of paper publications provides information about productivity of the universities while citations and citations per paper help to measure quality of research works of the universities [3-4].

H-index measures both the quality and the quantity of publications simultaneously [1]. If a university has an *h*-index of *n*, it means that it has *n* papers that have received *n* citations or more. H-index is the most popular and accepted indicator to evaluate performance of an institution or a journal [5].

III. Results

A lot of universities around the world are strongly involved in production and operations management research. In order to identify the leading ones, let us look into the results obtained between 1991 and 2015 according to some well-known bibliometric indicators. Table 1 presents the 40 most productive institutions in this field. Additionally, some other indicators are presented in order to obtain a more general perspective of each of the 40 universities. The ranking is according to the number of publications and in the case of a tie, according to the number of citations.

The CNRS France is the most productive university in Operations Research and Management Science followed by the Hong Kong Polytechnic University of China and University of Montreal of Canada. Fifteen universities of USA appear in the Top 40. Asia has eleven while Europe only has two universities in the Top 40 ranking.

Next, let us look into the evolution throughout time of the leading universities. For doing so, we consider periods of five years between 1991 and 2015 in order to see the leaders in the nineties and during the last years. Figure 1 depicts temporal analysis of leading countries in Top 50 universities. USA, China, Taiwan, Canada, France, Netherlands and Singapore are worth noting countries of university research in OR-MS.

USA is showing dominancy in OR-MS research from 1991 to 2010. During the last five years China shows great improvement and is now giving tough competition to USA. Figure 1 is clearly showing that USA universities are losing their dominancy in Top 50 with the progress of years. On the other hand, number of Chinese universities increasing in the Top 50 productive universities with the progress of years.

Support from the Chilean Government through the Fondecyt Regular program (project number 1160286) is gratefully acknowledged.

Table 1: 40 most productive and influential universities in OR-MS

R	University	Country	TP	TC	H	TC/TP	>100	>50	>10
1	CNRS France	FRA	1774	20390	57	11.49	17	63	507
2	Hong Kong Polytechnic U	CHN	1492	25250	64	16.92	24	107	647
3	U Montreal	CAN	1466	35673	82	24.33	63	181	683
4	Georgia Institute of Technology	USA	1408	31033	77	22.04	52	149	648
5	Massachusetts Institute of Tech.	USA	1316	38717	88	29.42	78	196	657
6	National U Singapore	SGP	1241	22410	62	18.06	25	89	534
7	Indian Institute of Tech.	IND	1080	14246	52	13.19	15	53	369
8	City U Hong Kong	CHN	1024	15371	57	15.01	15	68	399
9	U Michigan	USA	999	19056	61	19.08	31	91	427
10	U Florida	USA	907	16520	58	18.21	23	70	363
11	Eindhoven U Tech.	NET	903	13781	52	15.26	17	53	340
12	U California Berkeley	USA	900	22849	65	25.39	29	102	449
13	Purdue U	USA	892	17848	62	20.01	24	76	378
14	Penn State U	USA	877	13581	52	15.49	17	55	346
15	Chinese Academy of Sciences	CHN	848	11709	50	13.81	8	47	268
16	National Chiao Tung U	TWN	835	12984	47	15.55	17	39	316
17	U Texas Austin	USA	833	20446	64	24.55	28	102	413
18	National Cheng Kung U	TWN	821	10709	44	13.04	7	33	305
19	Korea Advanced Institute of Science Tech.	S. K	813	12669	50	15.58	15	49	323
20	Tsinghua U	CHN	808	8565	42	10.60	5	33	205
21	Arizona State U	USA	804	17720	59	22.04	28	75	369
22	Rutgers State U	USA	801	17785	60	22.20	27	76	351
23	U Maryland College Park	USA	798	20563	62	25.77	32	85	375
24	Carnegie Mellon U	USA	793	22471	74	28.34	42	108	379
25	Hong Kong U Science Tech.	CHN	780	16568	64	21.24	27	90	374
26	Columbia U	USA	766	23844	77	31.13	53	135	417
27	US Department of Defense	USA	749	8596	42	11.48	9	32	203
28	Virginia Polytechnic Institute State U	USA	742	12049	50	16.24	13	50	297
29	U Toronto	CAN	740	12308	52	16.63	11	52	320
30	Nanyang Technological U	SGP	731	11692	50	15.99	16	49	274
31	Erasmus U Rotterdam	NET	699	15654	58	22.39	25	71	319
32	Texas A M U College Station	USA	698	11601	52	16.62	13	53	286
33	Stanford U	USA	697	20665	67	29.65	38	103	339
34	KU Leuven	BEL	687	13541	52	19.71	21	56	296
35	Northwestern U	USA	686	19633	66	28.62	39	88	327
36	Universite Paris Saclay Comue	FRA	681	8112	42	11.91	9	31	207
37	Shanghai Jiao Tong U	CHN	681	6587	36	9.67	4	21	182
38	Technion Israel Institute of Tech.	ISR	675	12871	52	19.07	18	55	254
39	U Illinois Urbana Champaign	USA	673	13259	54	19.70	18	62	287
40	National Taiwan U Science Tech.	TWN	648	10146	47	15.66	10	41	283

Abbreviations: TP and TC = Total publications and citations; H-index; TC/TP = Cites per paper; >100, >50, >10 = Number of papers with more than 100, 50 and 10 citations.

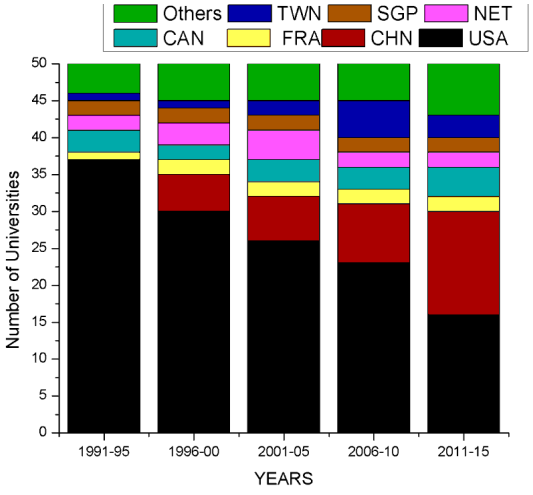


Figure 1: Country based temporal analysis of universities in Top 50 positions

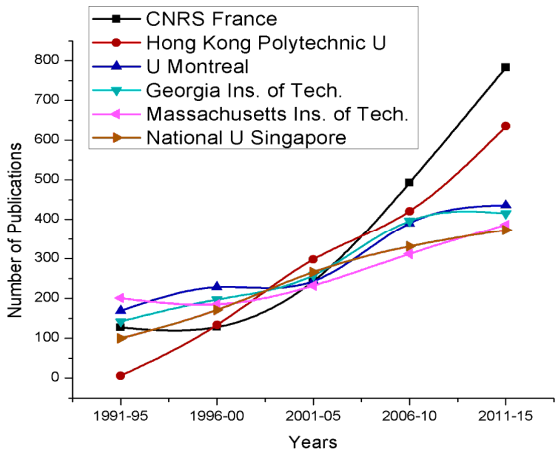


Figure 2: Temporal analysis of top six productive universities

Figure 2 presents temporal analysis of six universities having more than 1200 publications. CNRS France and Hong Kong Polytechnic University show huge improvement during 2006 to 2015. Although MIT is showing improvement with the time progress but rate of progress is not as good as CNRS France, Hong Kong Polytechnic University, University of Montreal and Georgia Institute of Technology.

IV. Conclusions

This study has presented a general overview of the most productive and influential universities between 1991 and 2015 in OR-MS. We collect information regarding this study from WoS Core Collection database. This work reveals following insights. Firstly, number of publication in OR-MS increases significantly during the last decade. Secondly, the CNRS of France is the most productive institution while the MIT of USA is the most influential one. Thirdly, origins of the leading universities are mainly from North America and Asia and especially from USA and China. Fourthly, the temporal evolution shows that USA is trailing its dominancy while China progressing quickly. The evaluation also reveals that Asian universities outperform North American universities during the last five years.

References

[1] J.E. Hirsch, "An index to quantify an individual's scientific research output", Proc. Nat. Acad. Sci. USA, vol. 102, pp. 16569–16572, 2005.

[2] J. Mingers, "Measuring the research contribution of management academics using the Hirsch-index", J. Oper. Res. Soc., vol. 60, pp. 1143–1153, 2009.

[3] S. Laengle, J.M. Merigó, J. Miranda, R. Slowinski, I. Bomze, E. Borgonovo, R.G. Dyson, J.F. Oliveira, and R. Teunter, "Forty years of the European Journal of Operational Research: A bibliometric overview", Eur. J. Oper. Res., vol. 262, pp. 803–816, 2017.

[4] J.M. Merigó, A.M. Gil-Lafuente, and R.R. Yager, "An overview of fuzzy research with bibliometric indicators", Appl. Soft Comput., vol. 27, pp. 420–433, 2015.

[5] J.M. Merigó, and J.B. Yang, "A bibliometric analysis of operations research and management science", Omega – Int. J. Manag. Sci., in press, 2017, http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2016.12.004.

Session MC4
Integer Optimization Models for Transportation

- *Problema de Ruteo Vehículos con Ventanas de Tiempo, Múltiples Entregadores y Demanda Estocástica*; De La Vega, Jonathan; Ordóñez, Fernando; Munari, Pedro; Morabito, Reinaldo.
- *The Pickup and Delivery Problems with Time Windows: A survey of models and algorithms*; Gil, Cristiam; Cortés, Cristián; Rey, Pablo A.
- *Modelos de asignacion y programacion de viajes a buses y tripulaciones de una empresa de transporte interurbana*; Veloso Poblete, Matias; Varas Lillo, Alex; Gatica, Gustavo; Palominos, Pedro; Quezada, Luis.
- *Optimización de la flota de camiones para el suministro de explosivos para tronaduras en la minería*; Perez, Juan; Maldonado, Sebastian; Gonzalez Ramírez, Rosa G.; Lavarello, Romina.

Problema de Ruteo Vehículos con Ventanas de Tiempo, Múltiples Entregadores y Demanda Estocástica

1st Jonathan De La Vega
Dept. de Engenharia de Produção
Universidade Federal de São Carlos
São Carlos, Brasil
jdlvmartinez@gmail.com

2nd Fernando Ordóñez
Dept. de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile
Santiago, Chile
fordon@dii.uchile.cl

3rd Pedro Munari
Dept. de Engenharia de Produção
Universidade Federal de São Carlos
São Carlos, Brasil
munari@dep.ufscar.br

4th Reinaldo Morabito
Dept. de Engenharia de Produção
Universidade Federal de São Carlos
São Carlos, Brasil
morabito@dep.ufscar.br

***Resumen*—En este trabajo se estudia el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo, múltiples entregadores y demanda estocástica. El enfoque de programación estocástica dos etapas con recurso es usado para contemplar la aleatoriedad de la demanda. En la primera etapa es definido un conjunto de rutas. Después de que la realización de la demanda se torne conocida, las rutas definidas en la primera etapa se pueden tornar infactibles, en los casos en que la realización de la demanda de algún cliente de una dada ruta no pueda ser atendida. En esos casos, se dice que la ruta falló y decisiones de recurso son necesarias. Estas decisiones de recurso son definidas en la segunda etapa y ellas corresponden a retornar al depósito a partir del cliente donde hubo la falla, cargar/descargar el vehículo y continuar con la ruta pré-establecida. La variante estocástica del problema es representada matemáticamente a través de un programa lineal entero mixto, la cual es una extensión de la formulación determinista del problema propuesta en trabajos previos.**

***Palabras Claves*—Ruteo de Vehículos con Múltiples Entregadores, Ruteo de Vehículos Estocástico, Programación Estocástica dos Etapas con Recurso.**

I. Introducción

En este trabajo se estudia el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y múltiples entregadores (PRVVTME). Este problema surge en diferentes aplicaciones de recolección o entrega de productos en contextos logísticos, donde los tiempos de servicio en los locales de los clientes son largos en comparación con los tiempos de viaje, y dependen del número de entregadores en la cabina del vehículo. Esta variante es relevante en los casos en que los clientes deben ser atendidos en zonas urbanas congestionadas el mismo día, y no servirlos dentro de sus ventanas de tiempo es altamente indeseable [1]–[3]. En este contexto, el PRVVTME permite asignar a cada ruta un número de entregadores, con el fin de reducir los tiempos de servicio y minimizar los costos.

En ambientes prácticos, un aspecto importante a considerar, es la incertidumbre de algunos parámetros del problema. La demanda puede ser considerada estocástica en situaciones en que ella es únicamente conocida cuando el vehículo llega en el local del cliente [4]–[6]. Ignorar la incertidumbre en la demanda de los clientes, puede conducir a soluciones ineficientes y/o no implementables en la práctica. En una situación de entrega; si la carga de un vehículo que sale del depósito no es suficiente para satisfacer la demanda total de la ruta, algunos clientes ya no son servidos o son atendidos por algún servicio adicional, por ejemplo, utilizando otro vehículo o volviendo y recargando el vehículo en el depósito. Ignorar la incertidumbre en la demanda del cliente, puede conducir a algunas de las situaciones mencionadas anteriormente, lo que a su vez, puede generar costos adicionales y el deterioro del nivel de servicio de los clientes. En este contexto, es relevante el uso de estrategias que aborden adecuadamente las incertidumbres inherentes a la demanda del cliente.

Programación Estocástica (PE) y Optimización Robusta (OR) son los métodos más utilizados en la literatura de programación matemática para tratar los parámetros inciertos en problemas de ruteo de vehículos [7], [8]. Así, el presente trabajo tiene como principal objetivo estudiar el PRVVTME con demanda estocástica, originando el PRVVTME estocástico. El enfoque de PE estocástica dos etapas con recurso es usado para lidiar con la aleatoriedad de la demanda. En la primera etapa es definido un conjunto de rutas sin tener información sobre la demanda. Dependiendo de la realización de la demanda de los clientes, las rutas definidas en la primera etapa se pueden tornar infactibles, pues es posible que la demanda de algún cliente en una dada ruta no pueda ser atendida. En esos casos, se dice que la ruta falló y decisiones de recurso son necesarias. Estas decisiones de recurso son definidas en la segunda etapa y ellas corresponden a retornar al depósito a partir del cliente donde hubo la falla, recargar/descargar el vehículo y continuar con la ruta pré-establecida. En presencia de ventanas de tiempo, los tiempos gastados por los viajes al depósito pueden ocasionar la violación de las ventanas de tiempo de algunos clientes. El recurso usado para esa situación es atender el cliente a través de un servicio especial, el cual incurre en costos extras operacionales.

El resumen está organizado de la siguiente manera: en la Sección II es definido el problema en su versión estocástica y es presentada la formulación matemática de programación estocástica dos etapas con recurso para representar el problema. Finalmente, algunas conclusiones preliminares son dadas en la Sección III.

II. Definición del Problema e Formulación Matemática Estocástica

El PRVVTME, puede definirse por un grafo $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{A})$, donde $\mathcal{V} = \{0, 1, \ldots, n, n+1\}$ y $\mathcal{A} = \{(i,j) : i, j \in \mathcal{V}, i \neq j\}$ representan, respectivamente, los conjuntos de nodos y arcos del grafo. Los nodos 0 y $n+1$ del conjunto $\mathcal{V}$ representan el depósito, mientras que los nodos restantes definen los clientes, que son indexados por el conjunto $\mathcal{N} = \mathcal{V}\backslash\{0, n+1\}$. Además, $\mathcal{L}$ define el número máximo de entregadores que se pueden asignar a un solo vehículo ($l = 1, \ldots, \mathcal{L}$). En situaciones prácticas, en general, $\mathcal{L}$ es pequeño debido a las limitaciones de tamaño de la cabina del vehículo. Si el número de entregadores asignados a un vehículo es l, se dice que este vehículo opera en el modo l. Cada cliente $i \in \mathcal{N}$ tiene un tiempo de servicio no negativo p_i^l dependiente del número de entregadores o modo l. A cada nodo $i \in \mathcal{V}$ es dada una ventana de tiempo $[w_i^a, w_i^b]$ que describe el intervalo de tiempo en el que el cliente i está disponible para recibir el servicio. Además, asociada a cada arco $(i,j) \in \mathcal{A}$, existe una distancia d_{ij} y un tiempo de viaje t_{ij}, que satisfacen la desigualdad triangular. Una flota de m vehículos idénticos, está disponible en el depósito, que se indexan con el conjunto $\mathcal{K}$, donde $|\mathcal{K}| = m$. También en el depósito, hay un número máximo de entregadores que se pueden utilizar, denotado por $\mathcal{E}$.

En este trabajo, el vector de parámetros $\tilde{q} = (\tilde{q}_1, \ldots, \tilde{q}_\mathcal{N})$ relacionados a la demanda de los clientes es considerado aleatorio. Se asume que la distribución de probabilidad del vector aleatorio $\tilde{q}$ es conocida y representada por un número finito de realizaciones discretas llamadas de escenarios. La distribución de probabilidad del vector $\tilde{q}$ satisface los axiomas probabilísticos, esto es, $0 \leq \pi^s \leq 1$ y $\sum_{s\in\mathcal{S}} \pi^s = 1$, en que π^s y $\mathcal{S}$ representan la probabilidad de ocurrencia del escenario s y el conjunto de los escenarios, respectivamente. Para contemplar la incertidumbre del vector $\tilde{q}$, se usa el enfoque de PE dos etapas con recurso. En este enfoque, es necesario definir las variables de decisión del problema correspondientes a cada etapa. En este trabajo, las decisiones de primera etapa corresponden a la determinación de un conjunto de rutas. Esta decisión de primera etapa es representada a través de las variables binarias x_{ij}^l tomando el valor 1 si y sólo si existe una ruta operando en el modo l que visite al cliente j inmediatamente después de visitar el cliente i.

Las decisiones de la segunda etapa corresponden a acciones de recursos tomadas para corregir las posibles fallas causadas por la realización del vector aleatorio $\tilde{q}$ en las rutas seleccionadas en la primera etapa. En un dado cliente i, es posible que el vehículo que lo visite no posea capacidad y/o productos suficiente para atenderlo. En ese momento, el vehículo debe retornar al depósito para recargar/descargar productos, regresar al cliente i y, en seguida, continuar con las visita de los próximos clientes de la ruta (recurso tipo I). Debido a la naturaleza discreta de los escenarios del vector aleatorio $\tilde{q}$, es posible que la demanda total atendida hasta el cliente i sea exactamente igual a la capacidad del vehículo. En ese caso, el viaje al depósito es hecho desde el cliente i, pero el vehículo sigue su recorrido a partir del cliente j (recurso tipo II).

En una dada ruta, los viajes extras al depósito pueden causar el no atendimiento de algunos clientes dentro de sus ventanas de tiempo. En esta situación, estos clientes ya no son servidos por el vehículo que venia recorriendo la ruta, sino por un servicio especial, como por ejemplo, usando otro vehículo. De ese modo, las variables de segunda etapa corresponden a las siguientes variables de decisión: (1) y_{ils}^I: variable binaria tomando el valor de 1 si y solamente si, en el escenario s, el vehículo que viaja en el modo l realiza un recurso tipo I en el cliente i y 0 caso contrario; (2) y_{ijls}^{II}: variable binaria tomando el valor de 1 si y solamente si, en el escenario s, el vehículo que viaja en el modo l realiza un recurso tipo II entre los clientes i y j y 0, caso contrario; (3) z_{il}^s: variable binaria tomando el valor de 1 si y solamente si, en el escenario s, el cliente i de la ruta recorrida en el modo l es atendido por el servicio especial y, 0 caso contrario; (4) u_{il}^s: carga del vehículo operando en el modo l al salir del cliente i en el escenario s; (5) γ_{ijl}^{s+}: unidades que faltan para atender totalmente la realización en el escenario s de la demanda del cliente j por parte del vehículo que lo visita y viaja en el modo l, justo después de visitar el cliente i; (6) γ_{ijl}^{s-}: capacidad residual en el escenario s del vehículo operando en el modo l al salir del cliente j justo después de visitar el cliente i; y (7) w_{il}^s: instante de tiempo en el escenario s en que el vehículo operando en el modo l inicia el servicio en el cliente i. La formulación equivalente determinista para el PRVJTME con demanda estocástica que determina rutas de costo esperado mínimo puede ser escrito como sigue:

minimizar

$$p_1 \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{j\in\mathcal{N}} x_{0j}^l + p_2 \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{j\in\mathcal{N}} l x_{0j}^l + p_3 \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} d_{ij} x_{ij}^l + \mathcal{Q}(x). \tag{1}$$

sujeto a:

$$\sum_{i\in\mathcal{V}\backslash\{n+1\}} \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} x_{ij}^l = 1,\ \forall j \in \mathcal{N}. \tag{2}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{V}\backslash\{0\}} \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} x_{ij}^l = 1,\ \forall i \in \mathcal{N}. \tag{3}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} l x_{0j}^l \leq \mathcal{E}. \tag{4}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} x_{0j}^l \leq |\mathcal{K}|. \tag{5}$$

$$x_{ij}^l \in \{0,1\},\ \forall (i,j) \in \mathcal{A},\ l = 1, \ldots, \mathcal{L}. \tag{6}$$

en que $\mathcal{Q}(x)$ corresponde al siguiente problema de optimización:

minimizar

$$\sum_{s\in\mathcal{S}} \pi^s \left[\phi p_3 \sum_{i\in\mathcal{N}} \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} 2 d_{0i} y_{ils}^I + \varphi p_3 \sum_{i\in\mathcal{N}} \sum_{j\in\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{L}} (d_{i,n+1} + d_{0j} - d_{ij})\, y_{ijls}^{II} + \psi p_1 \sum_{i\in\mathcal{N}} \sum_{l} z_{il}^s \right]. \tag{7}$$

sujeto a:

$$u_{jl}^s \geq u_{il}^s + q_j^s (x_{ij}^l - z_{jl}^s) - Q(1 - x_{ij}^l + y_{jls}^I + y_{ijls}^{II}),\ \forall (i,j),\ \forall l, \forall s. \tag{8}$$

$$\gamma_{ijl}^{s+} - \gamma_{ijl}^{s-} \leq u_{il}^s + q_j^s x_{ij}^l - Q + q_j^s (1 - x_{ij}^l),\ \forall (i,j),\ \forall l, \forall s. \tag{9}$$

$$\gamma_{ijl}^{s+} - \gamma_{ijl}^{s-} \geq u_{il}^s + q_j^s x_{ij}^l - Q - q_j^s (1 - x_{ij}^l),\ \forall (i,j),\ \forall l, \forall s. \tag{10}$$

$$q_j^s y_{ijls}^{II} \leq \gamma_{ijl}^{s+} \leq q_j^s y_{ijls}^{II} + (q_j^s - 1) y_{jls}^I,\ \forall (i,j),\ \forall l, \forall s. \tag{11}$$

$$\gamma_{ijl}^{s-} \leq Q(1 - y_{jls}^I - y_{ijls}^{II}),\ \forall (i,j),\ \forall l, \forall s. \tag{12}$$

$$u_{jl}^s \leq Q - \gamma_{ijl}^{s-},\ \forall i,\ \forall j,\ \forall l, \forall s. \tag{13}$$

$$u_{jl}^s \leq \gamma_{ijl}^{s+} + Q(1 - y_{jls}^I - y_{ijls}^{II}),\ \forall i,\ \forall j,\ \forall l, \forall s. \tag{14}$$

$$u_{jl}^s \leq u_{il}^s + Q(2 - x_{ij}^l - z_{jl}^s),\ \forall i,\ \forall j,\ \forall l, \forall s. \tag{15}$$

$$y_{ijls}^{II} \leq x_{ij}^l,\ \forall (i,j),\ \forall l, \forall s. \tag{16}$$

$$w_{jl}^s \geq w_{il}^s + p_{il}^s (x_{ij}^l - z_{il}^s) + t_{ij}^s x_{ij}^l + \left(t_{i,n+1}^s + t_{0j}^s - t_{ij}^s\right) y_{ijls}^{II} + 2 t_{0i}^s y_{ils}^I - \mathcal{M}(1 - x_{ij}^l),\ \forall (i,j),\ \forall l, \forall s. \tag{17}$$

$$w_i^a \leq w_{il}^s \leq w_i^b + (\mathcal{T} - w_i^b) z_{il}^s,\ \forall i, \forall l, \forall s. \tag{18}$$

$$u_{il}^s \geq 0,\ \gamma_{ijl}^{s+} \geq 0,\ \gamma_{ijl}^{s-} \geq 0. \tag{19}$$

$$y_{jls}^I \in \{0,1\},\ y_{ijls}^{II} \in \{0,1\},\ z_{il}^s \in \{0,1\}. \tag{20}$$

La formulación (1)-(20) corresponde a un programa estocástico dos etapas con recurso. El problema de la primera etapa es compuesto por las inecuaciones (1)-(6), mientras que el problema de recurso o de segunda etapa es dado por las inecuaciones (7)-(20). La función objetivo del problema de la primera etapa minimiza los costos relacionados con el número de rutas, el número de entregadores, la distancia total recorrida y una función de costo del problema de recurso. Los parámetros p_1, p_2 y p_3 definen los costos unitarios de ruta (vehículo), entregador y distancia, respectivamente, o una priorización de estos objetivos cuando estos costos son difíciles de estimar en la práctica. Las restricciones (2) y (3) definen que cada cliente debe ser visitado por una única ruta operando en un único modo l. Las restricciones (4) imponen que el número total de entregadores usados, no debe ultrapasar la cantidad disponible en el depósito. Similarmente, las restricciones (5) evitan a no generar una cantidad de rutas superior al número total de vehículos disponibles en el depósito. Finalmente, las restricciones (6) indican la naturaleza booleana de las variables de primera etapa x_{ij}^{l}.

El problema de recurso (7)-(20) minimiza el valor esperado de los costos de transporte asociados a los viajes extras al depósito y al uso del servicio especial para atender aquellos clientes cuyas ventanas de tiempo no sean respetadas. El servicio especial corresponde al uso de un vehículo para atender exclusivamente al cliente. Los parámetros ϕ, φ y ψ representan la cuantía a ser pagada por corregir las fallas en las rutas obtenidas en la primera etapa. Las restricciones (8) aseguran el atendimiento de la realización en el escenario s de la demanda del cliente j por el vehículo que lo visita operando en el modo l con o sin uso de recurso. Las restricciones (9) y (10) son impuestas para determinar las unidades de productos que faltan para atender la demanda del cliente j o la capacidad residual del vehículo al salir de ese cliente. Apenas existe recurso (tipo I o II) cuando el vehículo que visita al cliente j no consigue atender su realización de la demanda en el escenario s, es decir, cuando $1 \leq \gamma_{ijl}^{s+} \leq q_j^s$. Particularmente, los recursos tipo I y II son dados cuando $1 \leq \gamma_{ijl}^{s+} \leq q_j^s - 1$ y $\gamma_{ijl}^{s+} = q_j^s$, respectivamente. Esas condiciones son impuestas en las restricciones (11). Las restricciones (12) aseguran que si existe un recurso en el cliente j es porque no hay capacidad residual en el vehículo y, por lo tanto, sus variables de decisión correspondientes deben asumir el valor de 0.

Las restricciones (13)-(14) imponen una cota superior en la carga del vehículo operando en el modo l saliendo del cliente j en las situaciones en que la realización de la demanda en el escenario s de este cliente haya sido atendida sin recurso, con recurso y con el servicio especial. Las restricciones (13) representan el caso en que la realización en el escenario s de la demanda del cliente j sea atendida por el vehículo que lo visita y sin la necesidad de recurso. En ese caso, la carga del vehículo no debe exceder la demanda total atendida hasta el cliente j, dada por la diferencia entre la capacidad del vehículo y la capacidad residual del mismo hasta ese cliente. El otro caso es cuando la realización de la demanda del cliente j en el escenario s es atendida por el vehículo que lo visita, pero usando un recurso. Cuando se usa un recurso, la carga del vehículo, operando en el modo l, en el escenario s al salir del cliente j no debe ser superior a las unidades que faltaban para completar el atendimiento total de la demanda de ese cliente (restricciones (14)). Finalmente, cuando la realización de la demanda en el escenario s del cliente j es atendida usando el servicio especial, la carga del vehículo saliendo de este cliente no debe exceder la carga en la llegada al mismo cliente (restricciones (15)).

Las restricciones (16) imponen la existencia o no de recurso tipo II en el escenario s entre los clientes i y j únicamente si esos clientes son visitados en secuencia por parte de una ruta definida en la primera etapa. Por otro lado, las restricciones (17) y (18) definen las restricciones temporales. Las restricciones (17) determinan el instante de tiempo en el escenario s en que se inicia el servicio en el cliente j por el vehículo que lo visita y viaja en el modo l. Note que en esas restricciones son adicionados los tiempos gastados en los viajes extras al depósito. Debido a eso, la llegada del vehículo en algunos clientes cuyas visitas son posteriores a clientes donde hubo fallas, sea dada fuera de sus horarios máximos disponibles para recibir el servicio. En esa situación, tales clientes son atendidos por el servicio especial, lo cual se impone en las restricciones (18). Los parámetros $\mathcal{M}$ y $\mathcal{T}$ en las restricciones (17) y (18) corresponden a un número suficientemente grande y la máxima duración de la ruta, respectivamente. Por último, las restricciones (19) y (20) definen el tipo y el dominio de las variables de decisión del problema de recurso o de segunda etapa.

III. Conclusiones

El número de variables de decisión tanto binarias como continuas y de restricciones del modelo (1)-(20) aumentan considerablemente en términos del número de escenario, lo que puede llevar a un mayor esfuerzo computacional para resolver el programa lineal entero mixto resultante a través de *solvers* comerciales, por ejemplo, CPLEX. En [9] estudiaron el PRVVTME con demanda estocástica. Sin embargo, como enfoque para tratar la incertidumbre en la demanda usaron optimización robusta. La heurística I1 de Solomon [10] fue adaptada y extendida para determinar soluciones factibles robustas en tiempos de cómputos razonables para el PRVVTME robusto. A partir de los resultados computacionales, la heurística I1 robusta obtuvo un buen desempeño. Por lo tanto, en este trabajo se pretende adaptar y extender la heurística I1 de Solomon para encontrar soluciones factibles de la versión estocástica con recurso del PRVVTME, con la esperanza que también tenga un buen desempeño.

Resultados computacionales preliminares usando instancias de la literatura no serán presentados por limitaciones en el número de páginas del resumen extendido. Sin embargo, ellos serán presentados en el congreso, caso este trabajo sea aceptado.

Referencias

[1] V. Pureza, R. Morabito, and M. Reimann, "Vehicle routing with multiple deliverymen: Modeling and heuristic approaches for the {VRPTW}," *European Journal of Operational Research*, vol. 218, no. 3, pp. 636 – 647, 2012.

[2] G. Senarclens de Grancy and M. Reimann, "Vehicle routing problems with time windows and multiple service workers: a systematic comparison between aco and grasp," *Central European Journal of Operations Research*, vol. 24, no. 1, pp. 29–48, 2016.

[3] A. Álvarez and P. Munari, "An exact hybrid method for the vehicle routing problem with time windows and multiple deliverymen," *Computers & Operations Research*, pp.–, 2017. [Online]. Available: //www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054817300308

[4] D. J. Bertsimas, "A vehicle routing problem with stochastic demand," *Operations Research*, vol. 40, no. 3, pp. 574–585, 1992. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1287/opre.40.3.574

[5] G. Laporte, F. Louveaux, and L. Hamme, "An integer l-shaped algorithm for the capacited vehicle routing problem with sotchastic demands," *Operations Research*, vol. 50, no. 3, pp. 415 – 423, 2002.

[6] O. Jabali, W. Rei, M. Gendreau, and G. Laporte, "Partial-route inequalities for the multi-vehicle routing problem with stochastic demands," *Discrete Applied Mathematics*, vol. 177, no. 0, pp. 121 – 136, 2014.

[7] J. Oyola, H. Arntzen, and D. L. Woodruff, "The stochastic vehicle routing problem, a literature review, part i: models," *EURO Journal on Transportation and Logistics*, pp. 1–29, 2016.

[8] ——, "The stochastic vehicle routing problem, a literature review, part ii: solution methods," *EURO Journal on Transportation and Logistics*, pp. 1–40, 2016.

[9] J. De La Vega, P. Munari, and R. Morabito, "Robust Optimization for the Vehicle Routing Problem with Multiple Deliverymen," 2017.

[10] M. M. Solomon, "Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints," *Operations Research*, vol. 35, no. 2, pp. 254–265, 1987.

The Pickup and Delivery Problems with Time Windows: A survey of models and algorithms

Cristiám A. Gil C.
Complex Engineering Systems Institute (ISCI)
Universidad de Chile
cristiam.gil@ing.uchile.cl.com

Cristián E. Cortés C.
Civil Engineering Department
Universidad de Chile
ccortes@ing.uchile.cl

Pablo A. Rey
Industrial Engineering Department
Universidad Tecnológica Metropolitana
pablo.rey.cl@gmail.com

***Abstract*—**

As stated in Savelsbergh and Sol (1995), the Pickup and Delivery Problems (PDP) are a set of problems where a number of routes has to be constructed in order to satisfy transportation requests. A fleet of vehicles is available to operate this routes. Each vehicle has a given capacity, a start location and an end location. Each transportation request specifies the size of the load to be transported, the locations where it is to be picked up (the origins) and the locations where it is to be delivered (the destinations).

Gribkovskaia and Laporte (2008) classified the pickup and delivery problems into three groups according to the pick-updelivery relation. The first group is many-to-many approach which any node can be a source or destination for any commodity, then a commodity may be picked up from one of many locations and delivered to one of several locations as well. The second group is one-to-many or many-to-one approach where commodities are originally available at the depot for delivery to customers or pickup from the customers to deliver to one depot (i.e. backhaulings). The third group is the one-to-one approach each commodity can be called a request which has a given origin and destination.

From the implementation perspective, pickup and delivery problems also can be identified as static or dynamic. In the static mode, all requests are known in advance (i.e., typically one day before the service actually occurs), so that routes and schedules can be planned before the start of the service. In the dynamic mode, requests are gradually revealed throughout the day (i.e., from passengers asking for same-day service) and must be scheduled in real time (Luo and Schonfeld, 2011).

In addition to this, exist numerous variants of the PDP usually tailored to the specific problem situation. For example: homogeneous or heterogeneous fleet of vehicles, vehicles equiped with different capacities or comparments, departing from one or multiple depots, attending one or multiple routes, in static period or rolling time horizons and within or not time windows. Evidencing the richness and diversity of the Pickup and Delivery problems.

In this work, the authors ar specially interested in the pickup and delivery problems with time windows for the one-to-one approach, henceforth PDPTW. PDPTW usually focus on transporting goods, but when it deals regards passenger transportation is named as Dial-a-Ride problem (DARP). The concept of flexible transportation services has become a hot topic in the design of modern city mobility. Traditional public transportation has shown its limitations to satisfy the changes in growing cities and particularly unable to adapt to particular events that affects significantly to users transportation demands (Muelas et al., 2013) and tackle the PDPTW/DARP can be a relevant to handle those limitations.

The PDPTW and DARP are generalizations of the vehicle routing problem with time windows (VRPTW) (Baldacci et a., 2011). Since the VRPTW is also a generalization of the VRP in strong sense, then the PDPTW and DARP are NP-hard problems (Qu and Bard, 2013). The NP-hard problems which may require excessively long computational time to find the optimal solutions for large problems (Kachitvichyanukul et al., 2015). PDPTW generally only be solved exactly within an acceptable time frame for relatively small problem instances (exact methods). In order to solve larger problems heuristics, meta-heuristics or hybrid methods are proposed to find near-optimal (Braekers et al., 2014) or good solutions but do not guarantee optimality, demostrating an existence gap in real applications.

The complexity, the richness, diversity and the limitations before mentioned of PDPTW are the main purpose of this work, which is to review the scientific literature seeking help in the development of world class solutions in this area of knowledge, depicting: the main features,the most important models and algorithms and new arising trends of Pickup and Delivery problems with Time Windows.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to acknowledge the support of CONICYT/FONDECYT/REGULAR/ N.º 1141313 and the Complex Engineering Systems Institute, ISCI (CONICYT–PIA–FB0816).

REFERENCES

[1] Baldacci, R., Bartolini, E. & Mingozzi, A. An exact algorithm for the pickup and delivery problem with time windows. (2011) Operations Research, 59(2), pp. 414-426.

[2] Braekers, K., Caris, A. & Janssens, G.K. Exact and meta-heuristic approach for a general heterogeneous dial-a-ride problem with multiple depots. (2014) Transportation Research Part B: Methodological, 67, pp. 166-186.

[3] Gribkovskaia I., Laporte G. (2008) One-to-Many-to-One Single Vehicle Pickup and Delivery Problems. In: Golden B., Raghavan S., Wasil E. (eds) The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges. Operations Research/Computer Science Interfaces, vol 43. Springer, Boston, MA.

[4] Kachitvichyanukul, V., Sombuntham, P. & Kunnapapdeelert, S. Two solution representations for solving multi-depot vehicle routing problem with multiple pickup and delivery requests via PSO. (2015) Computers and Industrial Engineering, 89, pp. 125-136.

[5] Liu, M., Luo, Z. & Lim, A. A branch-and-cut algorithm for a realistic dial-a-ride problem. (2014) Transportation Research Part B: Methodological, 81, pp. 267-288.

[6] Luo, Y. & Schonfeld, P. Online rejected-reinsertion heuristics for dynamic multivehicle dial-a-ride problem. (2011) Transportation Research Record, 2218, pp. 59-67.

[7] Muelas, S., Latorre, A. & Pea, J.M. A variable neighborhood search algorithm for the optimization of a dial-a-ride problem in a large city. (2013) Expert Systems with Applications, 40(14), pp. 5516-5531.

[8] Qu, Y., & Bard, J.F. The heterogeneous pickup and delivery problem with configurable vehicle capacity. (2013) Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 32, pp. 1-20.

[9] Ropke, S. & Cordeau, J.F. Branch and cut and price for the pickup and delivery problem with time windows. (2009) Transportation Science, 43(3), pp. 267-286.

[10] Savelsbergh, M.W.P & Sol, M. The general pickup and delivery problem. (1995) Transportation Science, 29, pp. 1729.

Modelos de asignación y programación de viajes a buses y tripulaciones de una empresa de transporte interurbana

Matías Veloso-Poblete,
Pedro Palominos
and Luis Quezada
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Santiago de Chile, Chile

Alex Varas-Lillo
and Gustavo Gatica
Departamento de Ingeniería Informática
Universidad Andrés Bello, Chile

***Resumen*—En este artículo se presentan dos modelos de programación lineal con variables binarias solucionar los problemas de programación de viajes y posterior asignación a buses y a tripulaciones. Se implementarán estos modelos a una empresa que realiza esta programación de forma manual día a día. El objetivo es lograr la menor cantidad de buses y tripulaciones, en un horizonte de tiempo de planificación mayor a un día. Una vez obtenidas ambas soluciones se cruzan los datos para tener la relación de que bus y que tripulación atiende cada viaje.**

***Index Terms*—Bus Scheduling, Crew scheduling,**

I. Introducción

La tarea de programar viajes y asignar rutas en sistemas de transporte no es trivial, requiere analizar diversos factores, como los horarios de los conductores, el estado de los buses o la longitud de las rutas. Es en esta fase de programación y asignación donde se aloja la mayor complejidad dado que se debe buscar la optimización de los recursos. Dada la complejidad del problema se le considera del tipo NP-Hard [1], dado que al crecer el tamaño de variables del problema, el tiempo computacional empleado para encontrar una solución aumenta de manera exponencial.

El contenido de este artículo se basará en el estudio de una empresa de transporte interurbano terrestre que está subdivida actualmente en 9 empresas. Cada una de las cuales tiene una cierta cantidad de buses y de viajes establecidos a cumplir. En la actualidad existe un único encargado que programa los viajes y luego asigna las rutas a cada bus en un horizonte máximo de tiempo de 2 días. Dado que este procedimiento es manual, se podrían omitir ciertos detalles regulatorios del funcionamiento de los buses y sus conductores, como leyes laborales, máximo de horas de conducción al mes o máximo de horas de conducción seguidas y procesos de mantención de los buses. Además se incurre que los recursos (buses) de una empresa se utilizan en otra para cubrir con la programación establecida.

Para solucionar esta problemática, se realiza un modelo matemático de programación entera mixta del denominado *Vehicle and Crew Scheduling Problem*, en donde, además, se contemplará las mantenciones de los buses. Habrán 2 tipos principales de mantenciones: las preventivas y las planificadas.

II. Revisión de la literatura

Según lo explicado por [2], el *Vehicle and Crew Scheduling Problem* se define como: Dado un conjunto de viajes realizados dentro de un horizonte de tiempo, se debe encontrar una asignación de vehículos y de tripulaciones tal que dichas asignaciones sean factibles y mutuamente compatibles.

Los viajes se caracterizan por tener locaciones de inicio y de fin, con tiempos específicos. Además, se conocen los tiempos de viaje entre cada par de locaciones. Los recorridos sin pasajeros desde el punto final de un viaje hasta el punto inicial de otro, o los recorridos que salen de o regresan a un depósito son conocidos como *deadheadings*. Otros factores a considerar son si cada viaje debe ser realizado por una categoría específica de vehículos o la disponibilidad de cada categoría de vehículos. [3]

Para asignar un vehículo a un viaje específico, se deben considerar, entre otros factores:

- Que cada vehículo pertenezca a la categoría requerida. Aunque según [3], puede existir una jerarquía entre tipos para permitir que, en caso de no haber disponibilidad de vehículos de la categoría requerida, el viaje sea efectuado por un vehículo de categoría superior.
- Que cada vehículo tenga suficiente tiempo para trasladarse desde el punto final de un viaje hasta el punto inicial de otro.

Al finalizar esta asignación, cada vehículo tendrá asignado un bloque de viajes consecutivos, los cuales inician y terminan en un depósito. Dependiendo de ciertos espacios en este bloque, puede existir un cambio de conductores. Una porción del bloque en el que un conductor conduzca sin interrupción se

conoce como tarea. Estas tareas son agrupadas entonces para definir el turno que debe realizar el conductor. La asignación de conductores será factible si se cumplen, entre otros factores:

- Que la sumatoria de tiempo total de las tareas acumuladas en el turno no exceda el tiempo máximo de trabajo estipulado en el contrato del conductor.
- Dependiendo de la empresa, que un conductor no tenga permitido cambiar de vehículo durante su turno.

Generalmente, el objetivo es minimizar el número de buses y conductores utilizados. Aunque también puede considerarse la reducción de otros costos, como el *deadheading*. [1].

Una forma de observar el problema con un único depósito es definida por [4]. Téngase un conjunto de n viajes que deben ser efectuados por vehículos que parten desde ese único depósito. Cada viaje dispone de puntos de partida y llegada, horas de inicio y término. Un vehículo puede efectuar un par de viajes consecutivos (A, B) si la hora de inicio del viaje B es mayor o igual a la hora de término del viaje A más el tiempo que tarde en llegar desde el punto de llegada del viaje A al punto de partida del viaje B.

Si se representa este ejemplo como una red, cada viaje es un nodo, y está conectado con otro nodo, formando el arco (A, B) si se cumple la condición explicada anteriormente. Por lo tanto, el problema sería encontrar el número mínimo de caminos que recorran los arcos para cubrir todos los nodos.

En [5] se aborda la problemática desde un enfoque dinámico, donde los viajes son asignados en cada hora de tiempo y no con un horizonte previamente definido, para así de esta forma reducir el número de viajes que se retrasan, considerando el precio de introducir vehículos adicionales. Este enfoque fue resuelto con una heurística de reorganización de cluster, en la que se asignan los viajes a diferentes depósitos de forma estática, para luego reasignarlos dinámicamente. Se consideraron dos posibles casos para las reasignaciones, uno con un simple escenario donde se considera el tiempo de viaje promedio, y otro con múltiples escenarios para tiempos de viajes futuros

Respecto a las mantenciones, se ha recopilado un caso de estudio en una empresa manufacturera [6]. En el cual se busca optimizar los tiempos de ejecución de las operaciones de mantención de las líneas de producción. Dichas operaciones poseen un tiempo específico de duración para cada línea de producción, y se debe cuidar, entre otras cosas, que cada operación sea realizada sin interrupciones, que cada operación en cada línea sea realizada por un sólo operario, que este mismo operario no esté realizando más de una operación o que un mismo tipo de operación no inicie al mismo tiempo en dos o más líneas de producción,

III. Modelo matemático

Se emplearán dos modelos matemáticos, uno para la programación de buses y otro para la programación de tripulaciones, ambos con el objetivo de minimizar los tiempos muertos o *deadhead*, que son los tiempos empleados en los viajes relizados por un bus cuando no lleva pasajeros, es decir, en la salida y llegada a un terminal, y trayectos entre viajes consecutivos. Con las soluciones de ambos modelos, se construyen las relaciones bus-tripulación.

Los conjuntos principales serán los siguientes: un conjunto D de terminales, un conjunto N de viajes y un conjunto T de tipo de turno. Este último conjunto solo se utiliza para el modelo de programación de tripulaciones. Existirán tres variables de decisión para la programación de los buses:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si se realizan consecutivamente los viajes } i, j \\ 0, & \text{sino} \end{cases}$$

$$x_{di} = \begin{cases} 1, & \text{si para realizar el viaje } i \text{ algún bus sale de } d \\ 0, & \text{sino} \end{cases}$$

$$x_{id} = \begin{cases} 1, & \text{si algun bus llega a } d \text{ luego de realizar } i \\ 0, & \text{sino} \end{cases}$$

Y tres variables binarias equivalente para la programción de las tripulaciones (x^t_{ij}, x^t_{di} y x^t_{id}), donde se les agrega una dimensión para determinar que tipo de turno hace cada par de viaje o salidas o llegadas a un terminal.

En cuanto a los costos relacionados con los tiempos muertos existirán tres para ambos modelos: $C_{ij} = DH_{ij}$, $C_{di} = DH_{di}$ y $C_{id} = UT - et_i + DH_{id}$; donde DH_{ij} corresponde al tiempo de viaje entre el lugar de llegada de un viaje i y el lugar de partida de un viaje j, DH_{di} es el tiempo de viaje entre un terminal d y el lugar de partida de un viaje i, DH_{id} el tiempo de viaje del lugar de llegada de un viaje i a un terminal d, UT es la frontera de tiempo para la programación y et_i es el tiempo de finalización del viaje i.

Ahora, para reducir la combinatoria de posibilidades se crean tres subconjuntos: $NF = \{(i,j) \in N \times N \mid et_i + w_i + DH_{ij} \leq st_j\}$, $D1 = \{(d,i) \in D \times N \mid st_i - DH_{di} \geq 0\}$ y $D2 = \{(i,d) \in N \times D \mid et_i + DH_{id} \leq UT\}$; donde et_i es el tiempo final del viaje i, w_i es el posible tiempo de espera luego de terminar el viaje i y st_j es el tiempo de inicio del viaje j.

Además, cada terminal $d \in D$ tiene asociada una capacidad K_d para guardar buses.

Por lo tanto el modelo matemático para la programación de buses será el siguiente:

$$minZ : \sum_{(d,i)\in D1} C_{di}x_{di} + \sum_{(i,j)\in NF} C_{ij}x_{ij} + \sum_{(i,d)\in D2} C_{id}x_{id} \tag{1}$$

s.a.

$$\sum_{j:(i,j)\in NF} x_{ij} + \sum_{d:(i,d)\in D2} x_{id} = 1; \forall i \in N \tag{2}$$

$$\sum_{j:(i,j)\in NF} x_{ij} + \sum_{d:(i,d)\in D2} x_{id} - \sum_{j:(j,i)\in NF} x_{ji} - + \sum_{d:(d,i)\in D1} x_{di} = 0; \forall i \in N \quad (3)$$

$$\sum_{i:(d,i)\in D1} x_{di} \leq K_d; \forall d \in D \quad (4)$$

$$\sum_{i:(i,d)\in D2} x_{id} \leq K_d; \forall d \in D \quad (5)$$

La ec. (1) es la suma de todos los tiempos muertos entre viajes, salidas y llegadas a terminales. La ec. (2) determina que un viaje i se debe hacer primero de un par de viajes consecutivos (i, j) o debe ser el último viaje de una ruta. La ec. (3) permite que la ruta armada tenga continuidad. Las ec. (4) y (5) permiten que no salgan ni lleguen más buses que las capacidades respectivas de cada terminal final o inicial de cada ruta.

Ahora, el modelo matemático para la programación de tripulaciones será el siguiente:

$$minZ : \sum_{t\in T} \left(\sum_{(d,i)\in D1} C_{di} x^t_{di} + \sum_{(i,j)\in NF} C_{ij} x^t_{ij} + \sum_{(i,d)\in D2} C_{id} x^t_{id} \right) \quad (6)$$

s.a.

$$\sum_{t\in T} \left(\sum_{j:(i,j)\in NF} V^t_{ij} x^t_{ij} + \sum_{d:(i,d)\in D2} V^t_{id} x^t_{id} \right) = 1; \forall i \in N \quad (7)$$

$$\sum_{j:(i,j)\in NF} V^t_{ij} x^t_{ij} + \sum_{d:(i,d)\in D2} V^t_{id} x^t_{id} - \sum_{j:(j,i)\in NF} V^t_{ji} x^t_{ji} - + \sum_{d:(d,i)\in D1} V^t_{di} x^t_{di} = 0; \forall i \in N, \forall t \in T \quad (8)$$

$$\sum_{t\in T} \sum_{i:(d,i)\in D1} V^t_{di} x^t_{di} \leq K_d; \forall d \in D \quad (9)$$

$$\sum_{t\in T} \sum_{i:(i,d)\in D2} V^t_{id} x^t_{id} \leq K_d; \forall d \in D \quad (10)$$

$$\sum_{(d,i)\in D1} V^t_{di} x^t_{di} \leq S^t; \forall t \in T \quad (11)$$

La ec. (6) es equivalente a (1). La ec. (7) es equivalente a (2) pero agregando de que un viaje i debe ser atendido por solo un tipo de turno t. La ec. (8) al igual que (3) establece continuidad de la ruta para un tipo de turno t especifico. Las ec. (9) y (10) son equivalentes a (4) y (5) respectivamente. La ec.(11) establece que deben haber al menos tantas rutas como el parámetro S^t, el cual significa la cantidad mínima de tripulaciones que tienen el tipo de turno t.

REFERENCIAS

[1] A. Haghani, M. Banihashemi and K.-H. Chiang, *A comparative analysis of bus transit vehicle scheduling models*. Transportation Research Part B. 37, 2003.

[2] Freling, Huisman and Wagelmans, *Models And Algorithms For Integration Of Vehicle And Crew Scheduling*. Journal Of Scheduling. 6, 2003.

[3] B. Laurent and J.-K. Hao, *Simultaneous Vehicle and Crew Scheduling for Extra Urban Transports*. LNAI. 5027, 2008.

[4] B. Gavish and E. Shifler, *An approach for solving a class of transportation scheduling problems*. European Journal of Operations Research. 3, 1978.

[5] D. Huisman and A. P. Wagelmans, *A solution approach for dynamic vehicle and crew scheduling*. European Journal of Operations Research. 172, 2, 453-471, 2006.

[6] A. B. Vanegas, *PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN Y SECUENCIACIÓN DE ACTIVIDADES Y TAREAS EN LABORES DE MANTENIMIENTO DE UNA EMPRESA INDUSTRIAL*. 2015.

Optimización de la flota de camiones para el suministro de explosivos para tronaduras en la minería

Juan Pérez Retamales
Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas
Universidad de Los Andes Chile
Santiago, Chile
jperez@uandes.cl

Sebastian Maldonado
Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas
Universidad de Los Andes Chile
Santiago, Chile
smaldonado@uandes.cl

Rosa G. González-Ramírez
Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas
Universidad de Los Andes Chile
Santiago, Chile
rgonzalez@uandes.cl

***Abstract*—**La minería es uno de los sectores económicos más relevantes en Chile. Las operaciones de explotación para la extracción de minerales requieren el suministro de explosivos para los procesos de tronadura. El suministro de estos explosivos puede ser realizado por la propia minera, o bien subcontratado a un proveedor. En este artículo consideramos el caso en el que una empresa subcontratista se encarga del suministro de explosivos para un grupo de mineras que operan bajo la modalidad de rajo abierto. Bajo este contexto, la minera y la empresa subcontratista establecen contratos donde se determina la cantidad de camiones que son asignados a cada tronadura para el transporte de los materiales que componen el explosivo. Este artículo aborda el problema de asignar camiones a cada faena y analiza los niveles de servicio que se pueden ofrecer de acuerdo con los requerimientos de las mineras, y la demanda real de explosivos. Se realizan pruebas computacionales con instancias que fueron determinadas a partir de datos reales. A partir de los resultados, se concluye que existe un margen para re-negociar los contratos con las mineras, que ayuda a minimizar los costos totales del sistema.

Keywords— Asignación de Flota, Suministro de Explosivos, Minería a Rajo Abierto, Negociación de Contratos.

I. INTRODUCCIÓN

La minería es una de los sectores más relevantes en Chile, siendo el cobre uno de los principales productos de exportación. Sin embargo, las exportaciones de Chile han observado una baja en el año 2016 debido a la caída de las ventas de cobre. De acuerdo con lo reportado por la Dirección General de Relaciones Económicas Internacionales de Chile (DIRECON), las exportaciones chilenas alcanzaron los US$ 59,917 millones en el año 2016, representando el 46% de las exportaciones del país, pero que a su vez, presentó una caída del 3.7% respecto al año anterior.

Lo anterior ha motivado a las mineras a enfocarse en el aumento de la eficiencia y productividad de sus procesos operativos. Uno de los principales insumos para las operaciones de extracción y producción en las mineras son los explosivos. El suministro de estos explosivos puede ser realizado por la propia minera, o bien subcontratado a un proveedor.

En este artículo consideramos el caso en el que una empresa subcontratista se encarga del suministro de explosivos para un grupo de mineras que operan bajo la modalidad de rajo abierto. Bajo este contexto, la minera y la empresa subcontratista establecen contratos donde se determina la cantidad de camiones que son asignados a cada tronadura para el transporte de los materiales que componen el explosivo. Este artículo aborda la problemática de la logística de los camiones y distribución de los explosivos a faenas que realizan tornaduras a rajo abierto, así como también existen decisiones respecto de la capacidad de la flota, y el manejo conjunto con la tripulación.

La estructura de este documento considera las siguientes secciones. La sección II presenta una revisión de literatura. La sección III describe la metodología propuesta. En la sección IV se presenta el diseño de experimentos para las pruebas computacionales y los resultados obtenidos; y finalmente, la sección V presenta las conclusiones del estudio y propuestas para trabajo futuro.

II. REVISIÓN DE LITERATURA

Esta sección presenta una revisión de literatura relacionada con investigación de operaciones en minería. El problema de

reasignación de camiones para suministro de materiales cumpliendo requerimientos de demanda ha sido resuelto en la literatura de diferentes formas. Nair et al. (2010) realiza la relocalización de vehículos compartidos mediante un modelo de optimización lineal integral mixto junto con una demanda estocástica. El objetivo del estudio se basa en minimizar el costo de las reasignaciones satisfaciendo la demanda, donde el costo de cada reasignación está dado por la distancia que deben recorrer.

Perez et al (2016) propone un modelo de asignación con múltiples periodos, con un número fijo de vehículos y una restricción para el número de reasignaciones, para el departamento de bomberos de Santiago. El trabajo considera las diferentes situaciones de emergencia, el número de camiones que pueden ser asignados a cada estación, tipos de vehículos, y diferentes escenarios de demanda.

Por otra parte, en lo que se refiere al suministro de materias peligrosas, diversos autores han abordado este tema que en la literatura se define como el *hazmat problem*. El problema considera la formación de rutas que involucran la minimización de costos, tiempos de viajes pero también minimizar los riesgos como accidentes. Como ejemplo, Li et al., (2014) presentan un modelo para el ruteo de vehículos para una operación de una mina de carbón y el suministro de materiales peligrosos.

III. Operaciones de Suministro de Explosivos en Minería

El proceso de provisión de explosivos a la minería implica diversas decisiones de orden operativo, táctico y estratégico, las cuales en conjunto definen la productividad y eficiencia de la empresa. En general el proceso productivo consta de una flota de camiones que transportan componentes químicos (el principal en Nitrato de Amonio), que se cargan desde silos ubicados en la cercanía de las minas, viajan hacia los puntos de tronadura, los componentes son mezclados a la salida del camión para conformar los explosivos.

En términos operativos, las decisiones pasan por la definición del uso más eficiente de la flota de camiones, principalmente respecto de bajar la cantidad de ciclos por camión y de la minimización de movimientos con carga ociosa, con su consecuente efecto en los costos de combustible, y costos operacionales en general, lo cual debe ser hecho tomando en consideración todas las características técnicas y de riesgo asociadas a la provisión de explosivos. En términos tácticos, existen decisiones respecto de la capacidad de la flota, y el manejo conjunto con la tripulación. Finalmente, en términos estratégicos, son ejemplos de decisiones la medición conjunta de todas las variables operativas y tácticas, en conjunto con los análisis comparativos respecto de cambios tecnológicos, y de cuantía y localización de los silos.

Debido a la fuerte baja en el precio del cobre, el sector minero ha sufrido una caída en sus ingresos, lo que ha llevado a la empresa a enfocarse en el aumento de la eficiencia y productividad de sus procesos operativos, específicamente en la logística de los camiones y distribución de los explosivos a faenas que realizan tornaduras a rajo abierto, así como también existen decisiones respecto de la capacidad de la flota, y el manejo conjunto con la tripulación.

Para la asignación de camiones se toman las decisiones de operación con base en la información de demanda y de disponibilidad de ruta que entrega cada mina día a día. Por lo que los operadores tienen sólo unas horas para organizar la gestión de la flota, gestión que es hecha bajo el conocimiento y experiencia del operario de turno.

El proceso de transporte de explosivos a las faenas consta de una flota de camiones que trasladan distintos componentes químicos desde silos ubicados en la cercanía de las minas, luego viajan hacia los puntos de tronadura y los componentes son mezclados a la salida del camión para conformar los explosivos. Ambos procesos no están exentos de deficiencias, como camiones que ocasionalmente se quedan sin carga antes de cumplir sus tareas, transporte de carga ociosa, considerada como las toneladas de explosivos que se cargan, pero no son ocupadas, o imprecisión en la estimación que el operador realizo en la gestión de flota en relación de la demanda. Todo lo anterior permite que exista la posibilidad de inducir eficiencia operacional en los procesos.

El proceso de tronadura consta de distintas etapas en las cuales primero se carga el camión en los silos, consecutivamente este llega a la planta donde previo se preparó la malla para el carguío, luego se vacían o bombean los explosivos en las perforaciones y finalmente se tapan los pozos, se amarran los detonadores y se inicia la tronadura. En la Ilustración 4 se puede apreciar la gráfica del proceso.

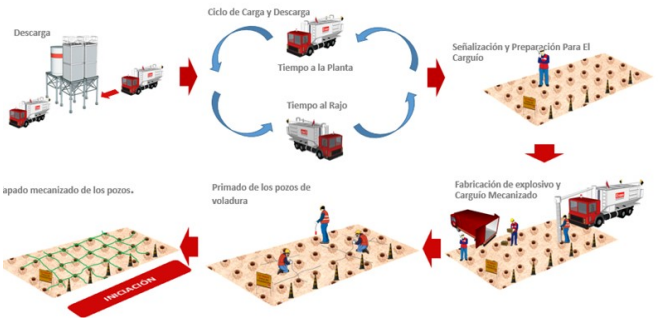


FIGURA 1: DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE TRONADURA

IV. METODOLOGÍA PROPUESTA

Para abordar el problema de asignación de flota, se propuso un modelo matemático en el cual se considera una reasignación

de los camiones que cargan materias primas a las distintas faenas, así como el *upgrade* (renovación del chasis) de la flota para poder satisfacer la demanda.

El modelo propuesto fue implementado en GAMS y se tomó como caso base la situación actual de la operación de la empresa proveedora de suministros. La instancia generada se resolvió con el modelo matemático propuesto, y se realizó un comparativo entre los costos actuales y los potenciales que se alcanzarían con una reasignación de flota.

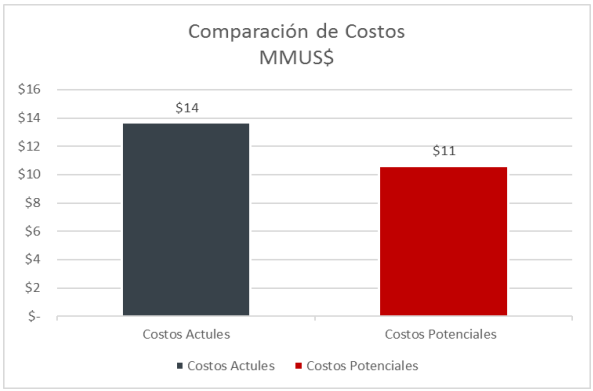


FIGURA 2: RESULTADOS: COMPARACIÓN CON COSTOS ACTUALES.

V. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Con los primeros experimentos realizados se pudo observar que existe un espacio de mejora para la asignación de flota a las operaciones de tronadura que podrían significar una reducción significativa en los costos operacionales de la empresa. Los experimentos que se realizaron permiten visualizar que con el modelo propuesto, es posible reducir la cantidad de camiones necesarios para la operación. Como trabajo futuro, se propone realizar un diseño experimental donde se puedan definir diferentes instancias de prueba y ser analizadas bajo diferentes escenarios. El modelo propuesto podría también ser implementado como una Plataforma de Apoyo a las Decisiones (DSS, Decision Support System) para que la empresa proveedora pueda utilizarlo y apoyar el proceso de planificación de su flota, así como la renegociación de los contratos con las empresas mineras a las que da servicio.

ACKNOWLEDGMENTS

Agradecemos el trabajo de los alumnos Romina Morales, María Teresa Iriarte y Matías Rivera Alarcón que fueron memoristas de la Universidad de Los Andes en Chile y contribuyeron con los resultados de este artículo.

REFERENCIAS

[1] Li, B., Zhang, H., & Li, J. (2014, August). The vehicle routing problem for the coal mine dangerous materials distribution. In Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD), 2014 11th International Conference on (pp. 67-71). IEEE.

[2] Nair, R., & Miller-Hooks, E. (2011). Fleet management for vehicle sharing operations. Transportation Science, 45(4), 524-540.

[3] Pérez, J., Maldonado, S., & López-Ospina, H. (2016). A fleet management model for the Santiago Fire Department. Fire Safety Journal, 82, 1-11.

Session TA1
Optimization Theory and Algorithms II

- *A BZ Algorithm for Solving a Network Flow Formulation of the Convex Hull Pricing Problem*; Ortiz Araya, Virna; Albornoz, Víctor.
- *New Strategies for Quadratic Forms Recognition*; Alves, Jesmmer; Castonguay, Diane.
- *Resolución mediante descomposición de Bender para una nueva formulación del Problema del Vendedor Viajero Asimétrico*; Campuzano, Giovanni; Obreque, Carlos; Aguayo, Maichel.
- *Metodología de generación de columnas para un problema de planificación de cultivos*; Alvarez, Cristian; Angulo, Alejandro; Escalona, Pablo.

Metodología de generación de columnas para un problema de planificación de cultivos

Virna Ortíz-Araya
Grupo de investigación en Agronegocio.
Departamento de Gestión Empresarial
Universidad del Bío- Bío.
Chillán. Chile.
viortiz@ubiobio.cl

Víctor M. Albornoz
Departamento de Industrias
Campus Santiago Vitacura
Universidad Técnica Federico Santa María.
Santiago.Chile.
victor.albornoz@usm.cl

***Resumen*— Los agricultores enfrentan dos grandes problemas, tales como dividir un terreno en zonas de manejo considerando las propiedades del suelo y decidir los tipos de cultivos apropiados para los mismos. En este sentido, el objetivo de este trabajo es incorporar estos dos problemas de planificación agrícola integrándolos en un modelo de optimización determinista, cuyo objetivo es minimizar el costo de cultivar en cada zona de manejo elegida. El modelo es implementado utilizando datos de un terreno de la región del Bío-Bío, empleando AMPL como lenguaje algebraico para la implementación del algoritmo de generación de columnas y CPLEX como herramienta de resolución.**

Palabras claves—planificación de la producción agrícola; agricultura de precisión; zonas de manejo; generación de columnas.

I. INTRODUCCIÓN

Un aspecto clave presente en agricultura es la variabilidad espacial de las propiedades del suelo, dado que afectan directamente el rendimiento y la calidad de los cultivos. Los agricultores enfrentan dos grandes problemas, el primero consiste en dividir un terreno en zonas de manejo sitio-específicas o cuarteles basados en alguna propiedad del suelo como: pH, materia orgánica, fósforo, nitrógeno, entre otras, que definen zonas con características relativamente homogéneas en su interior; las que además deber ser idealmente rectangulares, pues facilitan el diseño de sistemas de irrigación y mejora el desempeño de la maquinaria agrícola. Por otra parte, se tiene el problema de definir qué tipos de cultivos se deben plantar en las zonas de manejo, lo que se conoce como problemas de rotación de cultivos [15]. En su trabajo, los autores tratan dos particularidades, en primer lugar la producción respeta ciertas restricciones de carácter ecológico y además, los productos cosechados pueden ser almacenados por un tiempo límite debido a su condición de perecibilidad.

El empleo de modelos de optimización constituye una de las metodologías más importante para la formulación y resolución de diversos problemas orientados en la toma de decisiones relativas al manejo de recursos naturales. Particularmente, en el área de la agricultura esto queda reflejado en los trabajos [2] y [18], entre otros.

En cuanto a la planificación de cultivos a menudo se formulan problemas de programación lineal considerando por ejemplo, la incertidumbre relacionada con los efectos climáticos. En este contexto en [5] se propone un modelo matemático que maximiza la utilidad tras vender los cultivos plantados en una parcela considerando el rendimiento de ellos. Otros trabajos son formulados en base a las experiencias prácticas con usuarios, tal es el caso de [10], que presenta un modelo de programación lineal que interactúa directamente con los agricultores.

Para determinar las zonas de manejo de cultivo, existen diversas aplicaciones desarrolladas considerando métodos de clúster basados en la información obtenida a partir de las propiedades del suelo como en [9], [12] y [16]; utilizando mapas topográficos [4]; empleando muestreo de la tierra para la metodología desarrollada [1]; o tomando en cuenta mapas de rendimiento [3]. Sin embargo, uno de los principales inconvenientes de estas técnicas es que definen zonas ovaladas por lo que además de no cubrir todo el terreno dificultan la administración del terreno en términos de irrigación y uso de maquinarias.

Por otra parte, el algoritmo de generación de columnas ha sido ampliamente utilizado para resolver problemas en distintos ámbitos, ver por ejemplo [6], encontrándose igualmente aplicaciones en el área agrícola y ganadera, como en [7] y [11]. En el caso de los problemas de partición de conjuntos, este

algoritmo es una alternativa utilizada recurrentemente para resolver problemas en variables enteras [13].

El objetivo de este trabajo es incorporar estos dos problemas identificados en términos de la planificación de la producción agrícola integrándolos en un modelo de optimización determinista cuyo objetivo es minimizar el costo de cultivar en cada zona de manejo elegida.

II. Modelo de Planificación Agrícola

El modelo de planificación de cultivos propuesto está basado en [15] el cual garantiza que la demanda para un periodo específico de tiempo sea cubierta definiendo un límite para el área que es utilizada. Las zonas rectangulares de manejo fueron introducidas en [5] como estrategia sitio-específica para un mejor manejo agrícola y ahora incorporándole igualmente un conjunto de posibles rotaciones.

En la Figura 1 se muestran los datos de entrada necesarios para la resolución del modelo integrado que considera los dos tipos de problemas agrícolas, delineación de terreno y plan de cultivos, entregando como resultado las posibles zonas de manejo con la rotación de cultivos asignada.

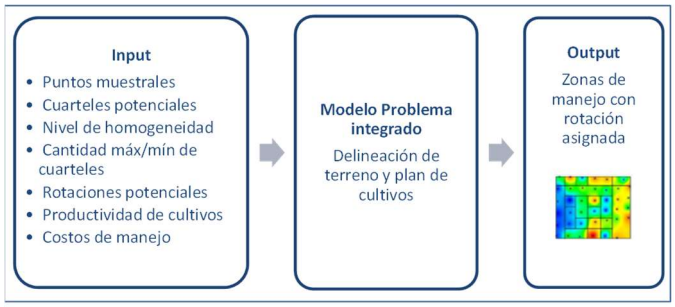


Fig. 1. Estrategia modelo integrado de planificación agrícola.

Los conjuntos, parámetros y variables de decisión del problema se describen a continuación:

Conjuntos

- K : conjunto de potenciales planes de rotación de cultivos, para k ϵ K.
- T : conjunto de periodos de tiempo, para t ϵ T.
- I : conjunto de cultivos, para i ϵ I.
- Z : conjunto de zonas de manejo dentro del terreno, para z ϵ Z.

Parámetros

- c_{kz} : costo asociado a cultivar la rotación k en la zona de manejo z.
- a_k : coeficiente que toma el valor 1 si el punto muestral s está en la zona z y 0 si no lo está.
- d_{it} : demanda para el cultivo i en el periodo t.
- r^k_{itz} : rendimiento del cultivo i en el periodo t para el plan de rotación k plantado en la zona de manejo z.
- σ^2 : varianza de las propiedades del suelo para el terreno analizado.
- σ_z^2 : varianza del cuartel z con respecto a la propiedad del suelo analizada.

Variable de decisión

- x_{kz} : variable que toma el valor 1 si el cuartel z con plan de rotación k es asignado a la partición y 0 en cualquier otro caso.

El modelo de optimización propuesto corresponde a:

$$Min \sum_{z\in Z}\sum_{k\in K} c_{kz}x_{kz} \quad (1)$$

s.a.

$$\sum_{z\in Z}\sum_{k\in K} a_k x_{kz} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{z\in Z}\sum_{k\in K} x_{kz} \leq ub \quad (3)$$

$$\sum_{z\in Z}\sum_{k\in K} r^k_{itz}x_{kz} \geq d_{it}, \forall\ i \in I, t \in T \quad (4)$$

$$x_{kz} \in \{0,1\}\ \forall\ z \in Z, k\ \in K \quad (5)$$

$$(1-\propto)\sigma^2 N \geq \sum_{z\in Z}\sum_{k\in K}[(n_z-1)\sigma_z^2 + (1-\alpha)\sigma^2]x_{kz}, \forall\ z \in Z \quad (6)$$

La función objetivo (1) minimiza el costo de cultivar el plan de rotación k en la zona de manejo z. La restricción (2) asegura que cada punto muestral tenga asignada una única rotación de cultivos y de igual manera sólo una zona de manejo. La restricción (3) establece un límite superior de zonas de manejo. La restricción (4) permite que la demanda específica en cada periodo sea cubierta para cada cultivo y la restricción (5) establece la naturaleza binaria de las variables. Finalmente, la condición (6) exige el cumplimiento de un cierto nivel de homogeneidad.

III. Metodología de Resolución y Aplicación

El modelo es implementado utilizando datos de un terreno de la región del Bío-Bío, empleando AMPL como lenguaje algebraico para la ejecución del algoritmo de generación de columnas y CPLEX como herramienta de resolución.

Resultados determinados para instancias pequeñas aplicadas a zonas cercanas a Santiago utilizando modelos estocásticos muestran que es factible utilizar un modelo integrado que entregue las decisiones del número de particiones así como el tipo de cultivo para cada zona [17]. Interesante resulta esta problemática en su aplicación posterior cuando se habla en términos de la cosecha y su implicancia en lo que respecta a la cadena de suministro respectiva.

IV. Conclusiones y perspectivas

En este trabajo se presenta un modelo integrado de planificación agrícola que aborda los problemas de delineación de terreno y planificación de cultivos.

La metodología propuesta puede ser utilizada como una herramienta en la toma de decisiones para la definición de zonas de producción agrícola.

La complejidad del modelo justifica la pertinencia del método algorítmico de generación de columnas frente a instancias de mayor tamaño.

Los resultados encontrados bajo este esquema metodológico permitirán comparar la propuesta estocástica desarrollada en [17], evaluando para estos problemas de planificación agrícola la conveniencia de trabajar con modelos deterministas.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Dirección General de Investigación, Innovación y Postgrado (Proyecto PIM-17-2) de la Universidad Técnica Federico Santa María. También por la DGIP (Proyecto DIUBB Nº161418 3/R) de la Universidad del Bío-Bío. Los autores agradecen igualmente al Programa IberoAmericano de Ciencia y Tecnología de Ciencia y Tecnología para el Desarrollo (CYTED 516RT0513).

References

[1] A. Batthi, D. Mulla and B. Frazier, "Estimation of soil properties and what yields on complex eroded hills using geostatistics and thematic mapper images", Remote Sens. Environ., 37(3), pp. 181 – 191, 1991.

[2] T. Bjørndal, I. Herrero, A. Newman, C. Romero and A. Weintraub, "Operations research in the natural resource industry", Int Trans Oper Res, 19, pp. 39 – 62, 2012.

[3] S. Blackmore, R. Godwin and S. Fountas, "The interpretation of trends from multiple yield maps", Comput Electron Agric, 26(1), pp.37 – 51, 2000.

[4] P. Carr, G. Carlson,J. Jacobsen, G. Skogley and E. Nielsenand, "Farming soils, not fields: A strategy for increasing fertilizer profitability", J. Prod. Agric, 93, pp.11–20, 1991.

[5] N. M. Cid-García, V. Albornoz, R. Ortega and Y.A. Ríos-Solís, "Rectangular shape management zone delineation using integer linear programming", Comput Electron Agric, 93, pp. 199 – 208, 2013.

[6] G. Desaulniers, J. Desrosiers and M.M. Solomon. Column Generation, 2005, Springer.

[7] L. Dos Santos, P. Michelon, M. Arenales and R. Santos, "Crop rotation scheduling with adjacency constraints", Ann Oper Res, 190(1), pp. 155-166, 2011.

[8] R. Elsheikh, F. Amiri, N. Ahmad, S. Balasundram and M. Amin, "A comprehensive survey of evolutionary-based multiobjective optimization techniques", Knowl Inf Syst, 1(3), pp. 269-308, 2013.

[9] C.W. Fraisse, K.A. Sudduth and N.R. Kitchen, "Delineation of site-specific management zones by unsupervised classification of topographic attributes and soil electrical conductivity", Appl Eng Agric, 44 (1), pp. 155-166, 2001.

[10] B. A. McCarl, V.C. Wilfred, D.H. Doster and P. R. Robbins, "Experiences with farmer oriented linear programming for crop planning", Can J Agr Econ, 25(1), pp. 17-30, 1977.

[11] J. Oppen, A. Løkketangen and J. Desrosiers, "Solving a rich vehicle routing and inventory problem using column generation", Comput Oper Res, 37, pp. 1308-1317, 2010.

[12] R. Ortega and O.A. Santibañez, "Determination of management zones in corn (Zea mays L.) based on soil fertility", Comput Electron Agric, 58, pp. 49-59, 2007.

[13] E. Rönnberg and L. Torbjörn, "All-integer column generation for set partitioning: Basic principles and extensions", Eur J Oper Res, 233(3), pp. 529-538, 2013.

[14] L.M.R. Santos, P. Munari, A.M. Costa, M.N. Arenales and R.H.S. Santos, "A branch-price-and-cut method for the vegetable crop rotation scheduling problem with minimal plot sizes", Eur J Oper Res, 245, pp. 581–590, 2015.

[15] L.M.R. Santos, M.N. Arenales, A.M. Costa and R.H.S. Santos, "Sustainable vegetable crop supply problem", Eur J Oper Res, 204, pp. 639-647, 2010.

[16] J. Schepers, P. O'Neill and J. Shanahan, "Agronomic responses of corn hybrids from different Eras to deficit and adequate levels of water and nitrogen", Agron J, 96 (6), pp.1660-1667, 2004.

[17] A.M.I. Véliz, Delineación de zonas rectangulares de manejo y planificación de cultivos bajo condiciones de incertidumbre en las propiedades del suelo. Tesis de magíster en ciencias de la ingeniería industrial. Universidad Técnica Federico Santa María, 2016.

[18] A. Weintraub and C. Romero, "Operations research models and the management of agricultural and forestry resources: A review and comparison, Interfaces, 36(5), pp. 446-457.

New Strategies for Quadratic Forms Recognition

Jesmmer Alves
Instituto Federal Goiano - Campus Morrinhos
Morrinhos, Goiás, Brazil
Email: jesmmer.alves@ifgoiano.edu.br

Diane Castonguay
Universidade Federal de Goiás - Inf/UFG
Goiânia, Goiás, Brazil
Email: diane@inf.ufg.br

***Abstract*—Existing methods for recognition of quadratic form have exponential time complexity or use approximation that weaken the result reliability. We develop an algorithm that improves the best-case of quadratic form recognition in constant time. In addition, new strategies were used to guarantee the results reliability, by representing rational numbers as a fraction of integers, and to identify linear combinations that are linearly independent using Gauss reduction.**

I. Introduction

Today, quadratic forms have applications in many different areas in computer science, mathematics, quantum physics, statistics and others (see in [5], [7], [3]). For such quadratic forms, there exist a variety of methods and algorithms that allow, in some cases in polynomial time, to determine the type of the quadratic form. These are generally divided into direct methods, expansive methods and iterative methods.

The time complexity of algorithms to determine the classification of a quadratic form depends on the method and can be influenced by specific cases. Direct methods in general are exponential for any quadratic form, however, are polynomial for positive definite or negative definite quadratic forms. Expansive methods are not accurate because of lower/upper bound approximation. The time complexity of iterative methods is related to the desired approximation.

Another problem comes from the fact that iterative methods use mathematical operations that break down the entries, showing a result with a large number of decimal places.[1] However, new strategies can be used to avoid this fractionation and provides a reliable result, such as: to store every matrix entry as the quotient of two integer; and use Gauss reduction to easy identify linear combinations of variables that are linearly independent.

The remainder of this paper is organized as follows: Section 2 describes the quadratic forms basic concepts and the time complexity of known algorithms; Section 3 describes some strategies that can be used in the recognition and make the results more reliable; Section 4 introduces a solution that make the quadratic forms recognition in polinomial time. Section 5 shows the author's final considerations.

[1]See some resulting problems in [4].

II. Quadratic forms

A. Basic Concepts

Definition 2.1: A quadratic form related to a symmetric matrix[2] $A_{n\times n}$ and evaluated in a vector $x_{n\times 1}$ is defined as:

$$Q(x) = \sum_{1\leq i\leq j\leq n} a_{ij}x_ix_j = x^t \cdot A \cdot x \qquad (1)$$

Every quadratic form can be represented by a symmetric matrix. Given a non-symmetric matrix B, the symmetrization of B is given by $A = \frac{1}{2}(B + B^t)$. Therefore, A is symmetric and $Q(x) = x^tAx = x^tBx$ [12]. The quadratic forms have a critical point, when $x = 0$, which is $Q(x) = x^tAx = 0$. Therefore, all quadratic forms may be classified as the resulting polynomial of the expression $Q(x) = x^tAx$, such as positive definite, negative definite, positive semidefinite, negative semidefinite and indefinite, as follows:

Definition 2.2: A quadratic form is **positive definite** (respectively **negative definite**) when $Q(x) = x^tAx > 0$ (respectively $Q(x) = x^tAx < 0$) for all $x \neq 0$. When $Q(x) = x^tAx \geq 0$, the quadratic form is **positive semidefinite**. Likewise, when $Q(x) = x^tAx \leq 0$, the quadratic form is **negative semidefinite**. Finally, the quadratic form is **indefinite** if $Q(x) = x^tAx > 0$ for some values of x and $Q(x) = x^tAx < 0$ for other values of x.

B. The Quadratic Form Recognition

The recognition is related to the quadratic form classification. One way to verify whether a quadratic form is positive definite is through its naturally ordered principal minors (see [2]). In general, this technique have cost $O(n^4)$.

Direct expansion is a more complete method for identifying all quadratic forms types. It can be done through the principal minors of the matrix. Let A be a matrix of order n. A **principal submatrix** of order k of A is obtained by deleting $n - k$ columns and the corresponding $n - k$ lines of A. The determinant of a principal submatrix of order k is called **principal minor** of order k of A. In this case, the number of determinants of various orders is exponential.

The recognition of quadratic forms also can be done by identification of the matrix characteristic polynomial, and then calculating limits to the roots of this polynomial. The characteristic polynomial of a symmetric matrix $A_{n\times n} = (a_{ij})$ is the determinant $det(A - \lambda I)$ in λ of degree n.

[2]Here, we will focus on symmetric matrix of rational values.

Find the roots of a polynomial can be described as abstract math problem to find all the eigenvalues λ that satisfy these equation.[3] After finding the characteristic polynomial, lower and upper bounds can be used to determine the range that contains all the roots of this polynomial. Despite being quite attractive, it makes the recognition of quadratic forms not accurate, just because the existing methods return a lower/upper bound approximation and not a tight lower/upper bound.

Another option is to make use of iterative methods, such as algorithm QR, *Jacobi* and *Cholesky* decomposition. Each iteration of method QR has cost $O(n^3)$. The algorithm *Jacobi* have time complexity $O(n^3)$ [9] and is widely used because it is considered one of the most reliable methods. Finally, the matrix pivoting by *Cholesky* factorization can be done with $O(n^3)$ operations approximately [11]. Due to the difficulty in finding exact eigenvalues, iterative methods usually are implemented with an approximation to the number of eigenvalues decimal places.

III. New Strategies

A. Rational Numbers as a Fraction of Integers

Some operations, like division and radical, can increase the number of decimal places and make the results not reliable, or difficult to be analyzed. Fortunately, rational numbers can be represented like a fraction of integers. For this purpose, each entry of the matrix[4] representing the quadratic form can be expressed as the quotient of two integers.

We developed the algorithms to perform addition, subtraction, division and multiplication[5]. In this case, a, b e r are arrays with two positions (numerator and denominator). The function GCD return the greatest common divisor between two integers and is used to reduce the numbers to the lowest value to be stored in the matrix[6].

Algorithm 1: SUB(a, b)

Input: Arrays a and b.
Output: $r = a - b$.

```
r[1] ← a[1] * b[1]
r[0] ← a[0] * b[1] − b[0] * a[1]
gcd ← GCD(r[0], r[1])
r[0] ← r[0]/gcd
r[1] ← r[1]/gcd
return r
```

B. Completing the Square

M. Berger [1] showed that for all quadratic form Q with n variables, there are linear combinations of variables l_i linearly independent and numbers c_i such that $Q = \sum_{i=1}^{n} c_i l_i^2$, for $i \leq n$.

[3]For more details see [8] and [12].

[4]Most methods to make the definitiveness of quadratic forms uses matrices.

[5]Because of space limitation, we present here just the subtraction algorithm. The others are similar.

[6]It is assumed that $a[1]$ and $b[1]$ are nonzero. A zero should be represented by $[0, 1]$ and the minus sign always accompanies the numerator (e.g.: $[-1, 2]$).

Thus, the quadratic form type can be identified by Gauss reduction [6] according to the number of perfect squares affected by sign "+" (positive) and sign "-" (negative), as follows: positive definite, if all squares are positive; negative definite, if all squares are negative; positive semidefinite (negative semidefinite), if some squares are positive (negative) and others null; and indefinite, if some squares are positive and others are negative.

The Gauss reduction is a method to write a polynomial of degree 2 in *n* variables as perfect squares. Let $Q(x)$ be a nonzero quadratic form. The application of Gauss reduction may be carried out as follows:

- If $a_{ii} \neq 0$ (for some $i \in \{1, \ldots, n\}$), eliminate one variable. For sake of simplicity, suppose that $i = 1$ and the reduction proceed as follows:

$$\begin{aligned} Q(x) &= ax_1^2 + x_1 f(x_2, \ldots, x_n) + p(x_2, \ldots, x_n) \\ &= a\left(x_1 + \tfrac{f(x_2,\ldots,x_n)}{2a}\right)^2 - \tfrac{f(x_2,\ldots,x_n)^2}{4a} + p \end{aligned} \tag{2}$$

  where *f* is a linear combination and *p* a quadratic form. So, the new quadratic form is:

$$Q'(x) = p(x_2, \ldots, x_n) - \tfrac{f(x_2,\ldots,x_n)^2}{4a} \tag{3}$$

  Example 3.1: Let $Q(x) = x_2^2 + x_1x_2 + x_1x_3$. Applying the Gauss reduction provides two positive squares and one negative.

$$\begin{aligned} Q(x) &= x_2^2 + x_1x_2 + x_1x_3 \\ &= (x_2 + \tfrac{1}{2}x_1)^2 - \tfrac{1}{4}x_1^2 + x_1x_3 \\ &= (x_2 + \tfrac{1}{2}x_1)^2 - \tfrac{1}{4}(x_1 - 2x_3)^2 + x_3^2 \end{aligned}$$

- If $a_{ii} = 0$, $a_{ij} \neq 0$ and $a_{jj} = 0$ (for some $i, j \in \{1, \ldots, n\}$ and $i \neq j$), eliminate two variables[7]. For sake of simplicity, suppose that $i = 1$ and $j = 2$. So, the reduction proceed as follows:

$$\begin{aligned} Q(x) &= ax_1x_2 + x_2 f(x_3, \ldots, x_n) + x_1 g(x_3, \ldots, x_n) \\ &\quad + p(x_3, \ldots, x_n) \\ &= (ax_1 + f) \cdot (x_2 + \tfrac{g}{a}) - \tfrac{f \cdot g}{a} + p \\ &= \tfrac{1}{4}((l_1 + l_2)^2 - (l_1 - l_2)^2) - \tfrac{f \cdot g}{a} + p \end{aligned} \tag{4}$$

  where *f,g* are linear combinations, *p* is a quadratic form, $l_1 = (ax_1 + f)$ and $l_2 = (x_2 + \frac{g}{a})$. So, the new quadratic form is:

$$Q'(x) = p(x_3, \ldots, x_n) - \tfrac{1}{a} f(x_3, \ldots, x_n) \cdot g(x_3, \ldots, x_n) \tag{5}$$

  In this case, $Q(x)$ is always indefinite.
  Example 3.2: Let $Q(x) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$. Applying the Gauss reduction provides one positive square and two negatives.

$$\begin{aligned} Q(x) &= x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 \\ &= (x_1 + x_3)(x_2 + x_3) - x_3^2 \\ &= \tfrac{1}{4}(x_1 + x_2 + 2x_3)^2 - \tfrac{1}{4}(x_1 - x_2)^2 - x_3^2 \end{aligned}$$

[7]In the case of $a_{jj} \neq 0$, it must return to the previous case (Equation (2)).

IV. A Faster Quadratic form Recognition

The Theorem 4.1 and Corollary 4.1 were used to identify positive definite and positive semidefinite quadratic forms, respectively.

Theorem 4.1: A quadratic form *Q* is positive definite if and only if the Gauss reduction provides *n* squares affected by the sign "+" (Grifone 1990).

Corollary 4.1: A quadratic form Q is positive semidefinite if and only if the Gauss reduction provides $k \leq n$ squares and each of them is affected by the sign "+".

Proof. The Gauss reduction eliminates one variable and provides a linear form (affected by the sign "+" or "-"), or eliminates two variables and provides two linear forms (one affected affected by sign "+" and other by "-"). Thus, k must be at most equal n.

Let $Q = \sum_{i=1}^{k} c_i l_i^2$, $c_i \neq 0$ and $k \leq n$, obtained by the Gauss reduction. Since the l_i*'s* are linearly independents, if Q is positive semidefinite, then $c_i \geq 0$ for all i. The other hand follows easily. □

A. A Best-case Constant Algorithm

This subsection describes how to explore some situations in which the quadratic form recognition can be done in a faster time. The Lemmas 4.1 and 4.2, and Theorem 4.2 justify these situations.

Lemma 4.1: If $a_{ii} = 0, a_{ij} \neq 0$ and $a_{jj} \neq 0$, for some $i, j \in \{1, \ldots, n\}$, then Q is indefinite.

Proof. Suppose that $i = 1$ and $j = 2$. We first eliminate x_2. Afterward, the coefficient of x_1^2 is nonzero and we can eliminate x_1. Follows the reduction:

$$\begin{aligned} Q(x) &= bx_2^2 + ax_1x_2 + x_2 f(x_3, \ldots, x_n) + x_1 g(x_3, \ldots, x_n) \\ &\quad + p(x_3, \ldots, x_n) \\ &= b\left(x_2 + \tfrac{ax_1+f}{2b}\right)^2 - \tfrac{(ax_1+f)^2}{4b} + x_1 g + p \\ &= b\left(x_2 + \tfrac{ax_1+f}{2b}\right)^2 - \tfrac{a^2}{4b}x_1^2 + x_1\left(\tfrac{2bg-af}{2b}\right) - \tfrac{f^2}{4b} + p \\ &= b\left(x_2 + \tfrac{ax_1+f}{2b}\right)^2 - \tfrac{a^2}{4b}\left(x_1 - \tfrac{2bg-af}{a^2}\right)^2 + \tfrac{(2bg-af)^2}{4a^2b} \\ &\quad - \tfrac{f^2}{4b} + p \end{aligned}$$

where *f* and *g* are linear combinations, *p* is a quadratic form. Since $sgn(-\frac{a^2}{4b}) = -sgn(b)$, we have that Q is indefinite. □

Lemma 4.2: If $a_{ii} = 0, a_{ij} \neq 0$ and $a_{jj} = 0$, for some $i, j \in \{1, \ldots, n\}$ and $i \neq j$, then Q is indefinite.

Proof. In this case, Gauss reduction will eliminate two variables and provides two linear forms, one affected affected by sign "+" and other by "-" (see Equation (4)). Therefore, Q is indefinite. □

Theorem 4.2: If *Q* is positive definite (positive semidefinite) then $a_{ii} > 0$ ($a_{ii} \geq 0$ and if $a_{ii} = 0$ then $a_{ij} = 0$, for all $j \in \{i+1, \ldots, n\}$), for $i \in \{1, \ldots, n\}$.

Proof. Suppose that $a_{ii} \leq 0$, for some $i \in \{1, \ldots, n\}$. We can begin the Gauss reduction by a_{ii}. Thus by Theorem 4.1, Q is not positive definite. If $a_{ii} \neq 0$, then by Corollary 4.1, Q is not positive definite. Therefore, if $a_{ii} = 0$. Suppose that there exist $j \in \{1, \ldots, n\}$ with $a_{ij} \neq 0$. By Lemas 4.1 and 4.2, Q is indefinite and thus cannot be positive semidefinite. □

We use the Lemmas 4.1 and 4.2, and Theorem 4.2 to develop a constant algorithm that easily identify some positive definite, semidefinite and indefinite quadratic forms. The algorithm loops through all elements on diagonal of matriz representing the quadratic form and gets the number of positives, negatives and zero elements. Meanwhile, if it find a negative element and there already is a positive one, or the other way around, the process terminates showing that Q is indefinite. Otherwise, the number of zero elements are used to identify other indefinite case. We also develop a polynomial algorithm for the unresolved cases.

V. Conclusion

The results presented in Section IV allow us to develop algorithms with polynomial cost ($O(1)$ in the best-case and $O(n^3)$ in the worst-case) and are similar to the best known results (which are iterative and expansive) to recognition of quadratic forms. Another important issue with respect to the algorithms is the considerable improvement in the accuracy of the results.

The sign that affects every perfect square is a reliable way to identify linear forms that are linearly independent and, using simple strategies to complete the squares, we could determine the quadratic form type. The strategy of representing rational numbers as a fraction of integers uses basic and direct operations that maintain a reliable result. This process is extremely important because it provides an accurate result that is easy to be identified (unlike the results provided by iterative algorithms).

Acknowledgment

We wish to thank Instituto Federal Goiano and Universidade Federal de Goiás for the support during this research.

References

[1] M. Berger, *Géométrie*, 13.4.8, Nathan, Paris, (1990).

[2] R.L. Burden and J.D. Faires, *Numerical Analysis*, Thompson, (2010).

[3] A. Cosentino and S. Severini, *Weight of Quadratic Forms and Graph States*, Physical Review A, APS, 80, (2009).

[4] P. Feofiloff, *Algoritmos de programaçao linear*, Editora da Universidade de São Paulo, (1999).

[5] M. Grassl and A. Klappenecker, *Graphs, Quadratic Forms, and Quantum Codes*, arXiv preprint quant-ph/0703112, (2007).

[6] J. Grifone, *Algebre Linéaire*, Cepadues-éditions, (1990).

[7] A. Lerario, *Convex Pencils of Real Quadratic Forms*, Discrete & Computational Geometry, Springer, 48, 1025–1047 (2012).

[8] R. Rehman and I. CF Ipsen, *Computing Characteristic Polynomials From Eigenvalues*, Siam Journal on Matrix Analysis and Applications, 32, 90–114 (2011).

[9] H. Rutishauser, *The Jacobi Method for Real Symmetric Matrices*, Numerische Mathematik, 87, 1–10 (1966).

[10] L. Tong, J. Yang and R. Cooper, *Efficient Calculation of P-value and Power for Quadratic Form Statistics in Multilocus Association Testing*, Annals of human genetics, Wiley Online Library, 74, 275–285 (2010).

[11] L.N. Trefethen and D. Bau III, *Numerical Linear Algebra*, Siam, (1997).

[12] J.H. Wilkinson, M.A Cantab, Sc.D., *The Algebraic Eigenvalue Problem*, Clarendon Press Oxford, (1965).

Resolución mediante descomposición de Benders para una nueva formulación del Problema del Vendedor Viajero Asimétrico

Giovanni Campuzano, Carlos Obreque Niñez
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad del Bío-Bío
Concepción, Chile
Email: gcampuza@alumnos.ubiobio.cl, cobreque@ubiobio.cl

Maichel M. Aguayo
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Concepción
Concepción, Chile
Email: maichelaguayo@udec.cl

***Resumen*—El Problema del Vendedor Viajero (TSP) es uno de los problemas más conocidos de optimización combinatoria y más extensamente estudiado en la literatura. El TSP pertenece a la clase de problemas NP-Hard y no existe ningún algoritmo que resuelva este problema en tiempo polinomial.**

En este trabajo, se presenta una formulación basada en la suma de los primeros n números naturales. A cada nodo del grafo se le asigna un número entre 0 y n, donde n es el número de clientes y 0 se considera como el depósito. En esta formulación, se utiliza una variable de decisión asociada a cada nodo i que indica la suma de los números asignados a los clientes que lo preceden dentro del tour.

Se utiliza un algoritmo de descomposición de Benders para resolver el TSP asimétrico. Los resultados obtenidos se comparan con otras formulaciones conocidas de la literatura para este problema. La implementación se realiza en C++ con algoritmo de Benders disponible en Cplex y se resuelven distintas instancias que se encuentran en la biblioteca TSPLIB.

***Index Terms*—Traveling salesman problem (TSP), descomposición de Benders, programación entera.**

A BZ Algorithm for Solving a Network Flow Formulation of the Convex Hull Pricing Problem

Cristian Álvarez C., Pablo Escalona R.
Department of Industries
Universidad Técnica Federico Santa María
Valparaíso, Chile
cristian.alvarezc@alumnos.usm.cl, pablo.escalona@usm.cl

Alejandro Angulo C.
Department of Electrical Engineering
Universidad Técnica Federico Santa María
Valparaíso, Chile
alejandro.angulo@usm.cl

***Abstract*—This work study the uplift payments in electricity markets under Convex Hull Pricing method. We propose an acyclic network-flow formulation, which is solved by a BZ algorithm. The algorithm provides a primal-dual solution approach not addressed in previous works, which lead to an alternative update method for the lagrangian multipliers. Furthermore, compared to compact mixed-integer formulations, the proposed model allows to obtain a better convex hull aproximation of system cost function in a continuous relaxation, which would result in lower uplift payments.**

I. Introduction

In regulated electricity markets, the commitment and dispatch of the generation units as well as the spot market pricing process are made by an independent system operator (ISO). Because of operating characteristics of the units, it is not possible to get market-clearing prices that support the non-arbitrage condition in the market [1], i.e., if the units would decide to maximize their profits at a given price in a decentralized way, the generated quantities would not be consistent with the ISO dispatch. In practice, many markets use prices based on the variable cost of the marginal unit. Therefore, it is posible that for some dispatched units be more profitable not to generate when the energy revenues are insufficient to cover no-load and startup fixed costs [2].

To overcome the aforementioned situation and ensure the accomplishment of the programmed dispatch many markets make side payments (uplifts) to units, which are equivalent to the minimum amount in order to eliminate deviation incentives from the ISO dispatch [3]. For instance, the uplift payment for a dispatched unit which is operating at losses is the amount that allows it to cover all the costs and get zero profit. While it is possible to define uplift payments in a two-step optimization procedure to reach an equilibrium condition [4], it can be hard for large instances. A near-equilibrium can be achieved by setting non-negative uplift payments calculated after market-clearance. Still, they are undesirables because their lack of transparency distorts competitiveness [5].

In a marginal price scheme, it is likely high uplift payments with the greater non-conventional renewable energy (NCRE) penetration [6]. Due to the intermittency of these sources, some conventional units must operate at their minimum to bring the required system flexibility [7], [8]. With the low prices reached in high renewable generation hours (Figure 1), the revenues for these conventional units are made almost totally by uplift payments. In adittion, as the energy payments get lower, the spot price lose importance as an indicator to guide long term investment decisions.

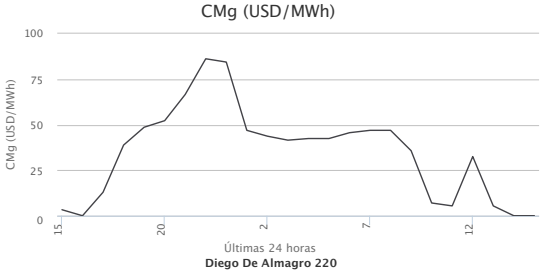


Fig. 1: Marginal Cost 11/07/2017, Chile.[1]

It is clear that the price impacts the allocation and amount of the uplifts. One way to minimize the uplifts is setting prices according to the Convex Hull Pricing (CHP) method, which determines the price based on the slope of the convex hull of the system costs function parametrized by the demand [9], in the Unit Commitment and Economic Dispatch (UCED) problem. The UCED problem schedules the dispatch of a set of generation units to meet the demand minimizing costs over a discretized time horizon. This problem is non-convex and NP-hard [10]. Consider the following mixed-integer programming formulation of the UCED problem:

$$\textbf{UCED}: \quad \min \quad \sum_{t\in\mathcal{T}}\sum_{g\in\mathcal{G}} C_{tg}(p_{tg}, u_{tg}) \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{g\in\mathcal{G}} p_{tg} = d_t, \qquad \forall t \in \mathcal{T} \tag{2}$$

$$(\mathbf{p}_g, \mathbf{u}_g) \in \Pi_g, \quad \forall g \in \mathcal{G} \tag{3}$$

Without loss of generality, the reserve requeriment has been omitted. The sets $\mathcal{T}$ and $\mathcal{G}$ stand for the time periods and generation units, respectively. The non-negative continuous variable p_{tg} is the power generated by unit g in period t. The binary variable u_{gt} is the on/off state of unit g in t. The costs of each unit g in period t are represented by the function $C_{tg}(\cdot)$ and the demand in each period t is d_t. The operation feasible region for unit g in the entire time horizon is represented by the set Π_g, which includes the characteristic constraints: minimum on/off time, minimum/maximum power, ramping, startup type, etc.

By dualizing the system-wide constraint (2), the dual lagrangian as a function of the demand parameter is exactly the convex hull of the objective function (1). Thus, the

[1] www.coordinadorelectrico.cl

price is equivalent to the optimal multiplier of the dualized constraint in the lagrangian relaxation (LR) of the UCED problem. This has motivated many LR-based approaches to solve the CHP problem, which exploit its decomposable structure. However, it is computationally expensive to get optimality when multipliers are updated under traditional subgradient methods, since piecewise-linear concave structure of the dual lagrangian function produces oscillation in convergence [11]. This has led to work in differents update methods. For instance, in [11] is developed a three-level scheme that use simplex joint to subgradient method to find query points for cutting off the non-optimal multipliers. In [12], instead of using an arbitrary subgradient, a quadratic continuous problem is solved to get an ascent direction.

Another approach is to build the convex hull of set Π_g and to solve the linear relaxation of the UCED problem to get the optimal dual variables of the system-wide constraint [13], [14]. When the convex hull is exact, the dual values are equivalent to the dual lagrangian optimal multipliers [12]. Compared to LR-based algorithms, this approach is more straightforward as involves solving directly a convex problem. However, to obtain the explicit convex hull may be extremely difficult. For instance, in [15] the convex hull defined includes startup and shutdown but no ramping constraints. In [16], ramping is included up to for three periods of time. A compact and tight formulation of Π_g can be found in [10]. While it is not the exact convex hull, still the linear relaxation provides dual variables that result in a good approximation to reduce the uplift payments [13].

As an example, consider the bar chart in Figure 2. The formulation from [10] with an 8-units 1-hour instance has been programmed in order to obtain the price under two approaches: using a standard LR algorithm (LR-Price) and relaxing the binary variables (LP-Price). The demand is the 75% of system capacity. The observed payments difference can be explained due to the absent of an exact convex hull formulation. It is worth noting that the exclusion of ramping constraints in the formulation led to the same price with both approaches.

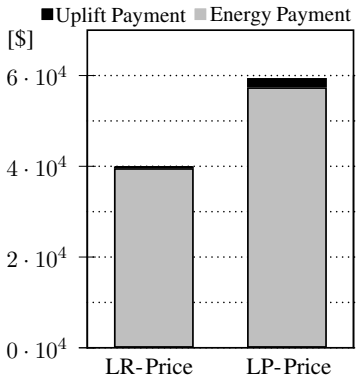


Fig. 2: Energy and uplift payments according to pricing method.

In this work we solve the CHP problem exploring a primal-dual approach not addressed previously in the literature. We use an acyclic network-flow formulation with semi-continuous variables to represent the units feasible operations set Π_g. A network approach allows straightforward inclusion of additional constraints making the proposed formulation more flexbile than its compact counterparts. Furthermore, it is well known that network flow constraints define a polyhedron which matrix is totally unimodular [17], so it is possible to solve the linear relaxation of the proposed formulation obtaining integral solutions in a lagrangian relaxation framework. We solve the proposed model by means of a Bienstock-Zuckerberg (BZ) type algorithm [18], which leads to a convenient update of the multipliers avoiding the traditional subgradient method. The remainder of this abstract is as follows: in section II we state the proposed formulation and in section III we explain the algorithm.

II. Model Formulation

A. Graph

The set of feasible operation for an unit is represented using acyclic networks, based on the graph presented in [19]. As an example, consider the network in Figure 3, where a scheduling program stands out. It is worth noting the existence of on/off states labeled with a number that indicates the periods of time in these state. In the showed scheduling, the unit initiates three períods off. The unit startup is in the first period. The minimum on/off time is three periods of time.

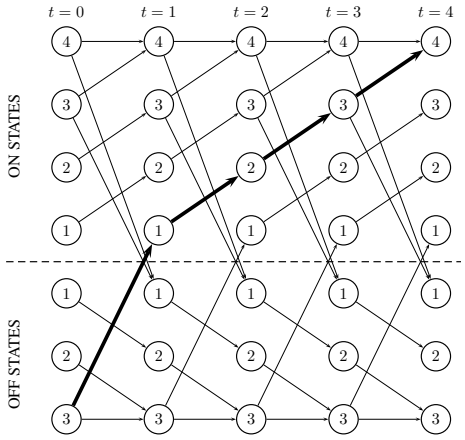


Fig. 3: Network example: $T^U_{min} = 3$, $T^D_{min} = 3$.

B. Network Flow Formulation

For each unit $g \in \mathcal{G}$ consider the following notation: $\mathcal{V}_g$ and $\mathcal{E}_g$ are the set of nodes and arcs respectively, where the last is conveniently partitioned in subsets of arcs reaching period t, $\mathcal{E}_g(t)$. The binary vector x is related to scheduling while the continuous non-negative vector y is related to dispatch by means of an easy linear transformation. The vectors c, d, p and q are preprocessed parameters. In adittion, the sets $\delta^+(i), \delta^-(i)$ are defined to represent subsets of arcs that come in and come out, respectively, from the node $i \in \mathcal{V}$. The network optimal solution involves finding the lowest cost path from a previously defined node. The network flow formulation can be stated as follows:

$$\min \quad \sum_{g\in\mathcal{G}} \sum_{e\in\mathcal{E}_g} (c_e x_e + f_e y_e) \qquad \text{s.t.} \tag{4}$$

$$\sum_{g\in\mathcal{G}} \sum_{e\in\mathcal{E}_g(t)} (p_e x_e + q_e y_e) \;=\; d_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \tag{5}$$

$$\sum_{e\in\delta^-(i)} x_e - \sum_{e\in\delta^+(i)} x_e \;=\; b_{gi} \quad \forall i \in \mathcal{V}_g,\, \forall g \in \mathcal{G} \tag{6}$$

$$0 \;\le\; y_e \;\le\; x_e \quad \forall e \in \mathcal{E}_g,\, \forall g \in \mathcal{G} \tag{7}$$

$$x_e \;\in\; \{0,1\} \quad \forall e \in \mathcal{E}_g,\, \forall g \in \mathcal{G} \tag{8}$$

The equation (5) is the demand or system-wide constraint that groups all networks. The coefficient vectors a,b make equivalent the network flow variables with the demand parameter. The equation (6) is the flow constraint in which the parameter b only takes the value one at the states of the zero period and last period. Finally, the equation (7) binary bounds the continuous variable.

III. Solution Approach

A. Algorithm

In order to explain the BZ algorithm, consider the following matrix formulation of the problem (4)-(8), where the binary variable has been continuously relaxed, i.e., $\mathrm{x} \in [0,1]^N$.

$$\mathbf{P1}: \quad \min \quad \mathrm{c}^T\mathrm{x} + \mathrm{f}^T\mathrm{y} \tag{9}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathrm{Px} + \mathrm{Qy} = \mathrm{d} \quad (\lambda) \tag{10}$$

$$\mathrm{Ax} = \mathrm{b} \tag{11}$$

$$0 \leq \mathrm{y} \leq \mathrm{x} \tag{12}$$

The lagrangian relaxation of the problem **P1** is obtained using multipliers (λ) to dualize the the system-wide constraint (10). The relaxed problem can be stated as follows:

$$\mathbf{P1}(\lambda): \quad \min \quad \mathrm{c}^T\mathrm{x} + \mathrm{f}^T\mathrm{y} + \lambda^T(\mathrm{d} - \mathrm{Px} - \mathrm{Qy}) \tag{13}$$

$$\text{s.t.} \quad (11),\ (12)$$

Despite the semi-continuous constraint (12), the integrity property is preserved in the problem $\mathbf{P1}(\lambda)$. The integral solution of this relaxed problem is used to generate a matrix H, which constrains the problem **P1** in order to make it simpler and update the dual variables (λ) in a convenient direction. The constrained problem can be formulated as follows:

$$\mathbf{P1}(\mathrm{H}): \quad \min \quad \mathrm{c}^T\mathrm{x} + \mathrm{f}^T\mathrm{y}$$

$$\text{s.t.} \quad (10),\ (11),\ (12)$$

$$\mathrm{Hx} = 0 \tag{14}$$

Let $\mathcal{N} = \{1, ..., N\}$ be a set in which N is the dimension of vector $\mathbf{x}$. Let I^r be a subset or partition of the set $\mathcal{N}$ and let R be the set of partitions such that $\mathcal{N} \equiv \cup_{r \in R} I^r$. Then, the (0,-1,1) components of the H matrix are determined so that:

$$x_i - x_j = 0 \quad \forall\, i, j \in I^r,\ \forall\, r \in R$$

In summary, the H matrix groups components of the vector x to constrain the problem. By imposing this constraints in problem **P1**, it is possible to get new dual values from constraint (10) solving a primal problem. The pseudocode of the BZ algorithm used in this work is presented in algorithm 1. A formal description and details of the general BZ algorithm can be found in [18], [20].

Algorithm 1: BZ algorithm.

1 Let $k = 0$, $\lambda^{(k)} = 0$, $\mathcal{N}^{(k)} = \{I^1\}$, where $I^1 = \{1, ..., N\}$.
2 Solve $\mathbf{P1}(\lambda^{(k)})$. Let $\bar{x}$ optimal solution, then:
$N^1 = \{i : \bar{x}_i = 1\},\ N^0 = \{i : \bar{x}_i = 0\}$
3 Partition $\mathcal{N}^{(k)} \leftarrow \{I^r \cap N^1,\ I^r \cap N^0 : I^r \in \mathcal{N}^{(k)}\}$
Generate $\mathrm{H}^{(k)}\mathrm{x} = 0$ such that $x_i = x_j\ i, j \in I^r\ \forall r$
4 Solve $\mathbf{P1}(\mathrm{H}^{(k)})$. Let $\bar{\lambda}$ optimal dual variable:
If $\mathbf{P1}(\mathrm{H}^{(k)}) \equiv \mathbf{P1}(\lambda^{(k)})$ then STOP.
Else, $k \leftarrow k + 1$, $\lambda^{(k)} = \bar{\lambda}$, return to step 2.

References

[1] R. P. O'Neill, P. M. Sotkiewicz, B. F. Hobbs, M. H. Rothkopf, and W. R. Stewart, "Efficient market-clearing prices in markets with nonconvexities," *European journal of operational research*, vol. 164, no. 1, pp. 269–285, 2005.

[2] A. L. Motto and F. D. Galiana, "Equilibrium of auction markets with unit commitment: The need for augmented pricing," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 3, pp. 798–805, 2002.

[3] W. W. Hogan and B. J. Ring, "On minimum-uplift pricing for electricity markets," *Electricity Policy Group*, 2003.

[4] D. Huppmann and S. Siddiqui, "An exact solution method for binary equilibrium problems with compensation and the power market uplift problem," 2015.

[5] B. Zhang, P. B. Luh, E. Litvinov, T. Zheng, and F. Zhao, "On reducing uplift payment in electricity markets," in *Power Systems Conference and Exposition, 2009. PSCE'09. IEEE/PES*. IEEE, 2009, pp. 1–7.

[6] N. Li and K. W. Hedman, "Economic assessment of energy storage in systems with high levels of renewable resources," *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 6, no. 3, pp. 1103–1111, 2015.

[7] W. Steggals, R. Gross, and P. Heptonstall, "Winds of change: How high wind penetrations will affect investment incentives in the gb electricity sector," *Energy Policy*, vol. 39, no. 3, pp. 1389–1396, 2011.

[8] C. Vergara, "Efecto del mínimo técnico de unidades generadoras en el cálculo del costo marginal de corto plazo sobre la señal de inversión de largo plazo," 2016, undergraduate thesis.

[9] P. R. Gribik, W. W. Hogan, and S. L. Pope, "Market-clearing electricity prices and energy uplift," *Cambridge, MA*, 2007.

[10] G. Morales-España, J. M. Latorre, and A. Ramos, "Tight and compact milp formulation for the thermal unit commitment problem," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 4897–4908, 2013.

[11] C. Wang, T. Peng, P. B. Luh, P. Gribik, and L. Zhang, "The subgradient simplex cutting plane method for extended locational marginal prices," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 3, pp. 2758–2767, 2013.

[12] G. Wang, U. V. Shanbhag, T. Zheng, E. Litvinov, and S. Meyn, "An extreme-point subdifferential method for convex hull pricing in energy and reserve markets—part i: Algorithm structure," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 3, pp. 2111–2120, 2013.

[13] B. Hua and R. Baldick, "A convex primal formulation for convex hull pricing," *IEEE Transactions on Power Systems*, 2016.

[14] D. A. Schiro, T. Zheng, F. Zhao, and E. Litvinov, "Convex hull pricing in electricity markets: Formulation, analysis, and implementation challenges," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 5, pp. 4068–4075, 2016.

[15] G. Morales-España, C. Gentile, and A. Ramos, "Tight mip formulations of the power-based unit commitment problem," *OR spectrum*, vol. 37, no. 4, pp. 929–950, 2015.

[16] K. Pan and Y. Guan, "A polyhedral study of the integrated minimum-up/-down time and ramping polytope," *arXiv preprint arXiv:1604.02184*, 2016.

[17] G. Nemhauser and L. Wolsey, *Integer and Combinatorial Optimization*. Wiley, 1988.

[18] D. Bienstock and M. Zuckerberg, "A new lp algorithm for precedence constrained production scheduling," *Optimization Online*, pp. 1–33, 2015.

[19] X. Guan, P. B. Luh, H. Yan, and J. Amalfi, "An optimization-based method for unit commitment," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 14, no. 1, pp. 9–17, 1992.

[20] G. Munoz, D. Espinoza, M. Goycoolea, E. Moreno, M. Queyranne, and O. Rivera, "A study of the bienstock-zuckerberg algorithm," *arXiv preprint arXiv:1607.01104*, 2016.

Session TA2
OR Models and Applications in Transportation II

- *A Compressed Sensing approach to traffic speed estimation*; Hasson, David; Ordóñez, Fernando.
- *Nuevas desigualdades válidas que fortalecen la relajación lineal del Problema del Reparador Viajero*; Obreque, Carlos; Cornejo, Óscar; Rebolledo, Rodrigo; Aguayo, Maichel.
- *Un Algoritmo heurístico para localización y ruteo de reciclaje*; Flores, José; Gatica, Gustavo; Escobar, John W.; Linfati, Rodrigo.
- *Preprocesamiento de velocidades para despachos realistas en bomberos de Santiago*; Ordóñez, Fernando; Beltran, Cristobal; Sarmiento, Pablo.

A Compressed Sensing approach to traffic speed estimation

David Hasson
Departamento de Ingeniería Industrial &
Departamento de Matemática
Universidad de Chile
Santiago, Chile
Email: dhasson@dim.uchile.cl

Fernando Ordóñez
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile
Santiago, Chile
Email: fordon@dii.uchile.cl

***Abstract*—In this work we develop a mathematical model for the estimation of current travel times on the streets of a city based on historical information and a limited sample of real-time travel times. Our approach is based on the emerging field of Compressed Sensing (CS). We present some results regarding CS to sample transit speeds and infer the speed profile of the whole city. This work is motivated by an applied project of emergency vehicle routing in a large street network.**

I. Introduction

COMMANDER is a software created by researchers at Universidad de Chile to improve the response of firefighters in case of an emergency. It allows the user to determine the fire stations from which one would arrive faster to an emergency, using transit information instead of closeness. The Santiago Fire Department (Cuerpo de Bomberos de Santiago) has been using this tool since December 2012, decreasing emergency response times in up to 40%.

COMMANDER is based on average (historical) speeds for the streets of Santiago, i.e., it considers fixed travel times in 48 30-minute intervals throughout the day. It is desirable to modify the model, supplementing historical information with real-time information, ideally by incorporating uncertainty, considering travel time distributions rather than fixed values. An advantage of this approach is that one can use algorithms that prioritize paths based on risk measures. To meet the above challenges, the project *Respuesta Automatizada para Inteligencia en Despachos Online* (RAPIDO) emerged. The aim is to use online information to estimate speeds in the short term. In particular, it is desirable to know how the current state of the network will evolve in the next few minutes.

A great drawback in the previous situation is that the network representing Santiago is large, so that measuring many speeds in real time is expensive and impractical. In addition, time to run the entire program and deliver the response to the fire department is scarce. Therefore, one would want to spend little time on measurements. Besides that, it is very unlikely that we could gather real-time information for every street anytime we want. To address this situation, we could think about measuring travel times only in some parts of the graph, and take advantage of the structure of the problem into our models. Relevant aspects to take into account are that data is not arbitrary but can be modelled by a directed graph, and that there are spatio-temporal correlations between streets [1], [2].

The objective of this work is to develop a mathematical model to estimate current transit speeds on the streets of Santiago based on a limited knowledge of current speeds and information on historical speed distributions. Along this work we will assume that we are given data that can be encoded into a directed graph with the length and average speed of every street segment on its corresponding arc. For our first experiments, only one time interval will be considered, while in a future setting the speeds at different intervals will be taken into account, e.g. to find sparse bases for different time periods on which one would expect traffic to behave in a different manner (like morning peak or night).

II. Sparsity and Compressed Sensing

A signal over a graph G corresponds to information located on its nodes, that is, a function $f : V(G) \mapsto \mathbb{R}$. As an arbitrary graph corresponds to an irregular domain, it is not trivial to extend or apply the classic methods of signal processing. A key concept is *compressibility*, i.e., the ability to represent a signal on a basis where it is sparse, in the sense that many of its components are zero or negligible. There are several proposals for sparse representation of graph signals in the literature, usually trying to create analogues to the Wavelet Transform, motivated by its simplicity and successful applications in image and signal processing. Among the multiple alternatives, two main paradigms for multilevel analysis (wavelet-like) can be found, following the ideas of seminal work on Haar-like Wavelets [3] and Spectral Wavelets [4], respectively.

Compressed Sensing (CS) is a novel research area that states a rather surprising fact: high-dimensional signals which allow a sparse representation by a suitable basis can be recovered from highly incomplete linear measurements by using efficient algorithms [5]. Proposed a little more than a decade ago in [6] and [7], CS has already been applied in several disciplines such as astronomy, medicine and seismology. The key idea of Compressed Sensing is to recover a sparse signal from very few non-adaptive, linear measurements by convex optimization. CS states that it's possible to recover the original signal

perfectly, or with a small error, by imposing certain conditions on the signal structure and acquisition process.

Let $x \in \mathbb{R}^n$ be a signal of interest. We assume that it is sparse, or that there exists an orthonormal basis or a frame Φ such that $x = \Phi\alpha$ where α is sparse. Let Ψ be an $m \times n$ matrix, usually called sensing or measurement matrix, with $m < n$. The Compressed Sensing problem can be stated as follows: *Recover x from knowledge of $y = \Psi x$,* or *recover α (and therefore x) from knowledge of $y = \Psi\Phi\alpha$.* In both cases we face an underdetermined system of linear equations, but we know more: the vector to be recovered must be sparse.[1] The reconstruction problem can be stated as minimizing model complexity (quantified in terms of sparsity) subject to data consistency:

$$\begin{aligned} \min_{\alpha} \quad & \|\alpha\|_0 \\ \text{s.t.} \quad & \Psi\Phi\alpha = y. \end{aligned} \tag{1}$$

where $\|\alpha\|_0 = |\{i : \alpha_i \neq 0\}|$ and Φ is the basis for the (invertible) transform that sparsifies the signal.

It's intuitive that if the signal $\alpha \in \mathbb{R}^n$ has $k \ll n$ nonzero coordinates, then it should have k degrees of freedom instead of n. In principle, less than n measurements should suffice to recover α. This is the essence behind CS: we only need a number of (linear) measurements proportional to the compressed size of the signal. This is useful when it is expensive or impossible to acquire and store the entire signal. Problem 1 is NP-hard. Fortunately, under certain conditions it is possible to accurately recover the signal - with high probability - by solving the convex problem [6], [7]:

$$\begin{aligned} \min_{\alpha} \quad & \|\alpha\|_1 := \sum_{i=1}^{n} |\alpha_i| \\ \text{s.t.} \quad & \Psi\Phi\alpha = y. \end{aligned} \tag{2}$$

Note that this noise-free model can be solved efficiently, for example by reformulating it as a linear program (LP). In CS, recoverability results are generally related to the concept of coherence. Let $A = (a_i)_{i=1}^n$ be an $m \times n$ matrix. Then its *mutual coherence* [5] is defined as $\mu(A) = \max_{i \neq j} \frac{|\langle a_i, a_j \rangle|}{\|a_i\|_2 \|a_j\|_2}$. It's clear by the Cauchy-Schwarz inequality that the mutual coherence of a matrix can be at most 1. The Welch bound [5] gives us a lower bound, obtaining $\sqrt{\frac{n-m}{m(n-1)}} \leq \mu(A) \leq 1$.

III. Methodology

Let x be a vector with the speeds at every arc, using an arbitrary ordering. To use one of the available bases on our data, first it has to be represented on an undirected weighted graph where the signal is defined over nodes. To achieve this, we take the original directed graph G and compute its line graph $L(G)$, and then eliminate directions from $L(G)$'s arcs. In the case of parallel edges, we eliminate both. On this new graph, which we may call H, street segments are associated to $V(H)$, and an edge exists between 2 nodes if and only if the corresponding streets are consecutive arcs in G (excluding cycles of length 2, as it's not likely that there's correlation between a street segment in the opposed directions). This kind of construction is frequent in Graph Signal Processing when the signal to be analyzed is defined over edges of a graph.

Let α be the sparse representation of x (taken as a signal over $V(H)$) by using the Fast Sparse Wavelet Transform [8], which is obtained via sparse cuts on graphs. For this basis, wavelet coefficients can be represented in a tree-like structure, having fast decay to zero with respect to the depth levels.

The following sensing matrices $\Psi \in \mathbb{R}^{m \times n}$ will be used:

- Simple: m random rows (without reposition) of the identity matrix $I_{n \times n}$ (ie, we measure at individual streets without taking any sum).
- Normal: Gaussian i.i.d. random variables with zero mean and variance $\frac{1}{m}$.
- Bernoulli: Symmetric Bernoulli i.i.d. random variables taking values $\pm\frac{1}{\sqrt{m}}$ with probability $1/2$.
- Subsets: Bernoulli independent random variables taking value 1 with probability $p = \frac{1}{max\{i,j\}}$, where i is the index of the street in the coordinates of x and j the index of the rows of the sampling matrix.

The first sampling scheme is uniform sampling, while the second and third one take averages of all the information and are known to satisfy properties for successful CS. The last sampling scheme was inspired on nonuniform multilevel sampling and asymptotic sparsity, novel concepts coined in [9] - a recent work that develops a new theory for Compressed Sensing, acquainting for more specific reconstruction results and a more flexible sensing matrix design - and leads to a very practical and effective approach. It can be interpreted as measuring averages of only some streets.

IV. Results and discussion

For the experiments, we used the equilibrium flows for the Anaheim graph available at the Transportation Networks repository.[2] This network has 914 arcs. We used an academic license of Gurobi for our experiments, in each case 50 simulations were executed and we present their average performance. The Mean Absolute Percentage Error (MAPE) was chosen as evaluation criterion, to take into accuont that for example an error of 5 km/h is not the same for a speed of 60 km/h than for one of 10 km/h. See figure 1 for results. Note that for small sampling matrices the designed sparse sensing approach performed better than the stochastic (Gaussian and Bernoulli) matrices. In our experiments, the mutual coherence of $A := \Psi\Phi$ for this kind of sampling matrix was usually 1, the worst possible value, but it still got results near to those of stochastic matrices.

Sparse measurement matrices are convenient for realistic applications of Compressed Sensing, because in a large scale instance the sensing matrix and optimization-reconstruction could deliver an intensive use of computational resources (which in our case could be impermissible, as fast response times are needed). This was already analyzed in [9], where

[1] However, we do not know the support of this vector, had it been the case the solution could be easily obtained.

[2] https://github.com/bstabler/TransportationNetworks/

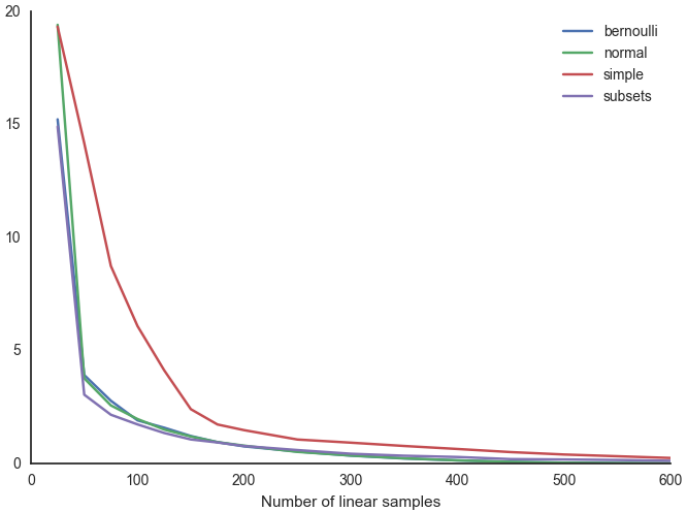


Fig. 1. Average MAPE (%) by increasing matrix size, for the different sampling matrices.

# of linear measurements (rows of Ψ)	min	avg	max
25	8.86	10.89	12.91
50	15.65	18.18803	20.46
75	21.88	24.00	27.68
100	26.04	28.972	32.06
125	30.96	33.47	36.87
150	34.141	37.38	40.59
175	36.43	40.59	44.20
200	40.70	44.05	47.05
250	46.50	49.659	53.06
300	50.33	54.07	57.11
350	54.92	58.42	62.36
400	58.75	61.93	65.32
450	60.50	65.22	68.93

TABLE I
% OF ARCS WHERE THE SPEEDS WERE SAMPLED FOR THE SUBSETS SAMPLING SCHEME. IN EACH CASE 100 SIMULATIONS WERE RUN.

the authors supported their theory with several examples, designing sampling schemes that outperformed random matrices. If we know the sparse representation better, we can design sensing matrices that outperform the dense Gaussian and Bernoulli matrices. In this case, more than just sparsity, we know about fast coefficient decay over a tree structure, as was mentioned previously.

Moreover, sparse measurement matrices are interesting for our purpose, as we would like to undersample speeds. When we use the classic random measurement matrices, usually we are not discarding information about traffic speeds, because we could use them all when computing the linear combinations. To close this section, in table I we summarize some results regarding the undersampling rate of the sparse sensing matrix we designed. We note that in general, the majority of the sampled speeds will be used at most by one linear combination (by a simple probabilistic argument). This opens the question whether some (or many) of this arcs are really providing relevant information for the reconstruction. Thus, we could get better by designing schemes that follow multilevel sampling.

V. CONCLUSIONS

We have done some experiments regarding CS under an adequate basis, designing a sparse sensing matrix to undersample in the speed (original) domain. We obtained relatively promising results on this matter.

Several improvements and future steps can be acknowledged. First, to study the sparsity in levels of the representation, creating sampling schemes aligned with the reconstruction guarantee results of [9]. Second, to start working with real large-scale data from Santiago. Third, we want to evaluate the use of more complex constructions, where an arc between two nodes exists not only if the respective street segments are adjacent, but also if historical patterns show correlation between their speeds. This could improve results in terms of function regularity along the graph, and therefore, compression. Works in the literature tend to emphasize that better compression can be obtained if closeness on the graph is related to some notion of correlation or similarity of the value of the signal on the corresponding nodes (i.e., streets).

Besides this, [3] presents a method to estimate a function from its values on a restricted subset of the domain, when we know a tree-like representation for it. In addition, the authors give a theoretical bound for the reconstruction guarantee of this method. This methodology could be implemented as a procedure to compare and compete with Compressed Sensing.

Finally, we would like to evaluate the use of CS for the estimation of future travel time distributions based on historical distributions and limited real-time information.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank funding from CONICYT through FONDEF IT15I10050 and Arlei Silva for making code for the Sparse Wavelet Transform available on GitHub.

REFERENCES

[1] W. Min and L. Wynter, "Real-time road traffic prediction with spatio-temporal correlations," *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 19, no. 4, pp. 606–616, 2011.

[2] M. T. Asif, N. Mitrovic, L. Garg, J. Dauwels, and P. Jaillet, "Low-dimensional models for missing data imputation in road networks," in *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2013 IEEE International Conference on*. IEEE, 2013, pp. 3527–3531.

[3] M. Gavish, B. Nadler, and R. R. Coifman, "Multiscale wavelets on trees, graphs and high dimensional data: Theory and applications to semi supervised learning," in *Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning (ICML-10)*, 2010, pp. 367–374.

[4] D. K. Hammond, P. Vandergheynst, and R. Gribonval, "Wavelets on graphs via spectral graph theory," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 30, no. 2, pp. 129–150, 2011.

[5] G. Kutyniok, "Theory and applications of compressed sensing," *GAMM-Mitteilungen*, vol. 36, no. 1, pp. 79–101, 2013.

[6] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Transactions on information theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, 2006.

[7] E. J. Candès, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Transactions on information theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, 2006.

[8] A. Silva, X.-H. Dang, P. Basu, A. K. Singh, and A. Swami, "Graph wavelets via sparse cuts: Extended version," *arXiv preprint arXiv:1602.03320*, 2016.

[9] B. Adcock, A. C. Hansen, C. Poon, and B. Roman, "Breaking the coherence barrier: A new theory for compressed sensing," in *Forum of Mathematics, Sigma*, vol. 5. Cambridge University Press, 2017.

Nuevas Desigualdades Válidas que Fortalecen la Relajación Lineal del Problema del Reparador Viajero

Carlos Obreque N.
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad del Bío-Bío
Concepción, Chile
Email: cobreque@ubiobio.cl

Oscar Cornejo Z., Rodrigo Rebolledo V.
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad Católica de la Santísima Concepción
Concepción, Chile
Email: ocornejo@ucsc.cl, rrebolledo@ucsc.cl

Maichel Aguayo Bustos
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Concepción
Concepción, Chile
Email: maichelaguayo@udec.cl

***R*esumen—El Problema del Reparador Viajero (PRV), conocido también con el nombre de Minimum Latency Problem o Traveling Deliveryman Problem, es una variante del Problema del Vendedor Viajero en el cual un reparador, que sale del depósito, tiene que visitar un conjunto de clientes una sola vez y retornar al mismo depósito. El objetivo es minimizar la suma de los tiempos de espera de los clientes que se localizan en los nodos de un grafo completo. En este trabajo se presentan nuevas desigualdades válidas para una formulación de programación lineal entera diferente a las formulaciones existentes para este problema. A través de un conjunto de instancias test creadas por los autores y otras que se encuentran en la biblioteca TSPLIB se muestra la eficiencia de estas desigualdades y los resultados se comparan con los obtenidos con otras formulaciones conocidas de la literatura. Las experiencias computacionales son implementadas en C++ con Cplex.**

Palabras claves— Programación lineal entera; TSP; Desigualdades válidas.

Un Modelo de Programación Entera Mixta para localización y ruteo de productos reciclables

José Flores
Ingeniería Civil Informática
Universidad Andres Bello
Santiago de Chile, Chile
Email: j.florescarrasco@uandresbello.edu

Gustavo Gatica
Dr. Ciencias de la Ingeniería
Universidad Andres Bello
Universidad de Santiago de Chile
Santiago de Chile, Chile
Email: ggatica@unab.cl

John Willmer Escobar
Dr. Investigación de Operaciones
Universidad Javeriana de Cali
Santiago de Cali, Colombia
Email: jwescobar@javerianacali.edu.co

Rodrigo Linfati
Dr. Investigación de Operaciones
Universidad del Bío - Bío
Concepción, Chile
Email: rlinfati@ubiobio.cl

Resumen*—La recolección de residuos es uno de los procesos más importantes en las principales urbes; su volumen actual obliga a los gobiernos, tanto locales como nacionales, a establecer medidas eficientes para satisfacer la oferta de recolección. Sobre el 70 % de los residuos puede ser reciclado, y así reducir lo enviado a basurales y/o vertederos. Para reciclar, es necesario identificar los centros de acopio, las rutas que han de seguir ya sea los recolectores menores y/o los vehículos, el día en específico de la recolección y los volúmenes de residuos. Adicionalmente, debe existir gestión del cambio, con el objeto de contribuir en la cultura del reciclaje. El problema en la literatura se ha modelado matemáticamente, sin embargo, adolecen de la diferenciación del tipo de residuo reciclable, día de la recolección, y lo estocástico de la oferta. El problema que más se asemeja a la problemática, es el *periodic location-routing problem*, donde se han aplicado algoritmos exactos, simulación Montecarlo, y algunos complejos métodos heurísticos, sin embargo, los datos de prueba, para instancias en las ciudades, no son públicos al ser información reservada de algunas empresas de reciclado. Por lo anterior, se propone un modelo matemático basado en programación entera mixta, para contribuir en la resolución del problema que identifica los centros de acopio, los tipos de contenedores por producto, día de recolección y, posterior ruteo a realizar. Se establecen diversos conjuntos, que dan flexibilidad al modelo, y cubren apropiadamente la estocasticidad de la oferta. El Caso de Estudio es NP-Hard, por ello para su resolución requiere de algoritmos heurísticos que permitan generar soluciones factibles en un bajo tiempo computacional. La propuesta ha sido validada con instancias obtenidas luego de un riguroso proceso de observación en el piloto Santiago Limpio. Los resultados son auspiciosos, se generó un conjunto de datos significativo de clientes, se generaron ofertas, y se trabajó con una flota homogénea. El modelo y la técnica de solución son escalables y extendibles, se obtienen soluciones suboptimables de calidad en bajo tiempo computacional.

I. Introducción

La recolección de residuos, es un proceso clave para la calidad de vida, por contribuir en evitar problemas de salud y medioambientales. Los residuos, demandan una apropiada gestión, sin embargo, el reciclaje proporciona beneficios al reducir significativamente la cantidad de residuos en un basural o vertedero como destino final. La problemática es tendencia mundial, ejemplo de ello es el Acuerdo de París, cuyo objetivo concreto es limitar el aumento de la temperatura global de 1,5 grados Celsius [1], sin embargo, este acuerdo ha sufrido un duro revés con la salida de E.E.U.U.[2]. Para un reciclaje efectivo, deben existir centros de acopio destinados a la actividad del reciclaje y contenedores donde son depositados los desechos a reciclar. En el presente estudio, se denominan a los centros de acopio depósitos y a los contenedores clientes. Se considera, que existen siete tipos de clientes, en una coordenada geográfica, vidrio, pilas, cartón y papel, plástico, maderas, orgánicos y residuos de aparatos electrónicos y electrónicos (RAEE, por sus siglas en español) y los depósitos podrán recibir cualquiera de los siete tipos de residuos.

Las técnicas empleadas consideran algunas ideas anteriores, los resultados obtenidos son prometedores dado que son escalables en la literatura, el problema se aproxima al *Periodic Location-Routing Problem*, propuesto por Prodhon [3], donde se implementó una metaheurística iterativa basada en el algoritmo extendido de Clark y Wright aleatorizado (RECWA, por sus siglas en inglés), donde lo aplica a los tres niveles de decisión del PLRP: localización de los depósitos, combinación de asignaciones de días y el ruteo de los vehículos. Luego es mejorado con búsquedas locales.

Prodhon [4], implementa un algoritmo memético con administración de población (MA—PM, por sus siglas en inglés) para el PLRP. Prodhon [5] aplica nuevamente un algoritmo evolutivo, pero en esta ocasión con búsqueda local, es decir, una búsqueda local evolutiva (ELS, por sus siglas en inglés) en conjunto con reencaminamiento de camino (PR, por sus siglas en inglés) como método de post-optimización.

Prikwiser y Raidl [6] presentaron su heurística, basada

en búsqueda en vecindarios variables, asociado con procedimientos de búsquedas de vecindarios muy grandes (VLNS, por sus siglas en inglés), basado en programación lineal entera (ILP, por sus siglas en inglés), con en el fin aplicarlo al PLRP.

Finalmente, en Prodhon [7], aplica un algoritmo evolutivo híbrido, donde vuelve a hacer uso de RECWA para el PLRP.

En el presente artículo, se presenta una generalización del modelo matemático de Prodhon [7] y la implementación de un algoritmo heurístico, que consume un archivo que contenga los clientes, con los días que deben ser servidos, los depósitos con su conjunto de vehículos y las distancias tanto entre clientes y depósitos.

La recolección se realizará por medio de vehículos homogéneos, pertenecientes a un depósito en particular (punto de inicio), que recorrerá un conjunto de clientes y retorna a su depósito. Se busca dar una solución, a través de la generación de una ruta inicial, que luego a partir de ella se irán construyendo nuevas rutas o continuar la ya existente.

El articulo se compone de tres secciones, en las sección de materiales y métodos, se describe las especificaciones en la que se implementa el algoritmo, a su vez que se presenta el modelo matemático del problema. La tercera, metodología empleada, se describen las instancias utilizadas, la aplicación de AMPL [8] y la implementación de la heurística.

II. Materiales y Métodos

Para el escenario base de la implementación del algoritmo, se ha de establecer un conjunto de depósitos, correspondientes a los centros de acopio encargados del reciclaje, donde cada depósito tendrá asignado un conjunto de vehículos encargados de la recolección. Se realizan supuestos para abordar la problemática, donde se contempla un rango entre los 100 y 1000 clientes o contenedores. Cada cliente tiene una ubicación determinada, independiente del tipo de residuo, un cliente puede compartir una misma coordenada y un conjunto de clientes puede representar a una sola entidad. Se establecen k depósitos para recibir la carga de los vehículos. Los depósitos cuentan con capacidad ilimitada, un vehículo puede recorrer un conjunto de clientes en un día del horizonte, mientras no se complete su carga, los vehículos son homogéneos, para el costo del trayecto sólo se considera la distancia euclidiana.
Se tiene por objetivo determinar las rutas que pueden cubrir la demanda de todos los clientes en un horizonte de días H, con el mínimo costo de viaje. Matemáticamente se presenta un grafo completo no dirigido $G = \{U, E\}$, donde U es el conjunto de todos los clientes y depósitos y E el conjunto de aristas del grafo. U puede ser particionado en los subconjuntos $D = \{1, 2, \ldots, p\}$ de los depósitos totales $V_u = \{I_u, J_u\}$ $u = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ (1: Cartón y , 2: Vidrio, 3: pilas, 4: plástico, 5: RAEE, 6: Madera, 7: Orgánicos) que a su vez cada V_u tiene los subconjuntos, $I_u = \{1, 2, \ldots, n\}$ de depósitos y $J_u = \{1, 2, \ldots, m\}$ de clientes exclusivos por cada desecho, cada cliente tiene una demanda no negativa d_j. Se dispone de k vehículos de capacidad Q_u, siendo u el tipo de residuo que se va recoger, pertenecientes a un depósito $j \in J$. Cada arco $i, j \in E$ $(i, j \in U)$ tiene asociado un costo c_{ij} y cada depósito $j \in D$ tiene un costo asociado de apertura R_i.
Adicionalmente, se deben cumplir con cinco restricciones:

- Cada ruta debe iniciar y terminar en el mismo depósito.
- Cada cliente debe ser visitado sólo una vez durante un día del horizonte, pero puede ser servido más de un día del horizonte.
- La demanda total de una ruta no debe superar la capacidad del vehículo.
- El número de rutas asociadas a un depósito no debe superar la cantidad de vehículos k asociadas.

II-A. Modelo matemático del problema

Para la definición del problema antes planteada, se define $x_{ijkl} = 1$, si se recorre desde el vértice i hasta el vértice j, independiente si es cliente o depósito, por el vehículo k, durante el día l, 0 si no. $f_{ij} = 1$, si el cliente i es asignado al depósito j, 0 en otro caso. b_{ir}, si un combinación r es asignada al cliente i, 0 en otro caso. $a_{rl} = 1$, si el día l pertenece a la combinación r, 0 en otro caso. $y_i = 1$, si el depósito i es abierto.

$$minz = \sum_{i \in D} R_i y_i + \sum_{V_u \in U} \left(\sum_{i \in V_u} \sum_{j \in V_u} \sum_{k \in K} \sum_{l \in H} c_{ij} x_{ijkl} \right) + \sum_{i \in D} FT_i \quad (1)$$

s.a.

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in D} x_{ijkl} \leq T_j \quad \forall l \in H,\ \forall i \in I_u,\ \forall I_u \in U \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V_u} x_{ijkl} - \sum_{h \in V_u} x_{hikl} = 0 \quad \forall k \in K,\ \forall i \in V_u,\ \forall l \in H,\ \forall V_u \in U \quad (3)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijkl} \leq |S| - 1 \quad \forall S \in \subseteq I_u,\ \forall k \in K,\ \forall l \in H,\ \forall V_u \in U \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J_u} \sum_{i \in V_u} d_{jlr} x_{ijkl} \leq Q_u \quad \forall k \in K,\ \forall l \in H,\ \forall r \in Comb_u,\ \forall V_u \in U \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I_u} \sum_{j \in J_u} x_{ijkl} \leq 1 \quad \forall k \in K,\ \forall l \in H,\ \forall J_u, I_u \in U \quad (6)$$

$$\sum_{u \in J_u} x_{iukl} + \sum_{u \in V_u \setminus \{j\}} x_{ujkl} \leq 1 + f_{ij} \forall i \in I_u,\ \forall j \in J_u,\ \forall k \in K,\ \forall l \in H,\ \forall I_u, J_u \in V_u,\ \forall V_u \in U \quad (7)$$

$$\sum_{r \in Comb_u} b_{ir} = 1 \quad \forall i \in I_u,\ \forall I_u \in U \quad (8)$$

$$\sum_{i \in V_u} \sum_{k \in K} x_{ijkl} - \sum_{r \in Comb_u} b_{ir} a_{rl} = 0 \quad \forall j \in J_u,\ \forall l \in H,\ \forall J_u \in V_u,\ \forall V_u \in U \quad (9)$$

$$x_{ijkl} \in \{0,1\} \quad \forall i \in V_u,\ \forall j \in J_u,\ \forall k \in K,\ \forall l \in H, \forall V_u \in U \quad (10)$$

$$f_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I_u,\ \forall j \in J_u,\ \forall I_u, J_u \in V_u,\ \forall V_u \in U \quad (11)$$

$$b_{ir} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I_u,\ \forall r \in Comb_u \quad (12)$$

$$a_{rl} \in \{0,1\} \quad \forall r \in Comb_u,\ \forall l \in H \quad (13)$$

$$T_i \in \aleph \quad \forall j \in J_u \quad (14)$$

La función objetivo (1), minimiza los costos fijos de la apertura de los depósitos, los costos de recogida de los clientes y los costos fijos de utilizar los vehículos. La restricción (2) está unida a la función objetivo, en donde los vehículos involucrados es la suma de todos los depósitos abiertos del máximo número de vehículos asignados durante el horizonte. La restricción (3) establece que el vehículo retorne al depósito de inicio y que la ruta sea continua. La restricción (4) es el estándar de eliminación de los subtour que evita rutas cíclicas entre clientes. La restricción con respecto a la capacidad del vehículo es satisfecha por la restricción (5), donde la suma de las demandas de los clientes no debe superar la capacidad del vehículo. La restricción (6) establece que un vehículo sólo recorrerá una vez cada punto de la ruta. La restricción (7), especifica que un cliente sólo puede ser asignado si una ruta los conecta. La restricción (8) especifica que cada cliente sólo dispondrá una combinación de días en que será servido, mientras que la (9) establece que sólo será servido un día de esa combinación. Las restricciones de la (10) a la (14), establecen al naturaleza binaria o entera de las variables de decisión.

III. Metodología Empleada

Se presenta la metodología que tiene como primera etapa, se identifican los tipos de residuos reciclables, aplicando la normativa Chilena de la Ley Responsabilidad Extendida del Productor o Ley REP[9], con lo que se consideró los residuos de vidrio, plástico, cartón, pilas, RAEE, maderas y orgánicos. Como consecuencia, se identifican siete tipos de clientes, que presentarán un oferta exclusiva de cada residuo. Como segunda etapa, se adapta el modelo matemático para que se aplique según siete tipos de desechos, para ello se generan un conjunto de clientes para cada uno.

Como tercera etapa, se aplica AMPL[8] al modelo antes descrito, en conjunto con NEOS SERVER[10]. Con este propósito, se generan instancias para las pruebas del modelo y así validarlo, dando como resultado soluciones exactas y calcular cotas inferiores del problema.

Como cuarta etapa, se generan instancias para la aplicación de un algoritmo heurístico.

IV. Conclusiones y trabajos futuros

El trabajo del reciclaje aún se considera una actividad en desarrollo donde surgen nuevas técnicas y tecnologías. Sin embargo, no se discute la necesidad de expandir este proceso a la mayor cantidad de productos posible. Un problema clave en la tarea de reciclaje es al reunión y discriminación de los residuos para ser reciclados, ya que generalmente esto es llevado a cabo por iniciativas de organizaciones privadas y/o por el público en general, y no por los gobiernos que administran la recolección de desechos.

Si bien los tiempos de cómputos no son altos para la cantidad de clientes y depósitos, se observaron una gran cantidad de rutas con sólo un cliente o rutas que al unirse tienen un coste menor. Este efecto es debido a la gran cantidad de depósitos alrededor de los clientes, por lo que, a futuras mejoras del algoritmo y sus aplicaciones, se recomienda reducir el número de depósitos o que estos estén más alejados entre sí.

El algoritmo es mejorable y es buen punto de partida para encontrar soluciones factibles para instancias pequeñas. Actualmente, se trabaja en la incorporación de bibliotecas externas, para optimizar el rendimiento del algoritmo, así también la inclusión de paralelismo para las rutas de los distintos tipos de residuos. Además de la incorporación de heurísticas, de mejoras especializadas.

Como trabajos futuros, se contempla que cada vehículo, sea capaz de poder servir a clientes de distinto tipo en una misma ruta. Ya que el problema está orientado hacia el reciclaje selectivo, es necesario que cada vehículo tenga una capacidad según tipo de residuo. Esto con el fin de no limitar a las rutas, a un solo tipo de desecho.

Referencias

[1] U. N. F. C. on Climate Change, "Paris agreement," Extraído de http://unfccc.int/paris_agreement/items/9485.php, 2016.

[2] M. Shear, "Trump will withdraw u.s. from paris climate agreement," Extraído de: https://www.nytimes.com/2017/06/01/climate/trump-paris-climate-agreement.html, 2017.

[3] C. Prodhon, "An iterative metaheuristic for the periodic location-routing problem," in *Operations Research Proceedings*, N. S. Kalcsics, Jorg, Ed. Springer, 2007, p. 159–164.

[4] C. Prodhon and C. Prins, *A Memetic Algorithm with Population Management (MA—PM) for the Periodic Location-Routing Problem*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008, pp. 43–57.

[5] C. Prodhon, *An ELSxPath Relinking Hybrid for the Periodic Location-Routing Problem*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009, pp. 15–29.

[6] S. Pirkwieser and G. R. Raidl, "Variable neighborhood search coupled with ilp-based very large neighborhood searches for the (periodic) location-routing problem," in *International Workshop on Hybrid Metaheuristics*. Springer, 2010, pp. 174–189.

[7] C. Prodhon, "A hybrid evolutionary algorithm for the periodic location-routing problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 210, no. 2, 2011.

[8] R. Fourer, D. M. Gay, and B. W. Kernighan, *A modeling language for mathematical programming*. INFORMS, 1990, vol. 36, no. 5.

[9] M. del Medio Ambiente, "Ley 20.920, establece marco para la gestiÓn de residuos, la responsabilidad extendida del productor y fomento al reciclaje," Extraído de: https://www.leychile.cl/Navegar?idNorma=1090894, 2016.

[10] W. I. for Discovery, "Neos server: State-of-the-art solvers for numerical optimization," https://neos-server.org/neos/, 2017.

Preprocesamiento de velocidades para despachos realistas en bomberos de Santiago

Fernando Ordoñez
Ingenieria industrial
Universisdad de Chile
Santiago Chile
fordon@dii.uchile.cl

Cristóbal Beltrán
Ingeniería industrial
Universidad de Chile
Santiago, Chile
cristobal.beltran@ing.uchile.cl

Pablo Sarmiento
Ingeniería industrial
Universidad de Chile
Santiago, Chile
pablo.sarmiento@ug.uchile.cl

La ruta más corta que toma un carro de bomberos debe considerar aspectos de la red de transito que lo pueden hacer preferir calles grandes a calles chicas, que considera giros factibles dado el tamaño del vehículo y también la demora de cada giro dada la maniobra que debe realizarse. Estas consideraciones hacen que determinar la ruta óptima de un vehículo de bomberos a la emergencia sea más difícil que el clásico problema de caminos mínimos. En este trabajo se estudia si pre procesar velocidades y resolver el problema de camino mínimo basta para recuperar rutas realistas para vehículos de emergencia.

I. Introducción

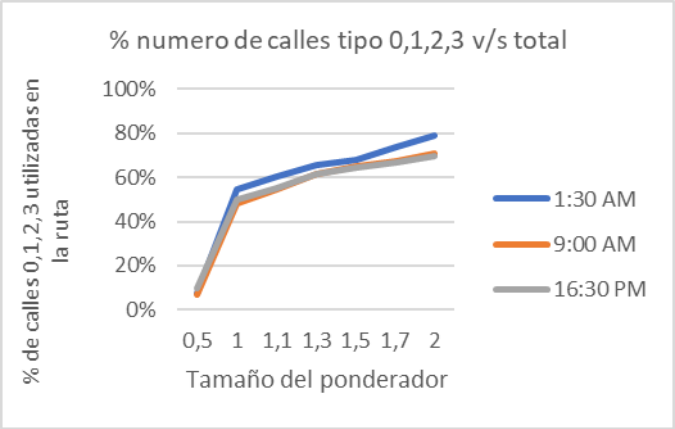
Dentro del contexto del sistema comander, sistema actualmente en uso dentro de la central de despacho del cuerpo de bomberos de Santiago y que permite a bomberos calcular tanto las rutas óptimas como las unidades a despachar dependiendo de la distancia en tiempo a una emergencia dada y estaciones habilitadas en un tiempo de cálculo de una fracción de segundo, y su actual proyecto de actualización de velocidades en tiempo real junto a Tomtom, que tiene el fin de mejorar las estimaciones de rutas más cercanas a la realidad que enfrentarán los camiones a la hora de ser despachados. Este trabajo pretende ajustar las posibles rutas obtenidas por este sistema (conander) a las utilizadas con mayor regularidad por los camiones de bomberos al dirigirse a una emergencia, considerando la principal restricción de estos que es la dificultad de viraje en espacios reducidos, el método utilizado para realizar este estudio fue a través de la modificación de las velocidades del grafo actual dependiendo de su tipo de calle. La importancia de este estudio viene dada por que, a la hora de asignar un recorrido a un camión de bomberos, las velocidades de viraje en diferentes condiciones y las velocidades promedio dependiendo del tipo de calle son considerablemente diferentes a las de un automóvil, es por esto que es necesario un factor de ajuste a la realidad a la que se enfrenta bomberos con respecto a los datos de automóviles obtenido por Tomtom.

II. Metodología

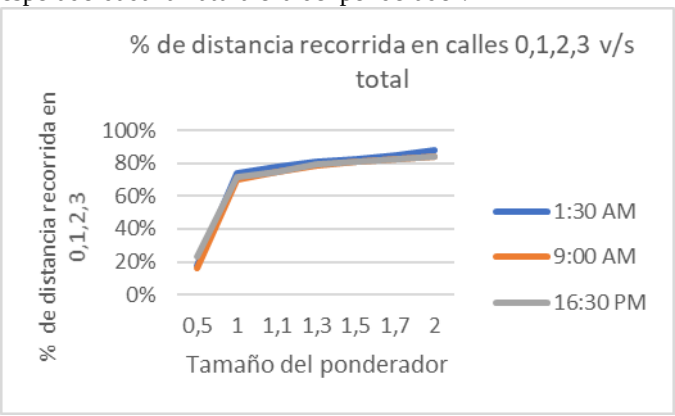
Para generar un grafo ajustado a las necesidades del cuerpo de bomberos de Santiago, se realizó el estudio simulando 500 emergencias en ubicaciones aleatorias dentro de la ciudad de Santiago, para luego simular las rutas que estos tomarían si siguieran la sugerencia del software comander. Luego de haber obtenido las quinientas rutas para cada compañía, se procedió a recalcular las velocidades de cada arco tomando en consideración su tipo, por lo que cuando una calle es considerada de "baja prioridad" dentro de la ruta de un camión de bomberos (dada su dificultad de maniobra y estrechez de calzada), se la castiga con un ponderador variable, para este estudio en específico, se consideró que las calles de estas características son ejemplificadas por los tipos de calles 4,5,6 dentro de la tipología de calles del mapa de Tomtom, por lo que las velocidades de estas calles fueron variando a medida que se aumentaba el ponderador de castigo, mientras que las calles de "alta prioridad", permanecieron en la misma condición durante el estudio. Otro punto que se tuvo en consideración fue que, a diferentes horas, el trafico dentro de la ciudad se comporta de maneras totalmente diferentes, por lo que se repitió este estudio para diferentes horas claves durante el día, estas horas son un ejemplo de un horario bajo (1:30 AM), un horario punta (9:00 AM) y un horario valle (4:30 PM), luego de obtener todas las rutas simuladas de las compañías de Santiago a las emergencias aleatorias y uniformemente distribuidas, a las horas previamente descritas, se procedió a calcular el rendimiento a medida que se aumentaba el ponderador de castigo medido bajo los siguientes criterios, cantidad de calles de "alta prioridad" VS de "baja prioridad" utilizadas para llegar a la emergencia, cantidad de Kilómetros recorridos en "alta prioridad" VS Kilómetros recorridos en "baja prioridad" y cantidad de calles de diferentes nombres utilizadas en promedio por una emergencia, cada una de estas variables mide el desempeño del ponderador de castigo en tres dimensiones diferentes, cuyos resultados se encuentran a continuación.

III. Resultados

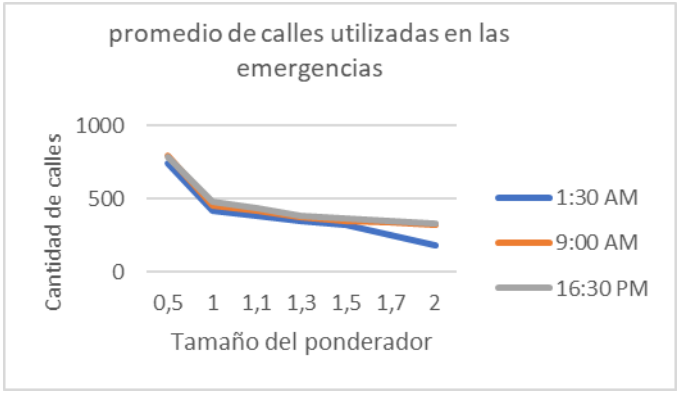
A partir de los estudios previamente descritos se obtuvieron los siguientes resultados



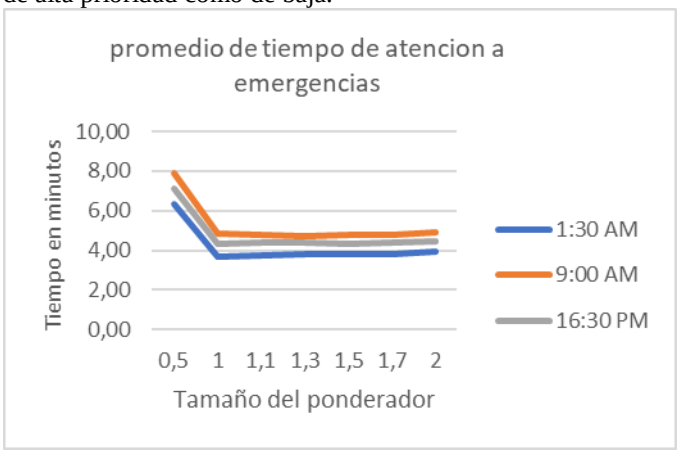
A partir del grafico anterior, que muestra como varia la cantidad de calles de tipo 0, 1, 2, 3 (consideradas calles grandes) con respecto al total de calles utilizadas dentro de la ruta de una emergencia a medida que aumenta el ponderador de castigo a calles pequeñas[1]. Se puede visualizar que con el crecimiento del ponderador de castigo, aumenta de forma sostenida el uso de calles con mayor prioridad, resultado esperado dada la naturaleza del ponderador.



El resultado de este gráfico, que muestra como varia el porcentaje de distancia recorrida en una calle grande (0, 1, 2, 3) con respecto a la distancia total recorrida a medida que aumenta el ponderador de castigo a calles pequeñas, muestra consistencia con el primer gráfico presentado, ya que pese a tener un aumento más controlado, mantiene la tendencia de alza sostenida a medida que crece el ponderador, el crecimiento más controlado puede deberse a que las calles de más alta prioridad tengan en promedio mayor tamaño en metros que las de más baja.



Se puede ver que en este grafico que a medida que el ponderador de castigo a calles pequeñas (tipo 4, 5 y 6) aumenta, las rutas escogidas por el sofotware son más directas, ya que utilizan menos cantidad de calles diferentes, llegando al extremo en el caso de las emergencias simuladas a las 1:30 AM cuando el ponderador de castigo esta en 2, donde en promedio las compañias utilizaron 50 calles diferentes entre todas ellas. Esto puede deberse a que a estas horas, el flujo libre es similar en cuanto a velocidades entre tanto calles de alta prioridad como de baja.



El resultado de este gráfico que muestra como varia el tiempo [en minutos] de las emergencias simuladas a medida que el ponderador de castigo a calles pequeñas crece[2], se puede ver que cuando el ponderador de castigo esta en 0.5, los tiempos de respuesta suben en promedio un 40%, este resultado tiene sentido ya que utilizaría más calles pequeñas que tienen un costo de la mitad en tiempo, pero en realidad se traduce a un sobre costo del doble en el grafo original, por lo que era esperable una subida hasta un 50%, dependiendo del uso de estas calles. Por otro lado, a medida que el ponderador crece, los tiempos de recorrido de las emergencias se mantienen relativamente estables, con un crecimiento del tiempo de respuesta de hasta 3.9% en los peores casos (16:30 PM).

[1] Es importante notar que el valor 1 del ponderador de castigo mantiene el grafo en su estado original, sin castigo a ninguna calle, por lo que el ponderador de 0,5 será un ponderador que beneficia a las calles “pequeñas”, reduciendo sus tiempos de viaje a la mitad

[2] Tiempos de respuesta de las rutas escogidas con el grafo modificado por el ponderador mencionado, pero evaluadas en el grafo original

IV. Conclusiones

Los resultados presentados en este trabajo demuestran que el uso de un ponderador de castigo para calles pequeñas, presenta una mejora sostenida en la ruta sugerida por el software al preferir calles de alto rango y generando rutas más directas a la emergencia, aumentando el uso de estos segmentos en un 44%[3] en términos de uso y un 19.2% en términos de Kilometros recorridos, tambien presenta una reducción de un 45% de la cantidad de calles promedio utilizadas por emergencia, dato importante para identificar la cantidad de virajes o cambios de sentido que realizará el camión, pero otro lado, el coste en tiempo que implica este beneficio en rutas ajustadas a las preferencias de manejo de bomberos aumenta en un 3.0%, coste considerablemente menor a los beneficios en las otras dimenciones previamente expuestas. Pero tambien hay que tener en consideración, que mientras más alto sea este ponderador, más desvirtuado será el grafo utilizado con respecto a los datos originales. Por lo que la utilización del ponderador de castigo si bien ayuda a acercar las sugerencias del software de la ruta óptima a la que los bomberos prefieren dadas sus restricciones, tiene riesgo de caer en un sobre ajuste que podría generar sugerencias de rutas alejadas de la solución realista, o incluso, en despachos de bombas que no debiesen ser llamadas a la emergencia en cuestion dados los datos del momento debido a un castigo excesivo de calles pequeñas.

V. Estudios futuros

Como propuesta para futuros estudios, es importante trabajar en la consistencia de los resultados obtenidos, modificando las horas a puntos híbridos entre horario punta y valle, también es interesante contrastar estos resultados con unos obtenidos con puntos aleatorios con funciones de distribución que se asemejen a las probabilidades de incendio dentro de la ciudad.
Un estudio propuesto y el siguiente paso de este trabajo, está centrado en la elección correcta del ponderador de castigo a calles pequeñas, a través de la comparación del ajuste y la evaluación del desempeño de las simulaciones obtenidas con cada variación del ponderador con rutas escogidas por bomberos en despachos reales.
En otra dimensión, también sería interesante evaluar el impacto que tendría un ponderador variable no solo en el tipo de segmento, sino que también variable en el espacio que se encuentre este (sea comuna, corredor u orientación de este) en y la hora a la que se esté evaluando

Referencias

[1] Echeverría Solís, Á. (2013).Evaluación de tiempos de respuesta para el Cuerpo de Bomberos de Santiago :|nuevo modelo de ruteo, validación y métricas de desempeño del sistema actual. Disponible en http://www.repositorio.uchile.cl/handle/2250/1141

[3] Entre el estado original (ponderador 1) y con el castico en 2

Session TA3
Dealing with Uncertainty: OR Methods and Applications

- *On the Euler discretization error of Brownian motion about random times*; Lagos, Guido; Dieker, A.B..
- *Risk averse scenario reduction*; Arpon, Sebastian; Homem-de-Mello, Tito; Pagnoncelli, Bernardo.
- *Política de Inspecciones no Periódicas Sujeta a Restricciones de Recursos*; Alvarez, Claudio; Angulo, Alejandro; Stegmaier, Raúl; López, Mónica.
- *An algorithm for binary chance-constrained problems using IIS*; Canessa, Gianpiero; Pagnoncelli, Bernardo; Ntaimo, Lewis.

On the Euler discretization error of Brownian motion about random times

Guido Lagos
Engineering Faculty
Universidad Adolfo Ibáñez
Peñalolén, Santiago, Chile
guido.lagos@edu.uai.cl

A.B. Dieker
Department of Industrial Engineering and Operations Research
Columbia University
New York, NY 10027, USA
ton.dieker@ieor.columbia.edu

***Abstract*—In this paper we derive weak limits for the discretization errors of sampling barrier-hitting and extreme events of Brownian motion by using the Euler discretization simulation method. Specifically, we consider the Euler discretization approximation of Brownian motion to sample barrier-hitting events, i.e. hitting for the first time a deterministic "barrier" function; and to sample extreme events, i.e. attaining a minimum on a given compact time interval or unbounded closed time interval. For each case we study the discretization error between the actual time the event occurs versus the time the event occurs for the discretized path, and also the discretization error on the position of the Brownian motion at these times. We show limits in distribution for the discretization errors normalized by their convergence rate, and give closed-form analytic expressions for the limiting random variables. Additionally, we use these limits to study the asymptotic behaviour of Gaussian random walks in the following situations: (1.) the overshoot of a Gaussian walk above a barrier that goes to infinity; (2.) the minimum of a Gaussian walk compared to the minimum of the Brownian motion obtained when interpolating the Gaussian walk with Brownian bridges, both up to the same time horizon that goes to infinity; and (3.) the global minimum of a Gaussian walk compared to the global minimum of the Brownian motion obtained when interpolating the Gaussian walk with Brownian bridges, when both have the same positive drift decreasing to zero.**

I. Introduction

Brownian motion is arguably the most important continuous-time stochastic process in probability theory. Its relevance is only increased by its widespread use as a stochastic model in engineering, sciences and business. On the other hand, the simulation of Brownian motion raises fundamental challenges, as it is a continuous-time process characterized by its rapid movement and self-similar-type structure in time-space, whereas computers can only simulate and store discrete objects. This means that the simulation of Brownian motion is inherently inaccurate, except for a few especially structured collection of events where Brownian motion can be simulated without bias, see e.g. [Devroye, 2010] for a survey on such special cases.

In this paper we consider the simulation of Brownian motion by approximating it on a constant, regularly spaced, time mesh; that is, we consider the *Euler discretization* of Brownian paths on a *regular* mesh. This approximation is arguably the easiest and simplest possible simulation method for Brownian motion, which makes it appealing from a practical point of view. Moreover, in some special practical applications there are exogenous conditions which makes the Euler discretization the most sensible simulation method to use; for example, in finance when a financial instrument can only be monitored at regular time intervals, see [Broadie et al., 1997].

We are particularly interested in the simulation of *extreme events* and of *barrier-hitting events* of Brownian motion. We call a *barrier-hitting event* an event where the Brownian motion "hits" or "crosses" for the first time a given "barrier", possibly time-dependent. We call *extreme event* an event where a minimum (or maximum) of the Brownian motion over a closed time interval is attained; in this case the time interval can be bounded or unbounded. These two types of events are of fundamental importance, both in the theory of stochastic processes, see e.g. fluctuation theory, as well as in practice, where usually events of critical interest can be formulated as one of these events, e.g. a stock price ever reaching a certain value, or a natural disaster occurring in a certain time horizon.

In this paper we study the accuracy of simulating barrier-hitting and extreme events of Brownian motion by instead simulating the respective event for the Euler discretized Brownian motion. The accuracy of the Euler discretization is a non-trivial issue, since, except for trivial cases, with probability one none of these two events will ever occur exactly on a regular time mesh of the form $\{0, T/n, 2T/n, \ldots\}$ for constant T. This raises the question of what theoretical conditions are there that guarantee accuracy of the Euler discretization. This question motivates the main objective of this paper, which is: the study of convergence of the discretization error for these two events, as well as their rate of convergence, and weak convergence of the normalized errors.

a) Notation: We call *standard Brownian motion* and *standard Bessel(3) process* as the Brownian motion and Bessel(3) process, respectively, with no drift and unit variance. Unless otherwise stated, we assume that all process start from zero at time zero.

II. Main results

In this section we show our main results about the error convergence when simulating barrier hitting and extreme value events of Brownian motion by using an Euler discretization

approach. In Section II-A we focus on the error of estimating barrier hitting events with the Euler discretization. In Section II-B we consider the error when sampling extreme values of the Brownian motion over a fixed finite horizon. In Section II-C we extend the analysis to extreme values over an infinite horizon.

Consider a Brownian motion $B = (B(t) : t \in \mathbb{R}_+)$ with constant drift μ and variance σ^2. For $n > 0$ integer, let $B^n = (B^n(t) : t \in \mathbb{R}_+)$ be the piecewise constant process defined as

$$B^n(t) \quad := \quad B\left(\lfloor nt \rfloor / n\right) \quad \text{for all} \quad t \in \mathbb{R}_+; \qquad (1)$$

that is, B^n is the Euler discretization of B on the mesh $\{0,\ 1/n,\ 2/n,\ \ldots\}$.

A. Error of barrier hitting times

We consider first the error of estimating barrier hitting times using the Euler discretization of the Brownian motion. Consider a deterministic barrier function $b = (b(t) : t \geq 0)$ satisfying the following assumptions:

(H_b) The function $b : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is continuous, nonnegative, nondecreasing on $\mathbb{R}_+$ and continuously differentiable on $\mathbb{R}_+ \backslash \{0\}$.

We want to estimate the time

$$\tau_b \quad := \quad \inf\left\{t \in (0, \infty) : B(t) \geq b(t)\right\};$$

for which we use the approximation

$$\tau_b^n \quad := \quad \inf\left\{t \in (0, \infty) : B^n(t) \geq b(t)\right\},$$

where B^n is the discretized version of B defined in (1). Here we use the usual convention that $\inf \emptyset = +\infty$. Our objective is to study the error of $\tau_b^n - \tau_b$ and $B^n(\tau_b^n) - B(\tau_b)$. The following result establishes the convergence rate and limiting distribution of these errors.

Theorem 1: Consider a barrier function $b = (b(t) : t \geq 0)$ satisfying (H_b). Conditioned on the event $\{\tau_b < \infty\}$, as $n \to \infty$ the pair

$$\begin{gathered} n\left(\tau_b^n - \tau_b\right) \\ \sqrt{n}\left(B^n\left(\tau_b^n\right) - B\left(\tau_b\right)\right) \end{gathered}$$

converges jointly in distribution to

$$\begin{gathered} U + \min\{k \geq 0 : W(U+k) > 0\} \\ \sigma W\left(U + \min\{k \geq 0 : W(U+k) > 0\}\right) \end{gathered}$$

where $W = (W(t) : t \in \mathbb{R}_+)$ is a standard Brownian motion independent of B, and U is a uniformly distributed random variable on $(0, 1)$ which is independent of B and W.

We remark that in Section III-A we give another limit random variable that has the same distribution of (2).

B. Error of minimum on finite horizon

We consider now the error of estimating the minimum on bounded time intervals by using the Euler discretization of the Brownian motion. Consider a time interval $[0, a]$ such that $0 < a < \infty$. We want to estimate the time

$$T_{\min,a} \quad := \quad \inf\left\{t \in [0, a] : B(t) = \min_{s \in [0,a]} B(s)\right\};$$

for which we use the approximation

$$T_{\min,a}^n \quad := \quad \inf\left\{t \in [0, a] : B^n(t) = \min_{s \in [0,a]} B^n(s)\right\};$$

where the discretized version B^n is defined in (1). Here $T_{\min,a}$ is the almost surely unique value satisfying $B(T_{\min,a}) = \min_{s \in [0,a]} B(s)$. Nonetheless, for all t in $[T_{\min,a}^n,\ T_{\min,a}^n + 1/n)$ it holds that $B^n(t) = \min_{s \in [0,a]} B^n(s)$ because B^n is defined in (1) as a *piecewise constant* interpolation of B.

We want to study the error of $T_{\min,a}^n - T_{\min,a}$ and $B^n(T_{\min,a}^n) - B(T_{\min,a})$. The following result establishes the limiting distribution and convergence rate of these errors.

Theorem 2: The pair

$$\left(n\left(T_{\min,a}^n - T_{\min,a}\right),\quad \sqrt{n}\left(B^n\left(T_{\min,a}^n\right) - B\left(T_{\min,a}\right)\right)\right),$$

converges jointly in distribution to

$$\left(U + \arg\min_{k \in \mathbb{Z}} R(U+k),\quad \sigma \min_{k \in \mathbb{Z}} R(U+k)\right), \qquad (2)$$

where $R = (R(t) : t \in \mathbb{R})$ is a two-sided Bessel(3) process and U is a uniformly distributed random variable on $(0, 1)$ which is independent of R.

C. Error of minimum on an infinite horizon

We consider now the error of estimating the minimum on unbounded time intervals by using the Euler discretization of the Brownian motion. We want to estimate the time

$$T_{\min,\infty} \quad := \quad \inf\left\{t \in [0, \infty) : B(t) = \min_{u \in [0,\infty)} B(u)\right\};$$

which we approximate as follows by using the discretized path B^n defined in (1):

$$T_{\min,\infty}^n \quad := \quad \inf\left\{t \in [0, \infty) : B^n(t) = \min_{u \in [0,\infty)} B^n(u)\right\}.$$

For that, we study the errors $T_{\min,\infty}^n - T_{\min,\infty}$ and $B^n(T_{\min,\infty}^n) - B(T_{\min,\infty})$. The following result establishes their convergence rate and limiting distribution.

Theorem 3: As $n \to \infty$, the pair

$$\left(n\left(T_{\min,\infty}^n - T_{\min,\infty}\right),\ \sqrt{n}\left(B^n(T_{\min,\infty}^n) - B(T_{\min,\infty})\right)\right),$$

converges jointly in distribution to the same pair in (2).

III. Extension to Gaussian walks

In this section we extend our weak convergence error results to the setting of Gaussian walks. A *Gaussian walk* is a discrete time stochastic process $S = (S_k : k \geq 0)$ where $S_k := \sum_{i=1}^k X_i$ and the increments X_i are iid normal random variables. We will see that several important phenomena of these processes can be described using the limiting distributions found in the Theorems 1, 2 and 3.

A. Corollary 1: limiting overshoot for increasing barrier

Consider a Gaussian walk $S = (S_n : n \geq 0)$ starting at zero, with nonnegative drift $\mathbb{E}S_1 = \nu \geq 0$ and with variance $\mathbb{E}(S_1 - \nu)^2 = \sigma^2$. Assume that the probability space is sufficiently rich so that there exists a Brownian motion $B = (B(t) : t \geq 0)$ starting from zero, with zero drift and variance σ^2, and such that almost surely $S_n = B(n)$ for all n.

We want to analyze "how well" a barrier-hitting event of the Brownian motion B approximates the analogue event of the Gaussian walk S. More specifically, defining for any fixed "barrier" $m > 0$

$$\tau_m^S := \min\{k \geq 0 : S_k \geq m\}$$

and

$$\tau_m^B := \min\{t \geq 0 : B(t) \geq m\},$$

we want to study the errors $S_{\tau_m^S} - B\left(\tau_m^B\right)$ and $\tau_m^S - \tau_m^B$ as m increases.

Corollary 1: As $m \to \infty$ the error pair

$$\left(\tau_m^S - \tau_m^B, \quad S_{\tau_m^S} - B\left(\tau_m^B\right)\right) \tag{3}$$

converges in distribution to the pair

$$\left(U + \tau_+, \quad \sigma S^*_{\tau_+}\right). \tag{4}$$

Here, $S^* = (S_k^* : k \geq 0)$ is a modified Gaussian walk, defined as $S_0^* := \sqrt{U}X_0^*$ and $S_{k+1}^* := S_k^* + X_{k+1}^*$ for $k \geq 0$, where $(X_k^*)_{k\geq 0}$ are iid standard normal random variables and U is a uniform random variable on $(0, 1)$ independent of $(X_k^*)_{k\geq 0}$. Also,

$$\tau_+ = \tau_+^{S^*} := \min\{k \geq 0 : S_k^* > 0\},$$

that is, τ_+ is the first strictly positive time of S^*.

The proof is a straightforward corollary of Theorem 1..

We remark that since $B\left(\tau_m^B\right) = m$ the latter result covers in particular the overshoot of the Gaussian walk S above the barrier m, i.e. $S_{\tau_m^S} - m$, as $m \to \infty$. Such limit overshoot was already known to converge, and its limit distribution was characterized in terms of the *ladder heights* distribution of the random walk, see e.g. [Siegmund, 1985]. Thus, our result connects the ladder heights of a Gaussian walk with the distribution of the pair (4).

We also remark that the limit random variables (4) and (2) are related in that the pair

$$\left(U + \tau_+, \quad \sigma S^*_{\tau_+}\right)$$

is equal in distribution to the limiting random variable (2).

B. Corollary 2: running minimum asymptotics

Let $S = (S_n : n \geq 0)$ be a Gaussian walk starting from zero, having drift $\mathbb{E}S_1 = 0$ and variance $\mathbb{E}(S_1)^2 = \sigma^2$. Assume that the probability space is sufficiently rich so that there exists a Brownian motion $B = (B(t) : t \geq 0)$ starting from zero, with zero drift and variance σ^2, and such that almost surely $S_n = B(n)$ for all n.

We want to analyze "how well" a finite-horizon extreme event of the Brownian motion B approximates the analogue event of the Gaussian walk S. More specifically, we want to study the random variables $\arg\min_{k=0,\ldots,n} S_k$ and $\min_{k=0,\ldots,n} S_k$ by comparing them to their Brownian counterparts $\arg\min_{t\in[0,n]} B(t)$ and $\min_{t\in[0,n]} B(t)$, respectively, where in both cases we refer to $\arg\min$ as the almost sure unique values at which the minimums are attained. The following result characterises the convergence of the latter two errors.

Corollary 2: As $n \to \infty$, the pair

$$\begin{matrix} \arg\min_{k=0,\ldots,n} S_k - \arg\min_{t\in[0,n]} B(t) \\ \min_{k=0,\ldots,n} S_k - \min_{t\in[0,n]} B(t) \end{matrix}$$

converges in distribution to the pair

$$U + \arg\min_{k\in\mathbb{Z}} R(U + k) \tag{5}$$

$$\sigma \min_{k\in\mathbb{Z}} R(U + k), \tag{6}$$

where $R = (R(t) : t \in \mathbb{R})$ is a two-sided Bessel(3) process and U a uniformly distributed random variable on $(0, 1)$ that is independent of R. Here we have abused notation and in all cases the $\arg\min$ operations corresponds to the almost surely *unique* value at which the minimum is attained in each case.

C. Corollary 3: minimum as drift vanishes

Let $S = (S_n : n \geq 0)$ be a Gaussian walk starting from zero, with strictly positive drift $\mathbb{E}S_1 = \nu > 0$ and variance $\mathbb{E}(S_1 - \nu)^2 = \sigma^2$. Assume that the probability space is sufficiently rich so that there exists a Brownian motion $B = (B(t) : t \geq 0)$ starting from zero, having drift $\nu > 0$ and variance σ^2, and such that $S_n = B(n)$ for all $n \in \mathbb{Z}_+$.

We want to analyze "how well" an infinite-horizon extreme event of the Brownian motion B approximates the analogue event of the Gaussian walk S. For that we study the values $\arg\min_{k\in\mathbb{Z}_+} S_k$ and $\min_{k\in\mathbb{Z}_+} S_k$ as the drift ν decreases to zero, and we do it by comparing them to their Brownian counterparts $\arg\min_{t\in\mathbb{R}_+} B(t)$ and $\min_{t\in\mathbb{R}_+} B(t)$, respectively, where in both cases we refer to $\arg\min$ as the almost sure unique values at which the minimums are attained.

Corollary 3: As the drift decreases to zero, $\nu \searrow 0$, the pair

$$\begin{matrix} \arg\min_{k\in\mathbb{Z}_+} S_k - \arg\min_{t\in\mathbb{R}_+} B(t) \\ \min_{k\in\mathbb{Z}_+} S_k - \min_{t\in\mathbb{R}_+} B(t) \end{matrix}$$

converges in distribution to the pair in (5)–(6).

REFERENCES

[Broadie et al., 1997] Broadie, M., Glasserman, P., and Kou, S.-G. (1997). A continuity correction for discrete barrier options. *Mathematical Finance*, 7(4):325–349.

[Devroye, 2010] Devroye, L. (2010). On exact simulation algorithms for some distributions related to Brownian motion and Brownian meanders. In *Recent Developments in Applied Probability and Statistics*, pages 1–35. Springer.

[Siegmund, 1985] Siegmund, D. (1985). *Sequential analysis: tests and confidence intervals*. Springer Science & Business Media.

Risk averse scenario reduction

Sebastian Arpón
Escuela de Negocios
Universidad Adolfo Ibañez
Santiago, Chile
Email: sebastian.arpon@uai.cl

Tito Homem-de-Mello
School of Business
Universidad Adolfo Ibañez
Santiago, Chile
Email: tito.hmello@uai.cl

Bernardo Pagnoncelli
School of Business
Universidad Adolfo Ibañez
Santiago, Chile
Email: bernardo.pagnoncelli@uai.cl

***Abstract*—In Stochastic Programing a key issue is the generation of scenarios from a random variable. This is directly related to the quality of the solution of the problem but, as the number of scenarios increases, the complexity of the problem also increases. This is the principal motivation of scenario reduction techniques, which attempt to reduce the number of scenarios without worsening too much the quality of the solution. Most of the work in this area focuses on problems where the goal is to minimize the expected value of a function. In this work we discuss some techniques that aim at generating scenarios where the goal of the problem is minimize a risk function that represents a decision maker aversion to risk. The techniques are illustrated with some numerical examples to demonstrate the impact of the methods.**

I. Introduction

In two stage stochastic programing, an agent has to make a here and now decision, and then the output of a random variable is revealed. Next, he or she has make another decision, which depends on the first stage decision and the output of the random variable, which is called second stage decision. To make a good decision he or she needs to consider all the possibles scenarios, or outcomes, of the random variable. We will denote by n_s the number of scenarios. If the support of the random variable is too large, we settle for an approximation of the true optimal by taking samples from the underlying random variable. Fortunately, theoretical results and experiments reported in several papers in the literature (e.g., [2]) show that even for problems with extremely large number of outcomes, moderate sample sizes can yield good quality solutions.

There exists two type of decision makers: risk neutral ones, which are not worried about big losses of money in some outcomes, of the random variable, while they are compensated by big amounts of money in other outputs; the other ones are called risk averse, and they are concerned with large money losses. In order to model the latter class of the decision maker, let $S(x,\gamma)$ be some objective function, where x is a known vector and γ is a random vector with distribution $v(\gamma)$. The function $S(\cdot)$ represent the quantity that we want to protect against extreme outcomes. For each vector $\hat{x}$ the function $S(\hat{x},\gamma)$ is a random variable having a distribution induced by γ. The two most common approaches to include risk in stochastic problems are the use of expected utility functions, which has a long history in economics and finance, and the use of risk measures that satisfy desirable properties (see [3] for examples). For this study we will focus in the CVaR risk measure. This risk measure has received a lot attention in the literature, in particular in finance and energy problems, mainly due to the formulation described in [4]. The authors show that the CVaR_β can be represented as

$$\mathrm{CVaR}_\beta[R(x,\gamma)] = \inf_{t\in\mathbb{R}} t + \frac{1}{1-\beta}\mathbb{E}\left[R(x,\gamma)-t\right]^+. \quad (1)$$

Note that t represents the β-quartile of the $R(\cdot)$. Under all the considerations presented above, a two stage risk averse linear programming problem can be written as follows,

$$\begin{aligned} \min_{y,z,t}\ & d^\intercal y + t + \frac{1}{1-\beta}\sum_{i=1}^{n_s}\pi_i\left[q^\intercal z_i - t\right]^+ \\ \text{s/t}\ & Ay = b, \\ & T^i y + W z_i = h^i, \quad i = 1,\dots,n_s \\ & y, z_i \geq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

where $A\in\mathbb{R}^{r_1\times s_1}$, $b\in\mathbb{R}^{r_1\times 1}$, d and $y\in\mathbb{R}^{s_1\times 1}$ with r_1 and s_1 representing the number of constraints and variables of the first stage problem. $T^i\in\mathbb{R}^{r_2\times s_1}$, $W\in\mathbb{R}^{r_2\times s_2}$, $h^i\in\mathbb{R}^{r_2\times 1}$, q and $z_i\in\mathbb{R}^{s_2\times 1}$ with r_2 and s_2 representing the number of constraints and variables of the second stage problem. The parameter π_i is the probability associated to the scenario i, which will be the same in case of a sampled problem. It is important to note that q and W do not depend on the random variable, and if we set $\beta = 0$, the problem is transformed in a two stage risk neutral linear programming problem.

The main motivation of scenario reduction techniques is to reduce the number of originally sampled scenarios n_s without worsening too much the quality of the solution, because we are not able to solve the whole problem. To deal with this, one of the techniques is based on probability metrics, which has a main theorem proposed in [1] for the case of $\beta = 0$ and extended for $0 < \beta \leq 1$ in [5] , that leads to the following conclusion:

$$\left|v(P) - v(\hat{P})\right| \leq \hat{\mu}(P,\hat{P},c), \quad (3)$$

where $v(P)$ is the optimal value of (2) for a fixed probability measure P, and the function $\hat{\mu}(P,\hat{P},c)$ is defined as follows

$$\hat{\mu}(P,\hat{P},c) = \min_{\eta,r} \sum_{i=1}^{n_s}\sum_{j=1}^{n_s} c_{ij}\eta_{ij}$$
$$\sum_{j=1}^{n_s}\eta_{ij} = \pi_i \quad \forall i \in \{1,..,n_s\}$$
$$\eta_{ij} \le r_j \qquad \forall i,j \in \{1,..,n_s\} \tag{4}$$
$$\sum_{j=1}^{n_s} r_j = M$$
$$\eta_{ij} \in [0,1] \qquad \forall i,j \in \{1,..,n_s\}$$
$$r_i \in \{0,1\} \qquad \forall i \in \{1,..,n_s\}.$$

The function $\hat{\mu}(P,\hat{P},c)$ is a M-hub facility location associated with the Monge-Kantorovich problem. The constant M represents the number of scenarios after the reduction procedure and $c_{ij} = ||\omega_i - \omega_j||$ where ω_i represents the i-th outcome of the random variable. Now we can see that equation (3), allow us to find a probability measure $\hat{P} \subset P$ with a support of cardinality of M, which is close to the original one in the sense of the objective function, just by solving the problem (4).

II. Our Proposal

Up to this point it must be noted, that problem (4) does not depend on how the decision maker measures risk; i.e. risk neutral ($\beta = 0$) or risk averse ($0 < \beta \le 1$). But from (2) we can see that for a fixed $\hat{y} \in Ay = b$, the scenarios that will contribute to the objective function value will be those which belong to the set $E(\hat{y},\beta) := \{i : q^\intercal \hat{z}_i - t \ge 0\}$, where $\hat{z}_i$ are the solutions of problem (2) for the fixed first stage decision $\hat{y}$. From the latter analysis we can suggest the following: If we are considering a $\beta > 0$, we should take into account the scenarios which belong to the β-quartile, i.e $E(y^*,\beta)$ where y^* is the optimal first stage decision to the whole problem (2), to make the reduction and leave all the other ones outside (4). This can not be done in practice since we are not able to solve the whole problem, therefore we do not know which scenarios are in the true β-quartile. In order to estimate, the true β-quartile, we will need to solve an approximation of problem (2), which can be obtained from the backward reduction heuristic proposed in [1]. Using the latter approximation, we obtain a candidate of first stage solution that we will name as $\hat{y}$, and with this candidate we can obtain the scenarios which belong to the β-quartile associated to it, i.e. $E(\hat{y},\beta)$ (which is an approximation of $E(y^*,\beta)$). With this set of scenarios we will need to redefine c in (4) as follows:

$$\hat{c}_{ij} = \begin{cases} ||\omega_i - \omega_j|| & \text{if } i,j \in E(\hat{y},\beta) \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{5}$$

Using the latter redefinition we are able to prove that (4) takes the following form:

$$\Delta(P,\hat{P},c) = \min_{y,s} \sum_{i,j\in R(y,\beta)} c_{ij}\nu_{ij}$$
$$\sum_{j\in R(y,\beta)} \nu_{ij} = \tilde{\pi}_i \ \forall\ i \in E(\hat{y},\beta)$$
$$\nu_{ij} \le s_j \qquad \forall\ i,j \in E(\hat{y},\beta) \tag{6}$$
$$\sum_{j\in R(y,\beta)} s_j = M$$
$$\nu_{ij} \in [0,1] \qquad \forall\ i,j \in E(\hat{y},\beta)$$
$$s_i \in \{0,1\} \qquad \forall\ i \in E(\hat{y},\beta),$$

where

$$\tilde{p_i} = \frac{p_i}{1 - \sum_{k\in R^c(y,\beta)} p_k}. \tag{7}$$

As we can see from (6) the number of constraints and variables has been reduced, since we are just considering the scenarios which are in the set $E(\hat{y},\beta)$. Note that if $i,j \in E(\hat{y},\beta)$ then $\hat{c}_{ij} = c_{ij}$.

A. Proposed Procedure

We can summarize our procedure as follows

- Using Backward Reduction algorithm obtain a subset, with cardinality M, of the n_s original scenarios of the random variable, with the associated probabilities.
- Use the latter set of scenarios and probabilities to solve the problem (2) associated to them, to obtain a feasible first stage decision $\hat{y}$.
- Calculate the set $E(\hat{y},\beta)$ by solving

$$\min_{z,t}\ d^\intercal\hat{y} + t + \frac{1}{1-\beta}\sum_{i=1}^{n_s}\pi_i\left[q^\intercal z_i - t\right]^+$$
$$\text{s/t } T^i\hat{y} + Wz_i = h^i, \quad i = 1,\dots,n_s$$
$$z_i \ge 0.$$

  Note that we are using all the original scenarios to solve this problem.
- Calculate $\hat{c}$ as in definition (5) and $\tilde{\pi}_i$ as (7) then solve (6) to obtain the set of reduced scenarios.

III. Experiments

We test our procedure with 2 problems from [2], LandS and gbd. We make a reduction from 500 scenarios to 5,10 and 25 for both problems but considering a $\beta = 0.9$ (originally the problems were risk neutral). To avoid some problems that could arise from the sample procedure we make 30 different samples for both problems. We will compare the traditional approach, meaning that we solve the problem (4), and our proposed method. We will report in the y-axis the percentage deviation from the optimal value

$$\left|\frac{V(P_o) - V(P_r)}{V(P_o)}\right|, \tag{8}$$

where P_o is the original probability measure with n_s scenarios, and P_r is the reduced one. In every image there are two graphs.

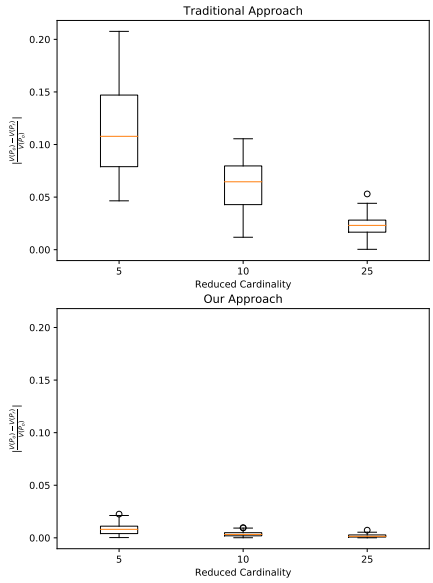


Fig. 1. LandS Results.

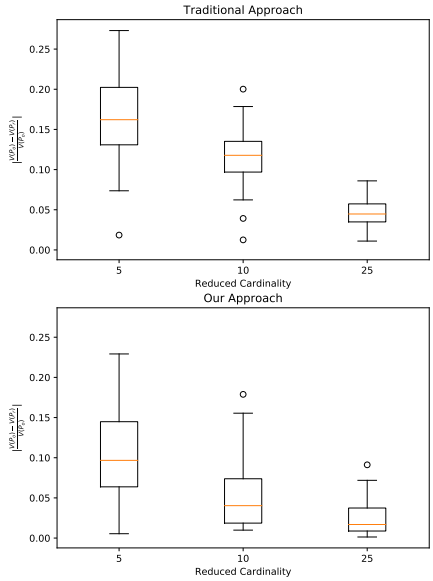


Fig. 2. gbd Results.

The one on the top uses the traditional approach to obtain P_r and the one in the bottom uses our approach. In the x-axis will be the values of the reduced cardinality.

IV. Conclusion

In this work we show that, the way in which the decision maker measures risk influences how to perform scenario reduction. Considering the CVaR as risk measure, we show the importance of developing a specialized scenario reduction procedure that focuses on the tail of the distribution.

V. Acknowledgment

To Bernardo Pagnoncelli and Tito Homem-de-Mello, my two advisors for their patience, knowledge and greats advices to make this possible.

References

[1] Dupačová, J., Gröwe-Kuska, N., & Römisch, W. (2003). *Scenario reduction in stochastic programming*. Mathematical programming, 95(3), 493-511.

[2] Linderoth, J., Shapiro, A., & Wright, S. (2006). *The empirical behavior of sampling methods for stochastic programming*. Annals of Operations Research, 142(1), 215-241.

[3] Krokhmal, P., Zabarankin, M., & Uryasev, S. (2011). *Modeling and optimization of risk*. Surveys in Operations Research and Management Science, 16(2), 49-66.

[4] Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2002). *Conditional value-at-risk for general loss distributions*. Journal of banking & finance, 26(7), 1443-1471.

[5] Römisch, W., & Wets, R. B. (2007). *Stability of ε-approximate solutions to convex stochastic programs*. SIAM Journal on Optimization, 18(3), 961-979.

Política de Inspecciones no Periódicas Sujeta a Restricciones de Recursos

Claudio Álvarez, Mónica López
& Raúl Stegmaier
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad Técnico Federico Santa María
Valparaíso, Chile
claudio.alvarezr@alumnos.usm.cl, monica.lopez.c@usm.cl,
raul.stegmaier@usm.cl

Alejadro Angulo
Departamento de Electricidad
Universidad Técnico Federico Santa María
Valparaíso, Chile
alegandro.angulo@usm.cl

***Abstract*—Este trabajo estudia el momento oportuno para realizar mantenimiento basado en condición de un sistema que presenta restricciones de recursos. Para esto nosotros formulamos un modelo entero mixto en horizonte rodante que determina la política de inspección óptima. El estudio computacional premliminar indica que nuestro modelo induce costos esperados más bajos en comparación al modelo de mantenimiento cíclico basado en condición.**

I. Introducción

El mantenimiento basado en la condición (CBM) es una filosofía de mantenimiento usada en la industria para gestionar activamente el estado de salud de los activos con el fin de realizar mantenimiento solo cuando es necesario y en el momento más oportuno. Dado que los recursos se asignan según necesidad, el CBM puede reducir drasticamente los costos operacionales e incrementar la seguridad de los activos que requieren mantenimiento.

Si bien el estado de salud de los componentes se puede monitorear de forma continua, generalmente implica un alto costo. Realizar inspecciones no continuas es una alternativa menos costosa, pero aumenta el riesgo de no detectar un defecto. Determinar cuándo realizar dichas inspecciones con el fin de detectar un componente defectuoso antes que falle es un problema ampliamente estudiado, donde el *Delay Time Model* [1] es una de las herramientas de modelamiento más utilizadas, el cual define el proceso de falla de un activo como un proceso de dos etapas. La primera etapa es aquella en donde el componente opera de forma normal desde que está nuevo hasta el momento donde sufre un defecto. La segunda etapa se define como el tiempo de retardo de falla, que transcurre desde que surgimiento del defecto hasta el momento de la falla. La existencia de esta ventana de tiempo entre el defecto y la eventual falla del activo genera la oportunidad de identificar el defecto mediante inspección y corregirlo antes de fallar. Sin embargo, ¿Qué ocurre si la cantidad de componentes que se deben inspeccionar en un determinado momento sobrepasan los recursos disponibles de inspección?

II. Revisión Bibliográfica

Dentro de los estudios basados en el *Delay Time Model* se diferencian dos grandes grupos [2]: aquellos que trabajan con sistemas simples y los que trabajan con sistemas complejos. Un sistema simple es aquel que posee un número reducido de componentes sujetos a falla, de tal forma que al reparar algún defecto el sistema quede casi como nuevo ('as good as new'). Por el contrario, un sistema complejo cuenta con un gran número de componentes, por lo que corregir un defecto o falla no tiene un impacto significativo en el estado global del sistema. En otras palabras, luego de ser reparado queda como viejo ('as good as old').

El más simple, pero no trivial, problema de inspección de sistemas complejos se presenta en [3], el cual supone inspecciones periódicas y perfectas, y que los defectos se producen según un proceso de Poisson homogéneo. Desde entonces se ha presentado una amplia gama de modificaciones a este problema, siendo la más común utilizar un proceso de Poisson no homogéneo para representar la ocurrencia de defectos en el sistema [4] [5] [6] [7].

Si bien es raro encontrar un sistema con un único componente, es posible que un sistema con muchos componentes tenga pocos modos de falla, por lo que el supuesto de reparación mínima de los sistemas complejos no se justifica. En estos casos puede ser incluso más adecuado asumir que el sistema vuelve a estar como nuevo cada vez que es reparado.

El mantenimiento basado en condición en sistemas simples tiene dos objetivos: diagnosticar el estado de salud actual del sistema; y pronosticar el estado de salud en el futuro. El pronóstico de falla permite estimar el tiempo de vida útil remanente (RUL) antes de la falla del sistema, y así poder planificar las acciones de mantenimiento en el tiempo más oportuno [8] [9] [10].

En la mayoría de los trabajos enfocados en sistemas con múltiples componentes se suele asumir que en una inspección se puede observar el estado de todos los componentes al mismo tiempo, lo cual puede inducir en un exceso o carencia de inspección de algunos de estos [11] [12] [13].

En este trabajo se busca encontrar la política de inspección y mantenimiento óptima de un sistema en serie, considerando que no se pueden inspeccionar todos los componentes simultáneamente debido a restricciones de recursos.

III. Formulación del Modelo

Sea $Y(t)$ una variable aleatoria que representa el indicador de desgaste de un componente en el tiempo t. La estocasticidad del comportamiento de este indicador complejiza la decisión de cuándo realizar inspecciones y procedimientos de mantenimiento preventivo debido a la amplia gama de escenarios que hay que considerar. Para simplificar el problema se consideran los siguientes supuestos:

- Un componente al ser reparado queda como nuevo.
- El componente falló si su indicador de desgaste supera un umbral predefinido.
- Las inspecciones son perfectas.
- Los componentes trabajan en serie.
- La probabilidad de transición de estados de desgaste de un periodo a otro dependen solo del tiempo de uso del componente y del estado en que se encontraba en el periodo anterior.

Los conjuntos, parámetros y variables del modelo propuesto para resolver este problema se definen en la tabla I. Debido a que las restricciones de recursos varían en el tiempo y que el horizonte de planificación es muy largo, el modelo ha sido formulado para resolver el problema considerando un horizonte rodante de planificación.

TABLE I
Conjuntos, Parámetros y Variables del Modelo de Optimización

Conjuntos:	
N	Conjunto de componentes del sistema.
T	Conjunto de periodos en el horizonte de planificación.
Y	Conjunto de estados del indicador de desgaste.
Parámetros:	
$Cinsp$	Costo unitario de inspección.
$Cmant^n$	Costo de mantenimiento preventivo al componente n.
Cf^n	Costo de falla del componente n.
$P^{ne}_{y_1y_2}$	Probabilidad que el indicador de desgaste del componente n varíe desde y_1 a y_2 a una edad e.
$Ninsp_n$	Número de inspecciones realizadas al componente n previas al horizonte de planificación.
τ^n_y	Tiempo esperado de supervivencia si el componente n termina el horizonte de planificación en el estado y.
$e0_n$	Edad del componente n al inicio del horizonte de planificación.
Variables:	
α^n_{yt}	Probabilidad que el indicador del componente n se encuentre en el estado y en el periodo t.
β^n_{yt}	Probabilidad de realizar un mantenimiento preventivo del componente n dado que el indicador de desgaste se encuentra en el estado y en el periodo t.
Z_{nt}	Esperanza del inverso del tiempo de ciclo dado que el componente n sobrevivió hasta t, donde fue inspeccionado.
X_{nt}	Variable binaria. Toma el valor 1 si se realiza inspección al componente n en t.
W_{nt}	Variable binaria. Toma el valor 1 si se realiza mantenimiento sin inspección al componente n en t.

La función objetivo 1a busca minimizar el costo por unidad de tiempo de ciclo esperado, y viene dada por las ecuaciones 2, 3 y 4. La restricción 1b limita el número máximo de inspecciones que se pueden realizar en cada periodo acorde a la limitación de recursos. Las restricciones 1c y 1d determinan la probabilidad de no hacer nada o de realizar un mantenimiento de acuerdo al comportamiento del proceso de desgaste y al estado del indicador en el periodo anterior. La restricció 1e permiten que exista la probabilidad de realizar un mantenimiento preventivo sólo si se ha planificado hacerlo. La restricción 1f evita que el proceso de desgaste continúe luego de un mantenimiento preventivo sin inspección. La restricción 1g permite determinar cuál es el inverso tiempo de ciclo esperado de la inspección realizada en t. Por último, las restricciones 1h y 1i son naturaleza de las variables.

$$\text{Min.} \quad \mathbb{E}\left[\frac{\text{C. Insp.}}{\text{T. Ciclo}}\right] + \mathbb{E}\left[\frac{\text{C. Mant.}}{\text{T. Ciclo}}\right] + \mathbb{E}\left[\frac{\text{C. Falla}}{\text{T. Ciclo}}\right] \tag{1a}$$

$$\text{st.} \sum_{n\in N} X_{nt} \le Max_t \qquad \forall t \in T \tag{1b}$$

$$\alpha^n_{yt} + \beta^n_{yt} = \sum_{y_1\in Y} P^{nt}_{y_1 y} \alpha^n_{y_1 t+e0_n-1} \qquad \forall t \in T,\ y \in Y - \{y_f\},\ n \in N \tag{1c}$$

$$\alpha^n_{y_f t} = \sum_{y_1\in Y} P^{nt}_{y_1 y_f} \alpha^n_{y_1 t+e0_n-1} \qquad \forall t \in T,\ n \in N \tag{1d}$$

$$\beta^n_{yt} \le W_{nt} + X_{nt} \qquad \forall t \in T,\ y \in Y - \{y_f\},\ n \in N \tag{1e}$$

$$\alpha^n_{yt} \le 1 - W_{nt} \qquad \forall t \in T,\ y \in Y - \{y_f\},\ n \in N \tag{1f}$$

$$Z_{nt} + (1 - X_{nt}) \ge \sum_{t_2=t}^{|T|} \frac{1}{t_2 + e0_n} \left(\alpha^n_{y_f t_2} + \sum_{y\in Y} \beta^n_{yt_2}\right) + \sum_{y\in Y} \frac{\alpha^n_{y|T|}}{\tau_y} \qquad \forall t \in T, n \in N \tag{1g}$$

$$\alpha^n_{yt}, \beta^n_{yt}, Z_{nt} \ge 0 \qquad \forall y, n, t \tag{1h}$$

$$X_{nt}, W_{nt} \in \{0, 1\} \qquad \forall n, t \tag{1i}$$

$$\mathbb{E}\left[\frac{\text{C. Insp.}}{\text{T. Ciclo}}\right] = \sum_{n\in N}\sum_{t\in T} Cinsp Z_{nt} + \sum_{n\in N} Ninsp_n \ Cinsp \ \mathbb{E}_n\left[\frac{1}{\text{T. Ciclo}}\right] \tag{2}$$

$$\mathbb{E}\left[\frac{\text{C. Mant.}}{\text{T. Ciclo}}\right] = \sum_{n\in N}\sum_{t\in T}\sum_{y\in Y} Cmant^n \left(\frac{\beta^n_{yt}}{t + e0_n}\right) \tag{3}$$

$$\mathbb{E}\left[\frac{\text{C. Falla}}{\text{T. Ciclo}}\right] = \sum_{n\in N}\sum_{t\in T} Cf \frac{\alpha^n_{y_f t}}{t + e0_n} + \sum_{n\in N}\sum_{y\in Y} Cf \frac{\alpha^n_{y|T|}}{\tau_y} \tag{4}$$

$$\mathbb{E}_n\left[\frac{1}{\text{T. Ciclo}}\right] = \sum_{t\in T} \frac{1}{t + e0_n} \left(\alpha^n_{y_f t} + \sum_{y\in Y} \beta^n_{yt}\right) + \sum_{y\in Y} \frac{\alpha^n_{y|T|}}{\tau_y} \tag{5}$$

TABLE II
PARÁMETROS SEGÚN CLASE DE COMPONENTE.

Clase de Componente	a_T	b_T	b_Y	σ_B
1	0.020	0.002	-0.001	0.007
2	0.200	0.002	-0.001	0.007
3	0.020	0.002	0	0.007
4	0.020	0.002	-0.001	0.010
5	0.200	0.002	-0.001	0.010
6	0.020	0.003	-0.001	0.010
7	0.020	0.003	-0.003	0.020

TABLE III
COSTOS POR UNIDAD DE TIEMPO SEGÚN ESTRATEGIA

Clase de Equipo	CBM Cíclico	Horizonte Rodante
1	0.5492	0.5840
2	1.09585	1.0160
3	0.5530	0.4642
4	0.5121	0.4132
5	1.1638	1.0722
6	0.9150	0.7827
7	0.8212	0.8165

IV. RESULTADOS PRELIMINARES

Para los experimentos computacionales se consideró un sistema con 70 componentes, distribuídos en 7 clases, y se asumió que el proceso de desgaste de cada uno de ellos sigue una tendencia exponencial que depende tanto de la edad del componente (t) como de su estado de desgaste ($Y(t)$), y es de la forma:

$$dY(t) = \left(b_Y Y(t) + a_T b_T e^{b_T t}\right) dt + \sigma_B dB(t) \qquad (6)$$

donde $\{B(t), t \geq 0\}$ es un movimiento Browniano estandar. Los parámetros a_T, b_T, b_Y y σ_B de cada clase de componente se detallan en la tabla II. En base a este supuesto se calculó la matriz de probabilidades de transición de estados a través del tiempo según la aproximación utilizada en [14].

Para analizar el impacto de la restricción de recursos en la solución obtenida con el modelo propuesto se realizó una comparación entre este y una estrategia de mantenimiento cíclico basado en condición el cual no considera la restricción de recursos 1b del modelo propuesto. Se llevo a cabo una simulación de 4000 horas discretizadas en periodos de 10 horas para ambas estrategias. El horizonte rodante se consideró de 5 periodos, con un horizonte de planificación de 15. En los resultados que se resumen en la tabla III se puede observar que luego de las 400 periodos de simulación, la estrategia de horizonte rodante con restricción de recursos obtuvo una solución relativamente similar a la estrategia de mantenimiento cíclico. Cabe destacar que la primera estrategia viola la restricción de recursos en 27.5% de los periodos simulados, lo que la haría infactible en la práctica.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado una nueva forma para determinar una política de inspección óptima de un sistema en donde no se pueden inspeccionar todos los componentes simultáneamente debido a una restricción de recursos. A diferencia de otras metodologías, el modelo propuesto permite inspecciones no periódicas y no requiere predefinir un umbral de riesgo. Por medio de simulaciones se pudo observar que la restricción de recursos no implica necesariamente un aumento de costos, es decir, es posible encontrar soluciones equivalentes e incluso mejores que cumplan dicha restricción.

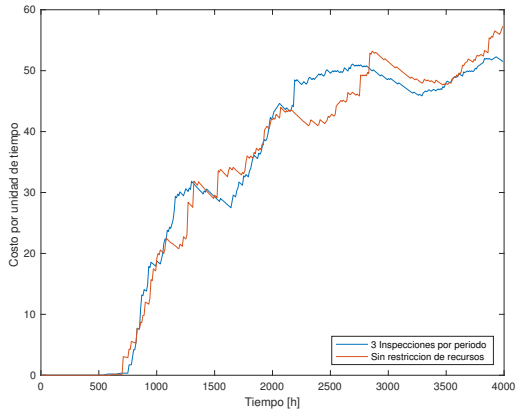


Fig. 1. Simulación de costos por unidad de tiempo de estrategias.

REFERENCES

[1] A. Christer, "Innovative decision making." in *Brown, K.C., White, D.J. (Eds.), Proceedings of the NATO Conference on Role and Effectiveness of Theory of Decision Practice*. UK: Hodder and Stoughton, 1976, pp. 368–377.

[2] W. Wang, "Delay time modelling," in *Complex system maintenance handbook*. Springer, 2008, pp. 345–370.

[3] A. Christer and W. Wang, "A delay-time-based maintenance model of a multi-component system," *IMA Journal of Management Mathematics*, vol. 6, no. 2, pp. 205–222, 1995.

[4] P. L. Saldanha, E. A. De Simone, and P. F. e Melo, "An application of non-homogeneous poisson point processes to the reliability analysis of service water pumps," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 210, no. 1, pp. 125–133, 2001.

[5] G. Weckman, R. Shell, and J. Marvel, "Modeling the reliability of repairable systems in the aviation industry," *Computers & industrial engineering*, vol. 40, no. 1, pp. 51–63, 2001.

[6] W. Wang and A. Christer, "Solution algorithms for a nonhomogeneous multi-component inspection model," *Computers & Operations Research*, vol. 30, no. 1, pp. 19–34, 2003.

[7] J. Zhao, A. Chan, C. Roberts, and K. Madelin, "Reliability evaluation and optimisation of imperfect inspections for a component with multi-defects," *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 92, no. 1, pp. 65–73, 2007.

[8] A. Heng, S. Zhang, A. C. Tan, and J. Mathew, "Rotating machinery prognostics: State of the art, challenges and opportunities," *Mechanical systems and signal processing*, vol. 23, no. 3, pp. 724–739, 2009.

[9] X.-S. Si, W. Wang, C.-H. Hu, and D.-H. Zhou, "Remaining useful life estimation–a review on the statistical data driven approaches," *European journal of operational research*, vol. 213, no. 1, pp. 1–14, 2011.

[10] W. Wang, "A two-stage prognosis model in condition based maintenance," *European Journal of Operational Research*, vol. 182, no. 3, pp. 1177–1187, 2007.

[11] R. Wang and N. Chen, "A survey of condition-based maintenance modeling of multi-component systems," in *Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), 2016 IEEE International Conference on*. IEEE, 2016, pp. 1664–1668.

[12] D. T. Phan and Y. Zhu, "Multi-stage optimization for periodic inspection planning of geo-distributed infrastructure systems," *European Journal of Operational Research*, vol. 245, no. 3, pp. 797–804, 2015.

[13] K. Verbert, B. De Schutter, and R. Babuška, "Timely condition-based maintenance planning for multi-component systems," *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 159, pp. 310–321, 2017.

[14] Z.-X. Zhang, X.-S. Si, and C.-H. Hu, "An age-and state-dependent nonlinear prognostic model for degrading systems," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 64, no. 4, pp. 1214–1228, 2015.

An algorithm for binary chance-constrained problems using IIS

1st Gianpiero Canessa
Ph.D. Student
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
gianpiero.canessa@uai.cl

2nd Lewis Ntaimo
Industrial and Systems Engineering
TAMU
Texas, United States
ntaimo@tamu.edu

3rd Bernardo K. Pagnoncelli
Escuela de Negocios
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
bernardo.pagnoncelli@uai.cl

***Abstract*—We propose an algorithm based on Infeasible Irreducible Systems (IIS) to solve general binary chance-constrained problems. By leveraging on the problem structure we are able to generate good quality upper bounds to the optimal value early in the algorithm, and the discrete domain is used to guide us efficiently in the search for solutions. We test our methodology on instances of a vaccine problem, and in versions of the probabilistic set covering problem. In most cases the number of nodes visited by the algorithm is drastically reduced when compared to commercial solvers.**

***Index Terms*—Chance-Constrained Programming; Infeasible Irreducible Systems; Integer programming**

I. Introduction

Chance-constrained programming (CCP) is a modelling framework to address optimization problems under uncertainty. In this framework, a decision is considered feasible if it satisfies a specific set of constraints for a sufficiently high number of realizations. The resulting problems are notoriously difficult to solve, mainly due to the lack of convexity in the general case. Even in the continuous case, explicitly evaluating whether a candidate is feasible is usually impossible, and Monte-Carlo methods are often employed. Aside from very special cases, it is challenging to solve CCP to optimality, and approximations need be considered.

A general CCP problem can be written as follows:

$$\begin{aligned} \min\ & f(x) \\ \text{s.t. } & Ax \geq b, \\ & P\{G(x,\xi) \geq 0\} \geq 1-\alpha, \\ & x \in \mathcal{X}. \end{aligned} \tag{1}$$

The class of problems that received less attention are the ones with pure binary variables, that is, $\mathcal{X} = \{0,1\}^n$. In [1] and [4] the authors propose algorithms for specific versions of important binary problems. The goal of the current paper is to propose a general algorithm for CCP with binary decision variables. The main idea is to use Infeasible Irreducible Systems (IIS) to obtain cuts that can speed the convergence of the algorithm. IIS were used in the context of CCP in [5], and the authors report significant reductions in terms of nodes explored and time with respect to the determinist equivalent formulation. However, the authors address the $\mathcal{X} = \mathbb{R}^n$ situation, and do not consider binary variables in the formulation.

Our methodology uses the functionalities of commercial solvers to generate IIS cuts. When the problem is infeasible with all scenario constraints included, the IIS identifies the source of infeasibility and indicates the constraints that should be removed to achieve feasibility. Interestingly, our methodology also addresses the feasible case, that is, even if a solution is available when all scenario constraints are considered, IIS can help find better solutions by removing some scenarios. For the feasible case, we introduce an additional constraint on the objective function value, and look for solutions that improve on the best upper bound obtained so far. In addition, our approach uses the fact that since $\mathcal{X} = \{0,1\}^n$, we are able to estimate the minimal improvement that can be achieved in terms of the objective function value at each step. Through extensive computational experiments performed on separated and joint chance-constrained problems, we show that our approach can significantly decrease the number of nodes explored when compared to solving the problem directly using a commercial solver.

A. The Deterministic Equivalent Formulation

In this work we will focus on chance-constrained problem with linear objective function and linear constraints. When the distribution of the random parameters is finite and belongs to set Ω, with $|\Omega| = S$, and function G is linear in formulation (1), a deterministic equivalent formulation can be written as follows:

$$\begin{aligned} \text{DEP: } \min\ & c^T x \\ \text{s.t. } & Ax \geq b, \\ & T(\omega)x + Mz_\omega \geq h(\omega), \quad \forall\ \omega \in \Omega, \\ & \sum_{s\in\Omega} p_\omega z_\omega \leq \alpha, \\ & z_\omega \in \{0,1\}^S, \quad x \in \mathcal{X}, \end{aligned} \tag{2}$$

where p_ω is the probability of each element in Ω and M is a constant that guarantees feasibility whenever z_ω is equal to one. It is important to highlight that when the distribution is continuous, or when it is discrete but very large in size, problem (2) can be regarded as an instance of the Sample Average

Pagnoncelli and Canessa thank the support of Anillo grant ACT 1407

Approximation with S sampled scenarios. For simplicity, we will refer to formulation (2) as the deterministic equivalent formulation (DEP). For moderate sizes of S, the DEP can be solved directly; but it is often the case that such approach is not efficient, mostly because the formulation contains the so-called big-M constraint, and relaxations tend to be very poor. The focus of this work is to solve the DEP efficiently, and in what follows we will discuss how IIS can help on this task.

II. IIS AND CCP PROBLEMS

In [5], in order to strengthen the DEP formulation (2) the authors generated cuts based on IIS. In their paper, the set $\mathcal{X}$ was continuous and they used the results of [3] to derive the cuts.

To understand their approach, let us consider that the set Q of all S scenario constraints form an infeasible system. Of course this does not mean that the problem itself is infeasible: by removing scenarios such that sum of the respective probabilities remains smaller than α, the problem must be feasible at some point. The difficulty lies in choosing the correct constraints to be removed, that is, the constraints that lead both to feasibility and to the maximization of the objective function.

Our algorithm works in the likes of a normal branch and cut algorithm, as we are only adding an intermediary step in order to add our cuts using the information obtained by the IIS. This algorithm still relies on finding lower bound (improved by our cuts) and upper bounds (improved by our checking step if possible), and closing the gap between them as the termination method.

Fathoming nodes is important to speed up the process of finding the optimal solution. We have two rules: fathoming by optimality or infeasibility. The former can be applied by checking the upper bound (step 2), the latter by not being able to find an IIS that relies on stochastic constraints (i.e. all IIS members are rows of the A matrix).

III. STRATEGIES TO SOLVE BINARY CCP

A. Efficient Upper Bound Generation

In every algorithm it is important to find upper bounds mainly for two reasons: to keep track of the best candidate as the algorithm advances, and to have a stopping criteria for termination.

The first step is to consider a simplified version of problem (2) obtained by removing the knapsack constraint, called the pure scenario problem (PSP):

$$\begin{aligned} \text{PSP: } \min\ & c^T x \\ \text{s.t. } & Ax \geq b, \\ & T(\omega)x \geq h(\omega), \quad \forall\ \omega \in \Omega, \\ & x \in \mathcal{X}. \end{aligned} \tag{3}$$

It is often the case that obtaining an upper bound is time consuming, and computing it at every iteration can slow down the algorithm significantly. Whenever the problem was feasible in [5], the authors used the PSP problem to obtain upper bounds.

B. The Choice of ϵ for Binary Problems

In the feasible case, in order to make use of IIS we add a constraint to PSP that accounts for solution quality. When the problem is feasible, the difficulty is not in finding a feasible solution after a constraint is removed, since any removal will generate a feasible solution because the feasible set is being enlarged. The problem is to choose the constraints to be removed such that the objective function value will decrease.

In the continuous case it is very hard to infer the minimum size of the decrease if a constraint is removed. In this case, one would have to use a very small ϵ (e.g. 10^{-5}) to avoid constraint removals beyond the *budget*. However, such small values of ϵ slow the algorithm down considerably, as improvements in the upper bound at every step are marginal.

IV. NUMERICAL RESULTS

For our numerical results, we have a joint chance-constrained problem which is a variation of the classical probabilistic set-covering problem, as described in [2]. The only source of randomness in this problem is $h(\omega)$. Furthermore, the coefficients of the objective function and the entries of matrix T are binary. As we will see, we need to leverage on the problem structure in order to solve it efficiently (preprocessing taking into account the budget).

The formulation for this problem is as follows:

$$\begin{aligned} \text{PSC: } \min\ & c^T x && \text{(4a)} \\ \text{s.t. } & Tx + z_\omega \geq h(\omega), \quad \forall\ \omega \in \Omega, && \text{(4b)} \\ & \sum_{s \in \Omega} z_\omega \leq \lfloor S\alpha \rfloor, && \text{(4c)} \\ & z_\omega \in \{0,1\}^S, \quad x \in \{0,1\}^N, && \text{(4d)} \end{aligned}$$

Because of the nature of joint chance-constrained problems, It is important to state that even if one constraint of a particular scenario belongs to the IIS, the cut will include the complete *block* of constraints of that scenario. The cut will be valid, and we will eventually reach the optimal solution. However, the lengths of the cuts (i.e. the cardinality of set I in $\sum_{i \in I} z_i \geq 1$ where I is the set of all scenarios that belong to the IIS) was *big* (over 50), and the cuts became *loose*, and within out time limit we could not reach the optimal solution.

We realized that in this particular case, we could use a heuristic: let the *cut length* l as the amount of scenarios that will belong to the cut. So, by bounding the cut length to a fixed number, we will only include the scenarios that, by sorting them decreasingly in the number of constraints that are part of the IIS. We experimented with different lengths, with the following trade-off in mind: cuts with a small number of terms are stronger, but may cut the optimal solution, while cuts with larger number of terms are safer but take longer.

Before presenting our results, there was a preprocess involved that was necessary in order to obtain results using Gurobi. Our design was as follows: we use 1000 samples of the random variable, created using the independent model as stated in [2]. If used without any kind of preprocess, Gurobi

Gurobi		IIS BAC		
Cut	Time	Nodes	Cut	Time
40635	159.4	0	6	44.85
5468	69.1	70	29	114.01
2266	64	13	17	74.56
3249	62.5	107	32	119.73
37769	195.5	7209	6	2086.75
6866	17.4	9	0	19.1
18839	104.6	74	26	86.39
8547	75.6	58	29	107.21
2298	80.9	44	22	80.99
32920	161	0	7	49
3447	11.9	19	13	30.41
3864	53.9	2007	0	601.67
67251	265.6	124	34	201.3
38657	164.6	79	28	144.14
1050	23.3	121	36	198.17
17281	126.3	53	20	108.96
6611	21.2	8	12	23.6
5784	76.5	26	23	52.77
5180	67.8	73	31	128.63
3582	51.8	29	16	80.62
45076	214.8	61	30	77.11
3261	13.4	19	13	37.13
18320	91.2	110	31	187.36
8190	77.6	7999	0	2319.71
4264	4264	63	31	92.2

TABLE I
COMPARISON OF PERFORMANCES.

was unable to obtain any results within our time limit of 2 hours.

The preprocess we propose exploits the structure of this problem: if $\sum_{\omega\in\Omega} r_m(\omega) > \lfloor N\beta \rfloor$ then regardless of the value of the z variables, those constraints will be present in the other blocks in which $z_\omega = 0$. Therefore, we can eliminate them from all the blocks of stochastic constraints T and allocate them in a single row of a *fixed* matrix A. Using this simple technique reduced the computational effort, as each block in Ω will have less constraints: less memory and resources are needed to find the optimal solution.

We compared the performance of Gurobi and our algorithm in Table I. Please note: these results were obtained by using cuts of length 1, trying to understand the behavior of the IIS Branch and Cut algorithm (IIS BAC).

From Table I, we observe a systematic decrease of explored nodes by using our algorithm in almost all situations. Because of the way Gurobi works, some rows present 0 nodes explored. The reason behind this is that we might obtain the optimum without leaving the root node of the Branch and Bound (BAB) tree if we apply the correct cuts (both ours and Gurobi's).

V. CONCLUSIONS

In this paper, we proposed a novel methodology to solve binary chance-constrained problems building on the work [5]. In particular, we developed improvements for finding upper and lower bounds by using the structure of the problem to our advantage. A salient feature of our approach is the idea of adding a constraint that can improve on the quality of the solution at every iteration, which allows us to handle cases where the problem with all scenarios in place was feasible. The algorithm can handle single and joint CCP, and we tested our approach in a vaccine problem and in a probabilistic version of the set covering problem. In the joint case some extra work is required to convert the output of the IIS generator to cuts that remove blocks of constraints. The computational results show that in many instances we reduced drastically the number of nodes explored, and in some cases the computational time was comparable even though we did not aim at maximum computational efficiency. Possible extensions include the possibility of including cuts that on both z and x variables, and applications to areas where such problems arise often, such as natural resource management.

REFERENCES

[1] Shabbir Ahmed and Dimitri J Papageorgiou. Probabilistic set covering with correlations. *Operations Research*, 61(2):438–452, 2013.

[2] Patrizia Beraldi and Andrzej Ruszczyński. The probabilistic set-covering problem. *Operations Research*, 50(6):956–967, 2002.

[3] John Gleeson and Jennifer Ryan. Identifying minimally infeasible subsystems of inequalities. *ORSA Journal on Computing*, 2(1):61–63, 1990.

[4] Yongjia Song, James R Luedtke, and Simge Küçükyavuz. Chance-constrained binary packing problems. *INFORMS Journal on Computing*, 26(4):735–747, 2014.

[5] Matthew W Tanner and Lewis Ntaimo. IIS branch-and-cut for joint chance-constrained stochastic programs and application to optimal vaccine allocation. *European Journal of Operational Research*, 207(1):290–296, 2010.

Session TB1
Integer Optimization Models for Scheduling II

- *Planificación de la producción de una planta de proceso de salmones en Chile mediante programación lineal entera*; Villasante, Juan Ignacio; Delle Donne, Diego; Durán, Guillermo A.; Marenco, Javier; Weintraub, Andrés.
- *Propuesta de un Modelo de Optimización por Lote para la Planificación de Producción de Rosas*; Romero, Oscar; Mejía, Gonzalo.
- *Un Algoritmo Genético para el problema Open Shop Flexible con Setup y Tiempos de Viaje*; Mejía, Gonzalo; Yuraszeck, Francisco; Romero, Oscar.

Planificación de la producción de una planta de proceso de salmones en Chile mediante programación lineal entera

Diego Delle Donne
Departamento de Computación
FCEN, UBA, Argentina
Instituto de Ciencias
Universidad Nacional de General Sarmiento
Argentina

Guillermo Duran
Instituto de Cálculo y Departamento de Matemática
FCEN, UBA, Argentina
y CONICET, Argentina

Javier Marenco
Departamento de Computación
FCEN, UBA, Argentina
Instituto de Ciencias
Universidad Nacional de General Sarmiento
Argentina

Juan Ignacio Villasante
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile
Chile

Andrés Weintraub
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile
Chile

***Abstract*—El proceso productivo del salmón está dividido en tres etapas: la crianza, la engorda y la elaboración del producto terminado. Luego de las primeras dos etapas, los salmones son acopiados en grandes jaulas próximas a las plantas de proceso. Al succionar peces de estas jaula, se extrae materia prima de distintos calibres la cual puede ser utilizada para distintos productos, aunque no todos los calibres pueden utilizarse para elaborar cualquier producto. Los productos pueden utilizarse para satisfacer demandas conocidas o bien pueden venderse en el mercado interno (aunque a precios más bajos). Una parte de la producción suele no lograr el nivel de calidad requerido y puede *degradarse* y ser utilizada como "materia prima" para la elaboración de otros productos. Los productos elaborados deben pasar por un proceso de enfriado y empaquetado antes de ser enviados a los clientes usualmente en *containers*, los cuales tienen un elevado costo de utilización y por ende representan una variable importante a tener en cuenta. En este trabajo se aborda el problema de la planificación de la producción de salmones teniendo en cuenta diversos factores del proceso productivo (e.g., disponibilidad de materia prima, capacidades de la planta, demandas del mercado, degradación de productos en subproductos, etc.). Se plantea un modelo de programación lineal entera (PLE) y se describe la experiencia con el mismo en una empresa salmonera de Chile a través del desarrollo de una herramienta computacional que ejecuta el modelo de PLE.**

I. Introducción

La industria salmonera es uno de los principales rubros de exportación en Chile. Este sector conforma cerca del 5% de las exportaciones del país, siendo Chile el segundo productor de salmones a nivel mundial, sólo superado por Noruega. El proceso productivo del salmón está dividido en tres etapas: la crianza, la engorda y la elaboración del producto terminado. En la etapa de crianza los salmones son cultivados en agua dulce hasta que alcanzan un tamaño cercano a los 200 gramos. Luego estos son trasladados a centros de cultivo ubicados en el mar del sur de Chile, donde se engordan hasta llegar a un tamaño apropiado para la elaboración de los productos deseados. Una vez que los salmones llegan al tamaño requerido, son "cosechados" en barcos especialmente diseñados llamados *wellboats* para ser transportados a los centros de acopio (grandes jaulas próximas a las plantas de proceso). Finalmente los salmones son succionados por grandes tuberías para ser procesados en las plantas obteniendo así el producto final que será vendido en los diferentes mercados (ver [2] para más detalles).

El presente trabajo se enfoca en la tercera etapa del proceso productivo (la elaboración del producto terminado) de una empresa salmonera en Chile. En esta etapa de gran importancia se da el valor agregado a la *materia prima* al escoger qué productos se elaborarán con ella y en qué mercados se venderán. La planificación de la producción debe tener en cuenta diversos factores clásicos del proceso productivo (e.g., disponibilidad de materia prima, capacidades de la planta, demandas del mercado) así como otros factores propios de la empresa (e.g., diversidad de calibres de materia prima, degradación de productos en subproductos, etc.). En el presente trabajo se aborda el problema de la planificación de la producción mediante técnicas de programación lineal entera (PLE) [3]. Como producto final, se desarrolló una herramienta computacional que ejecuta un modelo de PLE para optimizar la planificación de la planta de proceso, maximizando el beneficio económico de la empresa. En [1] puede encontrarse una reseña de diferentes abordajes a problemas relacionados con la industria de la salmonicultura.

II. El proceso de producción

Cada pez en el centro de acopio pertenece a un cierto *calibre*, según su peso, y cada calibre puede ser utilizado para la fabricación de un conjunto limitado de productos. Cada jaula del centro de acopio dispone de una cantidad de *biomasa* (materia prima) de la cual se conoce su peso medio y una función de distribución de pesos de los peces de la jaula. Es decir, si se succiona una cantidad x de biomasa de una determinada jaula, se dispondrán de una cantidad x_c

de biomasa de cada calibre c de peces (estas distribuciones son usualmente curvas normales). Esta característica impide poder elegir libremente la cantidad de biomasa de cada calibre a utilizar cada día, ya que al succionar peces de una determinada jaula deberá utilizarse la totalidad de los peces de cada calibre (la cual depende de la distribución de pesos de la jaula) y no todos los calibres pueden utilizarse para fabricar todos los productos. Más aun, no todos los productos cuentan siempre con demandas que satisfacer por lo tanto aquella biomasa asociada solo a este tipo de productos deberá utilizarse para la fabricación de productos sin demanda asociada. Si bien estos productos pueden luego venderse en el mercado interno o en ventas *Spot* (las cuales corresponden a ventas no planificadas con antelación), al momento de planificar la producción no se tiene aun la certeza de cuánta será su utilidad final, ni cuándo serán despachados de la planta. Afortunadamente, se cuenta con una estimación de estas dos variables y las mismas deben ser tenidas en cuenta a la hora de la planificación.

Una vez retirados del centro de acopio, los peces pasan por un proceso de evisceración y luego se envían a las *líneas de proceso* en donde se confeccionan los productos finales. Las líneas de proceso son hetorgéneas y cada una puede utilizarse únicamente para un conjunto de productos *compatibles* con la línea. Más aun, a diario cada línea está dedicada a un subconjunto de estos productos compatibles. Durante el proceso de producción, hay una pérdida de biomasa que depende del calibre de la materia prima. Además, una parte de la producción suele no lograr el nivel de calidad requerido (lo que puede ser por diversas razones, tales como color, textura, maduración, etc). Estos productos, pueden *degradarse* y ser utilizados como "materia prima" para la fabricación de otros productos (para ello se los hace pasar nuevamente por las líneas de proceso que correspondan, según los subproductos elaborados). El nuevo producto puede tener una segunda (y hasta una tercera) degradación en función de la calidad deseada del producto final. Un producto tiene incluso la posibilidad de degradarse en varios productos distintos aunque cada opción tendrá distintos rendimientos asociados. Afortunadamente, para cada producto se cuenta con una estimación de la proporción de producto que no alcanza los estándares de calidad (i.e., sufrirá una degradación) y de los rendimientos asociados a cada posible degradación, los cuales deberán tenerse en cuenta a la hora de la planificación.

Finalmente, los productos elaborados deben pasar por un proceso de enfriado y empaquetado antes de ser enviados a los clientes. El envío hacia los clientes se realiza usualmente en *containers*, los cuales tienen un elevado costo de utilización y por ende representan una variable importante a tener en cuenta (ya que un container a medio llenar puede significar una importante pérdida de dinero). Al mismo tiempo, para cada cliente existen varias posibles *rutas* por las cuales pueden enviarse los containers, cada ruta teniendo sus propios tiempos, costos y capacidades. Para cada cliente, existe una serie de demandas mínimas que es necesario satisfacer así también como un límite máximo de producto extra que puede enviarse al cliente.

III. El modelo propuesto

El siguiente es una versión simplificada del modelo propuesto en este trabajo para el problema de la planificación de la producción descrito, el cual utiliza las siguientes variables de decisión:

$Q^t_j \in \mathbb{R}_+$: Biomasa a cosechar de la jaula j el día t.
$x^{trf}_{kdl} \in \mathbb{R}_+$: Biomasa de calibre k a procesar para el producto asociado a la demanda d el día t en la línea l para enviar por ruta r en la fecha f.
$u^{trf}_{pld} \in \mathbb{R}_+$: Cantidad del producto p degradado para producir subproducto asociado a la demanda d el día t en la línea l para enviar por ruta r en la fecha f.
$h^t_{kpl} \in \mathbb{R}_+$: Biomasa de calibre k a procesar en línea l para producto p (sin demanda) el día t.
$z^t_{pp'l} \in \mathbb{R}_+$: Cantidad del producto p degradado para producir subproducto p' el día t en la línea l.
$y^f_{cr} \in \mathbb{Z}_+$: Cantidad de contenedores a enviar al cliente c en la fecha f por la ruta r.
$w^t_{Pl} \in \{0,1\}$: Indica si la línea l se dedica para productos del conjunto P el día t.

Con estas variables de decisión y los parámetros definidos en la Tabla I, el modelo de PLE propuesto consiste en maximizar

$$\sum_d \left[\sum_{t,k,r,l,f} x^{trf}_{kdl} \cdot R_{kp_d} + \sum_{t,p,r,l,f} u^{trf}_{pld} \cdot R_{pp_d} \right] \cdot NET_{p_d} \cdot util_{p_d}$$
$$+ \sum_p \left[\sum_{t,k,l} h^t_{kpl} \cdot R_{kp} + \sum_{t,p',l} z^t_{p'pl} \cdot R_{p'p} \right] \cdot NET_p \cdot util^{est}_p - \sum_{f,c,r} y^f_{cr} \cdot C_r$$

Sujeto a las restricciones del problema, entre las cuales destacan:

- **Respetar materia prima:** No cosechar más de lo disponible en las jaulas del acopio.
- **Respetar capacidad de planta:** No procesar más de lo que permite la planta de proceso.
- **Cumplir demandas:** Cumplir las demandas de los clientes.
- **Mínimo a cargar por contenedor:** Respetar el porcentaje mínimo a cargar por contenedor.
- **Relación entre productos:** Relación entre variables de producción y degradación.

IV. Resultados y comentarios finales

Hoy en día la planificación de la producción de la planta se realiza manualmente. Este es un problema sumamente difícil debido a que involucra una gran cantidad de combinaciones. El operario utiliza gran parte de su tiempo en realizar esta labor. Actualmente se está implementando la aplicación computacional en la empresa obteniendo hasta ahora muy buenos resultados. La herramienta es capaz de entregar soluciones óptimas del modelo en unos pocos minutos, permitiéndole al operario destinar el tiempo que utilizaba en hacer la programación, a

R_{kp}	Rendimiento luego del desangrado de la biomasa de calibre k para el producto p.
$R_{pp'}$	Rendimiento al elaborar el subproducto p' a partir de producto p.
NET_p	Porcentaje del producto p que no se degrada luego del proceso de producción.
$util_d$	Utilidad por Kg del producto asociado a la demanda d (puede variar para el mismo producto en distintas fechas o con distintos clientes).
$util_p^{est}$	Utilidad estimada por Kg del producto p (para ventas sin demanda asociada).
C_r y CAP_r	Costo y capacidad de cada contenedor asociado a la ruta r.

TABLA I
PARÁMETROS DEL MODELO DE PLE.

analizar las soluciones entregadas por la herramienta. Otra gran ventaja del software es que las soluciones del modelo contienen un nivel de detalle muy superior a las soluciones manuales que se obtenían hasta ahora. El modelo entrega la planificación a nivel diario especificando en qué líneas de la planta se elaborará cada uno de los productos, a qué sub-productos se destinará cada uno de los productos degradados, cuándo se despachará cada pedidos y qué cantidades y lotes se cosecharán del centro de acopio. Este nivel de detalle sería impensable por medio de una planificación manual. Todas estas ventajas le serán de gran utilidad al operario al realizar la planificación, permitiéndole a la empresa obtener el máximo beneficio económico de su materia prima. Actualmente, la herramienta se encuentra en la etapa final de desarrollo y estimamos que se pondrá en práctica definitivamente durante los meses de marzo y abril de 2017.

REFERENCIAS

[1] BRAVO, F., DURÁN, G., LUCENA, A., MARENCO, J., MORÁN, D., Y WEINTRAUB, A. Mathematical models for optimizing production chain planning in salmon farming. *International Transactions in Operational Research 20*, 5 (2013), 731–766.

[2] SALMONCHILE. Sitio web: http://www.salmonchile.cl.

[3] WOLSEY, L. A. *Integer programming*. Wiley-Interscience series in discrete mathematics and optimization. J. Wiley & sons, New York (N.Y.), Chichester, Weinheim, 1998. A Wiley-Interscience publication.

Propuesta de un Modelo de Optimización por Lote para la Planificación de Producción de Rosas

Oscar Romero
Universidad Austral de Chile sede Puerto Montt
Balneario Pelluco s/n, Puerto Montt, Chile
oscar.romero@uach.cl

Oscar Romero, Gonzalo Mejía
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Avenida Brasil 2241, Valparaíso, Chile
gonzalo.mejia@pucv.cl

***Abstract*—El problema de estudio se centra en un problema de planificación de producción por lotes para el cultivo de rosas que permita cumplir con las demandas maximizando la utilidad sujeto a restricciones tecnológicas. Este modelo de planificación de la producción es un modelo de programación entero mixto (MILP) que puede ser aplicado a cualquier especie arbórea que presente las mismas caracteristicas biológicas de crecimiento que posee la rosa. Para la corroboración del modelo se desarrollaron pequeñas instancias las cuales fueron resueltas con solver Cplex 12.6 los cuales han arrojado resultados iniciales satisfactorios. La contribución generada es haber encontrado restricciones lineales asociadas a la condición biológica de crecimiento. Se espera resolver el problema para instancias más grandes o reales y evaluar su comportamiento.**

Keywords: Planificación producción de flores, programación entera mixta, Cosecha.

I. INTRODUCCIÓN

Unos de los grandes sectores productivos en Colombia es la floricultura encontrándose siendo uno de los tres más grandes exportadores a nivel mundial. Por lo tanto, emplear nuevas estrategias de apoyo en la toma de decisiones puede contribuir de buena manera en sus operaciones y con ello poder mantenerse en un mercado con bastante variabilidad, tanto en precio como el mercado [1].

El problema de la planificación de rosas es complejo ya que una planta de rosas puede producir en promedio entre 13 a 14 rosas al año, además cada rosa extraída tiene un ciclo en promedio de 12 semanas para su cosecha (los ciclos productivos pueden variar dependiendo de la especie entre 11 a 14 semanas), o sea, una vez que es extraída la rosa saldrá una nueva rosa después de 11 semanas, dada su característica biológica, a menos que se realice un nuevo corte para cambiar la fecha de cosecha permitiendo reprogramar la planificación. Otra característica de la rosa es que no podrán salir dos rosas en un mismo periodo. Por otra parte, por aspectos tácticos y estratégicos es importante conocer el número de camas que le permita cumplir con la demanda. Otro aspecto importante es el hecho que no puede mantenerse inventario.

El problema de planificación de la producción asociada a la cosecha ha sido abordado desde distintos enfoques dependiendo el rubro, uno de los principales rubros en esta materia es el forestal Goycoolea et al. [2] busco maximizar los beneficios de cosechar sectorizando o clusterizando las zonas de cosecha, usando una formulación de programación entera clásica de empaquetamiento máximo de conjuntos. Wei et al. [3] presentaron tres formulaciones MIP para programar la producción del área central directamente dentro de un modelo de programación de cosecha forestal. El énfasis está en el área central del bosque maduro. En contraste con las restricciones de adyacencia que se centran en las áreas cosechadas, la valoración del área central enfatiza directamente las condiciones espaciales específicas del bosque maduro con el tiempo. Lockwood y Moore [4] determinaron una secuencia de cosecha forestal para el logro del volumen de madera requerido que cumpla con los requerimientos de cada periodo apoyados con inventarios con un MILP. En artículo de revisión Weintrub y Murray [5] analizaron el estado del arte en la planificación forestal. Mishoe y Jones [6] presentaron un estudio donde el objetivo era la planificación la cosecha de cada área maximizando la biomasa de cultivo. Rocco y Morabito [7] presentaron una propuesta de modelo matemático basado en un esquema del problema de planificación de producción y logístico del tomate. Apoyando de esta manera las decisiones tácticas de planificación. Este modelo es la gran contribución dado que no existían estudios en esta línea. Lamsal et al. [8] desarrollaron un modelo para planificar el movimiento del cultivo de la granja a la planta de procesamiento para cultivos satisfaciendo con múltiples productores independientes y sin almacenamiento significativo en la granja. Mesa et al. [9] se focalizaron en programar la cosecha de varios agricultores en un solo sistema (en alguna zona en que todos convivan), de esta manera se podrán tomar mejores decisiones ya sea como agricultores en forma independiente como en grupo. Sempore et al. [10] presentaron una comparación de las fortalezas y debilidades de 3 tipos de modelos utilizados para la planificación de ganado y cultivo con el fin de ayudar a 18 productores en la próxima temporada. Las 3 herramientas fueron evaluadas bajo los criterios de: 1.- evaluación de los agricultores; 2.- facilitación del aprendizaje de los agricultores; 3.- facilitación en el aprendizaje de los investigadores. Cáceres et al. [11] propone un modelo de programación matemática de planificación de la cosecha de aceitunas para apoyar el proceso de toma de decisiones. El modelo tiene como objetivo encontrar un calendario de cosecha de diferentes unidades de tierra que maximice la cantidad total de aceite extraído en el molino. Este enfoque considera el efecto de los fenómenos climatológicos (lluvia y heladas) durante la época de cosecha, lo que resulta en una reducción de los cultivos de olivos. En relación con la planificación de la producción existe una información muy variada. Zhu et al. [12] presentaron

una propuesta de modelo de producción por lotes de semillas envasadas (MIP) basado en el problema tradicional, para ser resuelto con un algoritmo heurístico. El objetivo del modelo es el de minimizar el costo total de planificar la producción multiperiodo. Kantas et al. [13] presentaron un MILP capacitado para analizar la viabilidad económica y ambiental de la producción de etanol utilizando múltiples fuentes de biomasa. El modelo minimiza el costo de la producción de etanol mientras penaliza sus posibles impactos ambientales adversos como las emisiones de CO2 y el uso excesivo de agua. Amorim et al. [14] presentaron una comparación de dos formulaciones de planificación de producción con distribución. Esta propuesta se basa en estudiar el problema operacional de la producción y distribución integrada proviene de situaciones muy prácticas de la industria cuando no es posible o conveniente mantener el inventario final desacoplando estos dos procesos. Liu et al. [15] investigan el problema de la planificación de la producción bajo medidas de desempeño económicas y medio ambiente con respecto a los sistemas de producción seru, un nuevo sistema de fabricación elogiado como doble E (ecología y economía) en las industrias manufactureras japonesas. El trabajo propone un modelo matemático con dos objetivos de minimización la emisión de dióxido de carbono y makespan para el procesamiento de todos los tipos de productos en el sistema de producción seru. Claassen et al. [16] El trabajo presenta un MILP en que se incluye de forma simultánea planificación por lotes (Secuencia dependiente de setup and setup no tr -iagular) y restricciones estrictas de capacidad (Deterioro de los productos). Se puede observar que, aunque se ha estudio el problema de la planificación de producción para cosecha en distintos ámbitos y objetivos de interés el integrar una característica biológica como el de la rosa en un modelo es algo que no se ha desarrollado en la literatura, por lo cual es algo nuevo y que puede ser replicado o utilizado en otras especies con la misma característica.

En este artículo se propone un modelo de programación lineal entero mixto (MILP) para programar la producción de las rosas por lote de camas incluyendo las características biológicas que posee la rosa, de esta manera se podrá conocer cuántos lotes de camas son necesarios en cada periodo para cada especie y cuantas camas son las necesarias para la demanda anual, desde un aspecto táctico y operativo.

II. Formulación Matemática

A. *Formulación Matemática*

En relación a la formulación se debe entender que se propuso bajo los siguientes supuestos: - Los ciclos que posee la rosa en una planta corresponde a 11 semanas. En las primeras semanas no se contempla abastecer la demanda dado el tiempo de maduración de la planta para ser cosechada. No se sembrará en las semanas en que no se podrá cosechar. Entonces el modelo propuesto es:

Conjuntos:

t, l, k: Conjunto de Periodo de tiempo T, L, K (semanas) en el horizonte de planificación.
r: Conjunto de rosas tipo R.
i: Conjunto de camas I.

Parámetros:

Dda [r,t]: Cantidad de unidades de rosas tipo r demandadas en el periodo t
PV[r,t]: Precio de venta de la rosa tipo r en el periodo t
CtsP[r,t]: Costos de producción de cosecha de la rosa tipo r en el periodo l
CtsS[r,t]: Costos por sobrante (sobreproducción) de la rosa tipo r en el periodo l
CtsF[r,t]: Costo por faltante de la rosa tipo r en el periodo l
Aprov[r]: Aprovechamiento de producir la rosa tipo r
M: Valor muy grande
Lot: Cantidad de lote extraído por cama.
maxprod: Cant. Máx. de producción de rosas por planta al año
minprod: Cant. Mín. de producción de rosas por planta al año
ciclo: semanas que posee una rosa en ser productiva.
PP: porcentaje del precio de venta utilizado en mercado local
j: periodo en que comienza la demanda.

Variables de Decisión:

X[r,i,t]: 1 si se cosecha la rosa tipo r en la cama i en el periodo t, 0 en otro caso.
Y[r,i,l]: 1 si se siembra (corta) la rosa tipo r en la cama i en el periodo l, 0 en otro caso.
CP[r,t]: Cantidad máxima de camas totales utilizadas en el periodo t para la rosa r
SbCa[r,i]: Cantidad de camas de rosas r utilizadas en i camas
Emp[r,t]: Cantidad de rosas tipo r empacadas para la venta en el periodo t.
Cama[r,i,t]: Cantidad la rosa tipo r cosecha en la subcama i en el periodo t
Sob[r,t]: Cantidad de rosas tipo r sobrantes en el periodo t
Fal[r,t]: Cantidad de rosas tipo r faltantes en el periodo t

Función Objetivo:

$$U_{\max} = \sum_{r=1}^{R}\sum_{l=j}^{L} PV_{rl} * Emp_{rl} + \sum_{r=1}^{R}\sum_{l=j}^{L} PP * PV_{rl} * 0.2 * Sob_{rl} + \sum_{r=1}^{R}\sum_{l=j}^{L} PV_{rl} * Fal_{rl} - \sum_{r=1}^{R}\sum_{l=j}^{L} CtsP_{ril} * \sum_{i=j}^{I} Lot * Cama_{ril} - \sum_{r=1}^{R}\sum_{l=j}^{L} CtsS_{rl} * Sob_{rl} - \sum_{r=1}^{R}\sum_{l=j}^{L} CtsF_{rl} * Fal_{rl} \quad (1)$$

Restricciones:

$$Aprov_r * Lot * \sum_{i=j}^{I} Camas_{rit} + Fal_{rt} - Sob_{rt} = Dda_{rt} \quad \forall r,t \quad (2)$$

$$Emp_{rt} = Aprov_r * \text{Lot} * \sum_{i=j}^{I} Camas_{rit} - Sob_{rt} \quad \forall r,t \quad (3)$$

$$CP_{rt} = \sum_{i=1}^{I} SbCa_{ri} \quad \forall r,t \quad (4)$$

$$SbCa_{ri} \geq Camas_{rit} \quad \forall r,i,t \quad (5)$$

$$CP_{rt} = CP_{r(t+1)} \quad \forall r,t \quad (6)$$

$$Camas_{rit} \leq M * X_{rit} \quad \forall r,i,t \quad (7)$$

$$\min prod \le \sum_{t=1}^{T} X_{rit} \le \max prod \qquad \forall r,i \quad (8)$$

$$(1 - X_{rit}) \ge \sum_{k=t+1}^{t+2} X_k \qquad \forall r,i,t \quad (9)$$

$$Camas_{rit} \le \sum_{k=t+2}^{t+5} Camas_{rik} \qquad \forall r,i,t \quad (10)$$

$$CP_{rt} \ge \sum_{i=1}^{T} Camas_{rit} \qquad \forall r,t \quad (11)$$

$$\min prod * SbCa \le \sum_{t=j}^{T} Camas_{rit} \le \max prod * SbCa \quad \forall r,i \quad (12)$$

$$Y_{ril} = X_{rit} \qquad \forall r,i,l,t \,/\, t = l + ciclo \quad (13)$$

$$X_{rit} \le \sum_{k=t}^{t+2} Y_{rik} \qquad \forall r,i,t \quad (14)$$

$$X_{rit} \in \{0,1\} \quad \forall r,i,t \qquad Emp_{rt} \in \mathbb{Z} \quad \forall r,t$$

$$Y_{ril} \in \{0,1\} \quad \forall r,i,l \qquad Fal_{rt} \in \mathbb{Z} \quad \forall r,t$$

$$Camas_{rit} \in \mathbb{Z} \quad \forall r,i,t \qquad Sob_{rt} \in \Re \quad \forall r,t$$

$$SBCa_{ri} \in \mathbb{Z} \quad \forall r,i \qquad CP_{rt} \in \mathbb{Z} \quad \forall r,t$$

Cada una de las ecuaciones se describen a continuación: (1) Corresponde a la función objetivo que busca maximizar las utilidades, o sea, vender la mayor cantidad de rosas al menor costo posible. (2) Corresponde a la restricción asociada con el balance entre la producción y la demanda. (3) Esta restricción entrega la cantidad de rosas empacadas a vender. (4) Esta restricción entrega la cantidad de camas totales a ocupar al año por rosa para cumplir con la demanda. (5) Representa la cota superior de la cantidad de camas a cosechar. (6) Las camas totales a utilizar son iguales entre periodos. (7) Activación de cosecha para una cama en un periodo t. (8) La cantidad de cosechas al año debe estar entre un mínimo y un máximo. (9) No pueden ser cosechada la cama en periodos contiguos. (10) La cantidad cosechada en un periodo es lo mínimo para la próxima cosecha. (11) La cantidad maxima de camas es el limite de camas a cosechar por periodo. (12) La cantidad de camas cosechadas en el año debe estar entre un mínimo y un máximo. (13) restricción asociada al tiempo de ciclo. (14) restricción asociada con cosechar y sembrar. Las siguientes restricciones corresponden al dominio de las variables de decisión.

B. Resultados Preliminares

Se crearon instancias pequeñas para validar el modelo los cuales han encontrado soluciones factibles. Se espera resolver el modelo con instancias reales y analizar sus comportamientos de éste utilizando solvers comerciales, para ello se usará un computador Intel(R) Core(TM) i7-4500U CPU @1.80 GHz con 8 GB RAM y 64 Bit de sistema operativo.

REFERENCIAS

[1] Calderon F., Mejias G., Modelo de Optimización para la planeación de producción de un cultivo de rosas". Universidad de los Andes, Bogota, Colombia. 2005

[2] Goycoolea M., Murray A., Barahona F., Epstein R., Weintraub A. "Harvest Scheduling subject to maximum area restriction: Exploring Exact Approaches", Operations Research. 2005, Vol. 53 Nº3, pp. 490 – 500. doi 10.1287/opre.1040.0169

[3] Mishoe J., Jones J., Gascho G. "Harvesting Scheduling of Sugarcane for optimium biomass production", Florida Agricultural Experiment Stations Journal. 1979, Vol. 1546, pp. 1299 – 1304.

[4] Mesa J., Gómez E., Sánchez J. "Management System for Harvest Scheduling: The case of Horticultural Production in Southeast Spain", International food and agribusiness management review. 2011, Vol. 14, pp. 145 – 164. http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/371/IFAMR2011.pdf?sequence=1&isAllowed=y

[5] Wei Y., Hoganson H. "Scheduling forest core area production using mixed integer programming", Canadian Journal of Forest Research. 2007, Vol. 37, pp. 1924 – 1932. doi:10.1139/X07-033

[6] Lockwood C., Moore T. "Harvest scheduling with spatial constraints: a simulated annealing approach", Canadian Journal of Forest Research. 1993, Vol. 23 Nº3, pp. 468 – 478. doi.org/10.1139/x93-065

[7] Zhu Y., Zhang J., Huang D., Geng N. "The optimization of crop seeds packaging production planning based on dynamic lot-sizing model", Computer and electronics in Agriculture. 2017, Vol. 136, pp. 79 – 85.

[8] Kantas A., Cobuloglu H., Büyüktahtakin I., "Multi-source capacitated lot-sizing for economically viable and clean biofuel production", Journal of cleaner production. 2015, Vol. 94, pp. 116 – 129.

[9] Rocco C., Morabito R. "Production and logistics planning in the tomato processing industry: A conceptual scheme and mathematical model", Computer and electronics in Agriculture. 2016, Vol. 127, pp. 763 – 774.

[10] Amorim P., Belo-Filho M., Toledo F., Almeder C., Almada-Lobo B., "Lot sizing versus batching in the production and distribution planning of perishable goods", Introduction journal production economics. 2013, Vol. 146, pp. 208 – 2018.

[11] Lamsal K., Jones P., Thomas B., "Harvest logistics in agricultural systems with multiple, independent producers and no on-farm storage", Computer and electronics in Agriculture. 2016, Vol. 91, pp. 129 – 138.

[12] Cáceres C., Pérez-Galarce F., Alvaréz-Miranda E., Candia-Véjar A. "Optimization of the harvest planning in the olive oil production: A case study in Chile", Computer and electronics in Agriculture. 2017, Vol. 141, pp. 147 – 159.

[13] Liu Ch., Dang F., Li W, Lian j., Evans S., Yin Y., "Production planning of multi-stage multi-option seru production systems with sustainable measure", Journal of cleaner production. 2015, Vol. 105, pp. 285 – 299.

[14] Weintraub A., Murray A. "Review of combinatorial problems induced by spatial forest harvesting planning", Discrete Applied Mathematics. 2006, Vol. 154, pp. 867 – 879. doi:10.1016/j.dam.2005.05.025

[15] Claassen G., Gerdessen J., Hendrix E., Van der Vorst J., "On production planning and scheduling in food processing industry: Modelling non-triangular setups and product decay", Computer & operation research. 2016, Vol. 76, pp. 147 – 154.

[16] Sempore A., Andrieu N., Nacro H., Seogo M., Le Gal P., "Relevancy and role of whole-farm models in supporting smallholder farmers in planning their agricultural season", Enviromental modelling & software. 2015, Vol. 68, pp. 147 – 155.

Un Algoritmo Genético para el problema Open Shop Flexible con Setup y Tiempos de Viaje

Gonzalo Mejía[1], Oscar Romero[1], Francisco Yuraszeck[1]

[1] Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Avenida Brasil 2241, Valparaíso, Chile
{gonzalo.mejia, oscar.romero, francisco.yuraszeck} @pucv.cl

***Abstract*: El siguiente artículo estudia el problema de programación de un open shop flexible con tiempos de viaje entre estaciones de trabajo y tiempos de setup en las máquinas que dependen de la secuencia de operaciones. Junto con formular un modelo de Programación Entera Mixta (PEM) para representar este problema se demuestra que la obtención de soluciones óptimas solo es posible para instancias pequeñas. Adicionalmente se estudia el desempeño de un simple pero a la vez efectivo Algorimo Genético (AG) que permita abordar de forma eficiente instancias de tamaño creciente. Nuestra contribución consiste en la generación de un esquema de programación que reduce el espacio de búsqueda. El desempeño del algoritmo se prueba en dos conjuntos de instancias de la literatura. Los resultados revelan que el AG muestra un desempeño muy competitivo en comparación con otros algoritmos que utilizan la misma representación de soluciones para las instancias clásicas del open shop.**

Keywords: open shop flexible, tiempos de viaje, setup, algoritmo genético, programación entera mixta.

I. INTRODUCCIÓN

En este artículo se aborda el problema del Open Shop Flexible (FOSSP) con setup y tiempos de viaje. Este consiste en determinar la programación de un conjunto de trabajos sin ruta predefinida en un conjunto de estaciones que consideran una o más máquinas idénticas en paralelo con el objetivo de minimizar la suma del tiempo de flujo. Este problema puede ser representado según la notación de [1] como FO_m / s_{ikj} , $TT_{il} / \sum C_j$ donde s_{ikj} es el tiempo de setup en la máquina m_i cuando se pasa a procesar el trabajo j luego de haber procesado el trabajo k, TT_{il} es el tiempo de viaje entre la estación i y la estación l y $\sum C_j$ es el tiempo de flujo total.

El FOSSP es una variante del Open Shop Scheduling Problem (OSSP) el cual es NP-hard cuando el número de estaciones es mayor a dos [2]. Para abordar el OSSP se han utilizado métodos de resolución exacta como Branch and Bound [3, 4], Programación Entera Mixta y Programación de Restricciones [5]. Por otra parte, heurísticas y metaheurísticas como Recocido Simulado [6, 7], Búsqueda Tabú [8, 9], Variable Neighborhood Search (VNS) [10], como también heurísticas poblacionales como Algoritmo Genéticos (AG) [11, 12, 13], Colonia de Hormigas (CH) y Colonia de Abejas (CA) [14, 15, 16], han sido ampliamente estudiadas en los últimos años. Algunas variantes del OSSP incluyen restricciones de precedencia asociadas a los tiempos de setup [17, 18], tiempos de viaje [19, 20, 21] y varias otras. De forma análoga, las investigaciones respecto al FOSSP han sido limitadas en comparación al Flow Shop y Job Shop. Dentro de algunos estudios sobre el FOSSP, Naderi et al [22] propone un Algoritmo Memético para minimizar el tiempo de flujo total. Por otra parte, en nuestro mejor conocimiento no se han encontrado extensiones del FOSSP con setup y tiempos de viaje.

II. GENERACIÓN DE INSTANCIAS

A. Generación de Instancias

En relación a la generación de instancias se utilizó como base las señaladas por Taillard [23], para la obtención de los tiempos de proceso y Azadeh [11] para obtener los tiempos de setup y los tiempos de viaje entre estación. Se realizaron dos grupos de instancias los cuales se detallan en la siguiente Tabla 1 y 2:

Representación	N° de Trabajos	N° de Estaciones
4x2	4	2
4x3	4	3
5x2	5	2
5x3	5	3
6x2	6	2
6x3	6	3
7x2	7	2
7x3	7	3

Tabla 1: Grupo de instancias pequeñas

Representación	N° de Trabajos	N° de Estaciones
10x3	10	3
10x6	10	6
10x10	10	10
20x3	20	3
20x6	20	6
20x10	20	10
30x6	30	6
30x10	30	10

Tabla 2: Grupo de instancias grandes

En ambos grupos de instancias la cantidad de máquinas por estación se obtuvo de acuerdo por lo señalado por Azadeh [11].

III. RESULTADOS PRELIMINARES

La formulación matemática propuesta puede ser resuelta a optimalidad en un tiempo máximo de 1.800 segundos solo para las instancias pequeñas. Las experiencias computacionales se llevan a cabo haciendo uso del lenguaje de programación matematica AMPL y el solver CPLEX 12.7.1.0 en un computador Intel(R) Core(TM) i7-4500U CPU @1.80 GHz con 8 GB RAM y 64 Bit de sistema operativo.

En cuanto al AG se estudia el comportamiento del modelo de integración propuesto de dos maneras:

1.- Para las *instancias pequeñas* se resuelve de acuerdo con los siguientes parámetros: probabilidad de crossover de 0,9; probabilidad de mutación de 0,1; tipo de crossover que PMX y la mutación de trabajos.

2.- Para las *instancias grandes* se resuelven las instancias de acuerdo a bloques de estudio, donde se modifican las probabilidades de crossover, probabilidad de mutación, tipo de crossover y tipo de mutación, con ello se observará que tan relevante es un factor con respecto a otro.

Representación	***Solución AG***	***Solución CPLEX***	***AG (s)***	***CPLEX (s)***
4x2	637	637	4,01	0,2344
4x3	971	949	6,01	0,7656
5x2	1.145	1.046	5,00	0,4375
5x3	1.303	1.243	7,51	2,2500
6x2	1.374	1.321	6,01	1,2344
6x3	1.500	1.473	9,01	39,4219
7x2	1.739	1.652	7,01	2,7969
7x3	2.196	2.102	10,50	13,1719

Tabla 3: Resultados para las instancias pequeñas con algoritmo genético y CPLEX

Se constata que CPLEX encuentra la solución óptima del problema siendo predominante en cada una de las instancias no solo en las soluciones también en los tiempos en que resuelve cada una de ellas.

En relación a las instancias grandes los resultados se aprecian en la Tabla 4.

Representación	***Solución AG***	***Solución CPLEX***	***AG (s)***	***CPLEX (s)***
10x3	3.018	3.078	15,031	1.800
10x6	4.278	4.361	30,137	1.800
10x10	6.502	6.810	50,611	1.800
20x3	7.278	7.714	30,183	1.800
20x6	9.281	10081	60,893	1.800
20x10	12.979	14947	103,649	1.800
30x6	16.139	17933	92,280	1.800
30x10	23.878	31816	158,940	1.800

Tabla 4: Resultados para las instancias grandes con algoritmo genético y CPLEX

REFERENCIAS

[1] Graham, R.L., Lawler, E.L., Lenstra, J.K. and Rinnooy Kan, A.H.G. (1979) Optimization and Approximation in Deterministic Sequencing and Scheduling—A Survey. Annals of Discrete Mathematics, 5, 287-326. http://dx.doi.org/10.1016/S0167-5060(08)70356-X

[2] Naderi B., Fatemi Ghomi S.M.T., Aminnayeri M., Zandei M., *Modeling and scheduling open shops with sequencie-dependent setup times to minimize total completion time*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 53, 2011, pp. 751 – 760. Doi: 10.1007/s00170-010-2853-6

[3] P. Brucker, J. Hurink, B. Jurisch, B.A. Wöstman n, Branch & bound algorithm for the open-shop problem, Discrete Applied Mathematics, Vol. 76, 1997, pp. 43-59.

[4] A. Azadeh, S.M. Goldansaz, and A.H. Zahedi-Anaraki, Solving and optimizing a bi-objective open shop scheduling problem by a modified genetic algorithm, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 85, 2016, pp. 1603-1613.

[5] S.H.H. Doulabi, A mixed integer linear formulation for the open shop earliness-tardiness scheduling problem, Applied Mathematical Science, Vol. 4, 2010, pp. 1703-1710.

[6] M. Andresen, H. Brasel, M. Morig, M., J. Tusch, F. Werner, P. Willenius. *Simulated annealing and genetic algorithms for minimizing mean flow time in an open shop*, Mathematical and Computer Modelling, Vol. 48, 2008, pp. 1279-1293.

[7] F. Jolai, S.M. Goldansaz, and A.H. Zahedi-Anaraki, *Simulated annealing and imperialist competitive algorithm for minimising makespan in an open shop*, International Journal of Operational Research, Vol. 17, 2013, pp. 275-294.

[8] C.F. Liaw, An efficient tabu search approach for the two-machine preemptive open shop scheduling problem, Computers & Operations Research, Vol. 30, 2003, pp. 2081-2095.

[9] Alcaide, D., Vigo, D. and Sicilia, J. (1997) A Tabu Search Algorithm for the Open Shop Problem. *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa*.

[10] Roshanaei V., Naderi B., Jolai F., Khalili M., *A variable neighborhood search for job shop scheduling with set-up times to minimize makespan*. Future Generation Computer Systems, Vol. 25, 2009, pp. 654 – 661. Doi: 10.1016/j.future.2009.01.004

[11] A. Azadeh, S.M. Goldansaz, and A.H. Zahedi-Anaraki, *Solving and optimizing a bi-objective open shop scheduling problem by a modified genetic algorithm*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 85, 2016, pp. 1603-1613.

[12] C. Prins, *Competitive genetic algorithms for the open-shop scheduling problem*, Mathematical Methods of Operations Research, Vol. 52, 2000, pp. 389-411.

[13] Vela C. R., Varela R., Gonzalez M.A., *Local Search and Genetic algorithm for the job shop scheduling problem with sequence dependent setup times*. Journal of Heuristics, Vol. 16, 2010, pp. 139 – 165. Doi: 10.1007/s10732-008-9094-y

[14] G. Campos Ciro, F. Dugardin, F. Yalaoui, R. Kelly, Open shop scheduling problem with a multi-skills resource constraint: a genetic algorithm and an ant colony optimisation approach, International Journal of Production Research, Vol. 54, 2016, pp. 4854-4881.

[15] Y.M. Huang, and J.C. Lin, A new bee colony optimization algorithm with idle-time-based filtering scheme for open shop-scheduling problems, Expert Systems with Applications, Vol. 38, 2011, pp. 5438-5447.

[16] N. Panahi, and R. Tavakkoli-Moghaddam, *Solving a multi-objective open shop scheduling problem by a novel hybrid ant colony optimization*, Expert Systems with Applications, Vol. 38, 2011, pp. 2817-2822.

[17] Moghaddas R., Houshmand M., *Job-Shop Scheduling Problem With Sequence Dependent Setup Times*. Proceding of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists, Hong Kong, China, 2008, Vol. II, 19-21 March.

[18] Roshanaei V., Seyyed Esfehani M.M., Zandieh M., *Integrating non-preemptive open shops scheduling with sequence-dependent setup times using advanced metaheuristics*. Expert Systems with Applications, Vol. 37, 2010, pp. 259 – 266. Doi: 10.1016/j.eswa.2009.05.003

[19] Solomon M., Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. Operations Research Society of America, Vol. 35, 1987, pp. 254 – 265.

[20] V.F. Yu, S.-W. Lin, and S.-Y. Chou, The museum visitor routing problem, Applied, Mathematics and Computation, Vol. 216, 2010, pp. 719-729. Doi:10.1016/j.amc.2010.01.066C.

[21] Rossi A., Dini G., *Flexible job-shop scheduling with routing flexibility and separable setup times using ant colony optimisation method*. Robotics and Computer-INtegrated Manufacturing, Vol. 23, 2007, pp. 503 – 516. Doi: 10.1016/j.rcim.2006.06.004

[22] Naderi B., Fatemi Ghomi S.M.T., Aminnayeri M., Zandei M., *Scheduling open shop with parallel machine to minimize total completion time*. Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 235, 2011, pp. 1275 – 1287. Doi: 10.1016/j.cam.2010.08.013

[23] Taillard E., *Bechmarks for basic scheduling problems*. European Journal of Operational Research, Vol. 64, 1993, pp. 278 – 285. Doi: 10.1016/0377-2217(93)90182-M

Session TB2
Supply Chain and Transportation

- *Predicción de los tiempos de permanencia para contenedores de importación utilizando minería de datos*; Quijada, Francisca; Maldonado, Sebastian; Gonzalez Ramírez, Rosa G..
- *Planificación integrada para la recepción y acopio de contenedores de exportación en terminales de contenedores*; Valdebenito, Manuel; Montt, Cecilia; Guarnaschelli, Armando.
- *Bi-objective optimization model for humanitarian logistic and use of forecasting techniques for parameters estimation*; Hormazábal Vildósola, Héctor Alonso; Parada, Leandro; Pradenas, Lorena.

Predicción de los tiempos de permanencia para contenedores de importación utilizando minería de datos

Francisca Quijada
Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas
Universidad de Los Andes Chile
Santiago, Chile
fquijada@miuandes.cl

Sebastian Maldonado
Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas
Universidad de Los Andes Chile
Santiago, Chile
smaldonado@uandes.cl

Rosa G. González-Ramírez
Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas
Universidad de Los Andes Chile
Santiago, Chile
rgonzalez@uandes.cl

Abstract*—El ordenamiento de contenedores en el patio de las terminales portuarias es una decisión operacional que incide en la eficiencia de estas. En algunos casos, el tiempo que permanece un contenedor almacenado presenta alta incertidumbre, principalmente en los casos de importación. Para apoyar las decisiones relacionadas al apilamiento de contenedores de importación en la Terminal Puerto Arica (TPA) que opera en Chile, se aplican modelos para la predicción numérica de estos tiempos de permanencia (*dwell time*). El objetivo es determinar un criterio para el apilamiento de dichos contenedores en el patio, basado en sus respectivos *dwell times,* que reduzca la manipulación de los mismos, disminuyendo despejes al momento de ser despachados a los transportistas a cargo de su retiro. Para lo anterior, se propone la aplicación y posterior comparación entre tres modelos predictivos: Regresión Lineal Múltiple, Árboles de Decisión y *Random Forest*. Lo mencionado se realiza tomando en consideración una base de datos histórica de tres años que proporcionó el puerto. A partir de los resultados obtenidos, se clasifican las predicciones numéricas de *dwell time* en tres grupos: "Menor a 7 días", "Entre 7 y 14 días" y, "Mayor a 14 días". Como medida de desempeño para seleccionar el mejor modelo, se utilizan las métricas *MAPE* aplicada a la predicción numérica y, *Balanced Accuracy*, que permite observar el porcentaje relativo de acierto por cada grupo mencionado. El algoritmo con mejores resultados corresponde a Random Forest, que entrega un valor para *Balanced Accuracy* de 0.61, en donde específicamente la clase "Menor a 7 días" tiene un promedio de 61% de aciertos, "Entre 7 y 14 días" un 54% de aciertos y, por último, "Mayor a 14 días" un promedio de aciertos del 65%.

Keywords—Dwell time, Container stacking problem, Data Analytics;

I. INTRODUCCIÓN

El alza de la actividad portuaria a nivel mundial durante las últimas décadas, impulsada por el fenómeno de la globalización, ha generado en las terminales portuarias una constante necesidad por crear estrategias eficientes de operación para el manejo de la carga.

En este artículo, se aborda la problemática de ordenamiento de contenedores en un patio, tomando como caso de estudio la Terminal Puerto Arica (TPA) que opera en la zona de Arica al norte de Chile. El Puerto de Arica presenta importantes desafíos, pues su principal carga es de tránsito de Bolivia, y tiene condiciones específicas derivadas del Tratado de Paz entre Chile y Bolivia. Una de éstas se refiere al libre tránsito y almacenaje de la carga durante un prolongado tiempo. Por esta razón, los contenedores principalmente de importación presentan altos tiempos de permanencia e incertidumbre en su fecha de retiro.

Es por ello, que el terminal portuario requiere establecer estrategias eficientes de apilamiento de contenedores, que contribuyan a una mejor operación y manejo de la carga, así como un mejor uso de sus recursos tanto en espacio en el patio como del equipo de manejo (grúas y vehículos).

Este trabajo propone el diseño e implementación de un heurístico de apilamiento de contenedores de importación, elaborado a partir de la segregación de los mismos con base en una estimación de sus tiempos de estadía (*dwell time)*. Para ello, se propone la aplicación de algoritmos predictivos, que, al ser alimentados con datos históricos, puedan predecir

cuanto tiempo estarán los contenedores almacenados y de este modo, permitir segregarlos de acuerdo con el rango de permanencia esperado.

Para lo anterior, se han definido tres clases: "Menor a 7 días", "Entre 7 y 14 días" y, "Mayor a 14 días". La respectiva segregación está basada en juicio de experto, el cual se enfoca en la elaboración del heurístico de apilamiento y se relaciona con las políticas de la terminal portuaria para el apilamiento de los contenedores en bloques. La altura máxima permitida para apilar contenedores depende de su tipo, tamaño y varía entre cuatro o cinco contenedores. Considerando el caso que la terminal no opera a capacidad máxima, se propone una discretización en tres clases que, naturalmente, es asociado a bloques con una altura de tres contenedores, permitiendo una representación más real en las operaciones de la terminal portuaria. De manera adicional, dado que actualmente el terminal portuario opera bajo una política prácticamente aleatoria en el ordenamiento de los contenedores de importación, la discretización del heurístico considera un primer enfoque para ordenarlos.

La estructura de este documento considera las siguientes secciones. La sección II presenta una revisión de literatura en aplicaciones de métodos de investigación de operaciones en puertos y estimación de *dwell time.* Posteriormente, la sección III introduce como se aplican los modelos mencionados y datos utilizados. En la sección IV se presentan los resultados y un análisis comparativo entre los tres modelos ejecutados. Finalmente, la sección V presenta las conclusiones del estudio y propuestas para trabajo futuro.

II. Revisión de literatura

Esta sección se encuentra dividida en una revisión de literatura relacionada con investigación de operaciones en terminales portuarias y otras que abordan a través de distintas técnicas la estimación de *dwell time*.

A. Investigación de operaciones en puertos

Steeken et al. (2004) realizan una clasificación de los principales procesos de negocio y problemas de planificación y programación de recursos en las terminales portuarias. Además, exponen el estado del arte en esta materia. Stahlbock y Voss (2008) presentan una actualización en el trabajo de Steeken et al. (2004), incluyendo nuevos estudios para los siguientes temas: manejo de equipo y recursos humanos dentro de terminales portuarias, problema de asignación de naves en sitios de atraque ("*berth allocation problem*"), planificación de inventarios ("*stowage planning*"), *scheduling* para grúas, almacenamiento y *stacking*, tema en el cual se encuentra inmerso esta investigación, transporte de carga entre nave, patio, camiones y finalizan con una revisión literaria sobre aplicaciones de métodos alternativos en el contexto terminales portuarias.

Carlo et al. (2013) realiza una contribución a las dos investigaciones anteriores con una descripción relacionada al tránsito, asignación y retiro de contenedores, diseño de patio y distribución de equipo durante los años 2002 y 2012. En este último estudio, se analizan las contribuciones que se han desarrollado en torno a problemas y modelos de decisión para apoyar las distintas decisiones operacionales, tácticas y estratégicas en patio. Tal como se puede apreciar en dicho estudio, existen diversas contribuciones en este ámbito que proponen tanto modelos matemáticos, métodos heurísticos y modelos de simulación para abordar problemas de manera individual o integrada con otras decisiones del terminal.

B. Estimación de dwell time.

Las contribuciones relacionadas con la estimación de *dwell time* de contenedores en el terminal portuario son limitadas en la literatura. Entre las más relevantes se encuentra el trabajo de Moini et al. (2012) que se enfoca en identificar los atributos que influyen para la predicción de *dwell time*, en la cual utiliza los algoritmos de Naive Bayes y Árboles de Decisión. Por otro lado, el trabajo de Kourounioti et al. (2016) realiza un estudio similar, aplicando Redes Neuronales. Kumar y Vlacic (2008), Leachman y Jula (2012) y Abdolhossein et al. (2013) abordan la estimación de *dwell time* con técnicas distintas a modelos predictivos, tales como simulación o teoría de colas.

Gaete et al. (2017) aborda el mismo problema que el presente trabajo, analizando el caso de estudio del Puerto de Arica. Para probar sus propuestas, consideran una base de datos histórica proporcionada por la terminal portuaria y consideran como método multi-clasificadores para la estimación de los tiempos de estadía. La contribución en este caso considera una extensión al previo estudio, considerando una base de datos más reciente, y aplica nuevas técnicas para realizar la predicción.

III. Metodología Propuesta y Diseño Experimental

Tal como se indica al inicio de este documento, se propone implementar tres algoritmos: Regresión Lineal Múltiple, Árboles de Decisión y Random Forest, los cuales se aplican utilizando los paquetes *Caret()* y *Ranger(),* ambos implementados en el lenguaje de programación R.

Los datos utilizados corresponden a los originales entregados por TPA a los cuales se aplica un pre-procesamiento que considera limpieza, selección y transformación de variables. Originalmente, se poseen 170.130 datos históricos, entre septiembre del año 2013 y abril del 2016, de los cuales se utilizan 165.848 al excluir observaciones con errores en la variable objetivo y contenedores que a la fecha no fueron retirados aún del puerto. Las variables utilizadas para llevar a cabo la predicción corresponden a: "Tipo Contenedor", "Tipo Despacho", "Estado", "Peso", "Consignatario Despacho", "Mes de arribo" y "Puerto de Origen".

Es importante destacar que las estrategias operativas del puerto deben ser consideradas para el diseño de reglas heurísticas para el apilamiento de los contenedores, tales como la asignación de personal, espacio disponible y equipo en patio.

IV. Experimentación Computacional

El entrenamiento de los modelos y análisis comparativo utilizando se realiza con 21.591 observaciones pertenecientes al año 2016. De ellas, 20.000 para la etapa de entrenamiento y las 1.591 más recientes para la predicción. Posteriormente, en el modelo seleccionado, se utilizan 150.000 observaciones para la etapa de entrenamiento y las 15.848 más recientes para realizar la predicción final.

Los modelos de Regresión Lineal Múltiple y Árboles de Decisión son ajustados con el método de *K-Validación Cruzada* en los parámetros k=10 y n=10. Por otro lado, el algoritmo Random Forest utiliza naturalmente la técnica de *bootstrapping* bajo 2000 muestras aleatorias. La Tabla 1 presenta los resultados para las medidas de desempeño MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) en la predicción numérica y *Balanced Accuracy* para la transformación de esta a una variable categórica para la predicción obtenida del año 2016.

Tabla 1: Medidas de desempeño para modelos ejecutados

Modelo	MAPE	Balanced Accuracy
Regresión Lineal	44,55%	0,61
Árboles de Decisión	40,10%	0,60
Random Forest	38,70%	0,61

Es posible observar que los modelos de Regresión Lineal y Random Forest presentan un desempeño prácticamente equivalente al observar la métrica Balanced Accuracy. Bajo este escenario, se propone seleccionar el algoritmo Random Forest dado que la medida de desempeño MAPE muestra mejores resultados.

La predicción final se realiza con la totalidad de los datos y los resultados son inferiores a los presentes en Tabla 1. Motivado por ello, se alimenta al modelo con los últimos 50.000 datos obteniendo resultados inferiores a la Tabla 1 y superiores a los obtenidos con la totalidad de los datos. Consecuentemente, se seleccionando la primera prueba como predicción final.

Lo mencionado ser causado en este caso de estudio, dado que los datos más recientes presenten menor errores en su captura. Esto podría considerarse característico de los datos que se utilizan sin embargo, no generalizable hacia el todo el contexto portuario.

V. Conclusiones y trabajo futuro

Entre las principales conclusiones que se obtienen a partir del trabajo realizado, se destaca la relación entre la estrategia de apilamiento propuesta y los recursos disponibles en el puerto. El trabajo futuro considera la validación de los resultados obtenidos a partir de la implementación de un modelo de simulación para estimar los efectos que tiene implementar una política de apilamiento de contenedores por clases estimadas en función de la predicción de *dwell time* de cada contenedor, y determinar los beneficios esperados en términos de un menor número de despejes o remanejos de contenedores durante su retiro, con respecto a la actual política del puerto que los ordena de manera semi-aleatoria en el patio en la secuencia que son descargados del buque.

Acknowledgments

Queremos agradecer al Terminal Puerto de Arica (TPA) por su disposición de participar en esta investigación y contribuir con datos históricos del puerto.

Referencias

[1] Steenken, D., Voß, S. y Stahlbock, R., 2004. Container terminal operation and operations research-a classification and literature review. OR spectrum, 26(1), pp.3-49.

[2] Stahlbock, R. y Voß, S., 2008. Operations research at container terminals: a literature update. OR spectrum, 30(1), pp.1-52.

[3] Carlo, H.J., Vis, I.F. y Roodbergen, K.J., 2014. Storage yard operations in container terminals: Literature overview, trends, and research directions. European Journal of Operational Research, 235(2), pp.412-430.

[4] Moini, N., Boile, M., Theofanis, S. y Laventhal, W., 2012. Estimating the determinant factors of container dwell times at seaports. *Maritime economics & logistics*, *14*(2), pp.162-177.

[5] Kourounioti, I., Polydoropoulou, A. y Tsiklidis, C., 2016. Development of Models Predicting Dwell Time of Import Containers in Port Container Terminals–An Artificial Neural Networks Application. *Transportation Research Procedia*, *14*, pp.243-252.

[6] Kumar, S. y Vlacic, L.L., 2008. Performance Analysis of Container Unloading Operations at the Port of Suva Using a Simplified Analytical Model (SAM).

[7] Leachman, R.C. y Jula, P., 2012. Estimating flow times for containerized imports from Asia to the United States through the Western rail network. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, *48*(1), pp.296-309.

[8] Neysi, A., Jafari, H. y Zangoui, A., 2013. Empirical Analysis of the Containers Dwell Time in Container Ports Using Multiple-Criteria Decision-Making Methods. *Applied mathematics in Engineering, Management and Technology*, *2*(1), p.2013.

[9] Gaete, M., González-Araya, M. C., González-Ramírez, R. G., & Astudillo, C. 2017. A Dwell Time-based Container Positioning Decision Support System at a Port Terminal. ICORES 2017, 128.

[10] Wright, M.N. y Ziegler, A., 2015. ranger: A fast implementation of random forests for high dimensional data in C++ and R

Planificación integrada para la recepción y acopio de contenedores de exportación en terminales de contenedores

Manuel Valdebenito
Escuela de Ingeniería de Transporte
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile
manuel.valdebenito.c@mail.pucv.cl

Cecilia Montt
Escuela de Ingeniería de Transporte
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile
cecilia.montt@pucv.cl

Armando Guarnaschelli
Escuela de Ingeniería de Transporte
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile
armando.guarnaschelli@pucv.cl

Resumen— En una terminal de contenedores los contenedores se almacenan uno encima del otro con el fin de utilizar el espacio del patio de manera eficiente. Puesto que las grúas de patio solo pueden acceder a los contenedores ubicados en la parte superior del bloque, generalmente se incurre en re-manejos de contenedores. Un re-manejo consiste en la reubicación de otros contenedores con el fin de recuperar un contenedor deseado. Este trabajo se centra en aumentar la eficiencia del patio de la terminal a través de la optimización en el apilamiento de los contenedores que serán embarcados. El objetivo es minimizar los tiempos de almacenamiento y recuperación de los contenedores al momento de realizarse la transferencia hacia la nave evitando los re-manejos, lo que resulta en operaciones de carga y descarga más eficientes y, a su vez, minimiza el tiempo de permanencia de los contenedores.

Palabras Clave: Terminal de Contenedores, Gestión de Patio, Sistema de Citas.

I. Introducción

La productividad de una terminal de contenedores depende del manejo eficiente de los contenedores que se embarcan y desembarcan en las naves que atracan en sus muelles. El presente trabajo se enfoca principalmente en los contenedores de exportación, es decir en los contenedores que serán embarcados en las naves. Dichos contenedores generalmente llegan a la terminal durante un periodo de más de una semana antes del atraque de la nave y son destinados a bloques dentro del patio de contenedores donde permanecerán almacenados hasta que sea el momento de embarcarlos en las naves.

Debido a la alta incertidumbre en el arribo de los camiones, los gestores del terminal, generalmente, asignan un lugar en el patio a los contenedores a medida que van ingresando a la terminal. Este tipo de operación produce que los contenedores tengan que ser re-manejados al momento de ser transferidos a las naves. Un re-manejo consiste en la reubicación de otros contenedores con el fin de recuperar un contenedor deseado. Estos movimientos adicionales consumen tiempo y reducen la productividad de la operación de carga de naves. Los re-manejos se generan cuando los bloques de contenedores se tienen que volver a organizar de tal manera que se ajusten a la secuencia de carga de la nave. La secuencia de carga se determina del plan de estiba de la nave, el cual especifica la ubicación de cada contenedor a bordo de la nave. Este trabajo aborda el problema de optimización integral de la planificación de la recepción de camiones con carga de exportación en terminales de contenedores. Esta planificación integra las actividades de: recepción de los camiones portacontenedores, almacenamiento temporal de los contenedores en el patio, programación del uso de equipos de manipulación y finalmente la transferencia de los contenedores a las naves.

Los clientes de las terminales de contenedores, navieras y transportistas, perciben en forma directa la calidad de los servicios ofrecidos por éstas. Una planificación eficiente de las actividades de las terminales permite aumentar el nivel de servicio que ofrecen a sus clientes. Generalmente, la planificación de las actividades del terminal ha sido abordada en la literatura en forma individual. Por ejemplo, en [1] y [2] se presentan enfoques jerárquicos para asignar primero contenedores a bloques y en segundo lugar a ubicaciones específicas dentro del bloque seleccionado. En ambos trabajos se aborda el problema de asignación o reserva de espacios para los contenedores, sin embargo, desde el punto de vista práctico existen muchas interacciones con otros aspectos operacionales. Este trabajo propone una estrategia de planificación más integrada que considera estas actividades simultáneamente considerando las interdependencias entre ellas.

II. Estrategia

La estrategia propuesta construye el plan de recepción y acopio de contenedores en dos fases. La primera determina las ventanas de tiempo para la recepción de contenedores asociados a las naves que llegan al terminal considerando la capacidad de los recursos en forma agregada. La segunda fase, programa el uso de los recursos del terminal y la llegada de los camiones al mismo durante la ventana de recepción. Para ambas fases, se plantean modelos de programación matemática que son resueltos a optimalidad.

La determinación de las ventanas de tiempo para la recepción de contenedores se realiza considerando la programación de recaladas de las naves, la cantidad de contenedores asociados a cada una de ellas y las restricciones

del patio de la terminal, tanto espacio (proyectado en el tiempo) como grúas de patio disponibles.

La determinación y asignación del espacio requerido en el patio para el acopio de contenedores para cada nave del horizonte de planificación, se realiza segregando los contenedores de cada una de ellas en un bloque distinto. La configuración de los bloques se realiza considerando los siguientes atributos: puerto de destino, peso del contenedor y tipo de contenedor, de esta forma se asegura que el ordenamiento de cada bloque se parezca lo más posible al plan de estiba de los contenedores para cada nave.

Las citas de los camiones se generan para asegurar que se cumpla con la asignación de cada uno de ellos en la configuración de los bloques, determinada en la fase dos. De esta forma se evitan los re-manejos necesarios para el ordenamiento de los contenedores previos a la transferencia en la nave.

Finalmente, la estrategia propuesta es validada mediante la simulación de eventos discretos de un caso de estudio del mundo real mostrando mejoras significativas en el desempeño del proceso de recepción de contenedores. Recepcionando los camiones y apilando los contenedores de acuerdo con nuestra estrategia, se pueden reducir significativamente los tiempos de permanencia de los contenedores y camiones en la terminal y el número de re-manejos de contenedores al momento del embarque de estos hacia las naves.

III. Conclusiones y trabajos futuros

Se ha propuesto una estrategia de planificación integrada para la recepción y acopio de contenedores de exportación que llegan a una terminal de contenedores. El objetivo de la estrategia es minimizar los tiempos de almacenamiento y recuperación de los contenedores al momento de realizarse la transferencia hacia la nave evitando los re-manejos. Además, la estrategia propuesta es validada mediante la simulación de eventos discretos de un caso de estudio del mundo real mostrando mejoras significativas en el desempeño del proceso de recepción y acopio de contenedores.

De acuerdo con los resultados experimentales, la estrategia propuesta no solo mejora la utilización del espacio del patio de la terminal, sino que también reducen los movimientos de re-manejos de contenedores. Es decir, aumenta el volumen de manipulación de contenedores para una cantidad fija de espacio de almacenamiento asignada y disminuye los movimientos de reubicaciones que ocurren durante las operaciones de embarque de contenedores hacia las naves.

La estrategia propuesta demuestra que la planificación y la toma de decisiones integrada presenta más beneficios que la planificación segregada al considerar las interacciones con otros aspectos operacionales.

Para investigaciones futuras, se propone considerar los contenedores de importación, puesto que comparten el patio y demás recursos en la terminal de contenedores.

Referencias

[1] E. U. Guldogan. “Simulation-based analysis for hierarchical storage assignment policies in a container terminal”. Simulation, 87(6), 523–537. (2010).

[2] T. Park, R. Choe, Y. H. Kim & K. R. Ryu. “Dynamic adjustment of container stacking policy in an automated container terminal”. International Journal of Production Economics, 133, 385–392. (2011).

Bi-objective optimization model for humanitarian logistic and use of forecasting techniques for parameters estimation

Héctor Hormazábal, Leandro Parada
and Lorena Pradenas
Industrial Engineering Department
University of Concepcion
Concepción, Chile
{hhormazabal, lparada, lpradena}@udec.cl

Abstract—Humanitarian logistics (HL) covers a wide range of activities that occur in different stages of the management of an emergency, such as mitigation, preparedness, response and recovery. In this study with characterize the Chilean HL and a bi-objective optimization model adapted is proposed to assist the management of response operations in the event of a disaster and using the forecasting techniques for estimation parameters based on econometric and time series, generating an important development of the model without having to incur additional computational expenses at the time of solving the model in solvers.

I. INTRODUCTION

Humanitarian logistics (HL) covers a wide range of activities that occur at different stages in emergency management, such as mitigation, preparedness, response and recovery. HL has great economic and social implications, particularly because there is substantial evidence indicating that the human and economic impacts of natural disasters are increasing. According the Office of the Assistant Secretary for Preparedness and Response to Disasters in the United States and the Center for Research on the Epidemiology of Disasters, in 2010, more than 297,000 people died and more than 217 million were affected by natural disasters. In addition, the economic damage caused by such disasters has been estimated to exceed US $ 123.9 billion [1]. However, the number of empirical studies on HL is small, mainly because the community of researchers investigating this issue is also small and consisting of no more than a few thousand people worldwide [2].

The study of HL is a topic of increasing interest to countries that experience constant natural disasters. Chile is one of the countries with great seismic activity, experiencing hundreds of earthquakes per year; additionally, of the seven most serious earthquakes recorded in the world to date, two have occurred in this country. The last such earthquake occurred on February 27, 2010, and was the second largest experienced by Chile and the sixth largest worldwide. This earthquake reached 8.8 degrees on the Richter scale and caused damage from Valparaiso to the Araucanía Regions. Subsequently, this seismic movement caused a tsunami that devastated several towns on the Chilean coast.

HL is a relatively recent field, in which tools from Operations Research are applied to achieve the efficient management of resources or goods to minimize human losses. In this case, HL research as focused on mathematical modeling of facility location, inventory management, and resource distribution strategies. Holguín-Veras [2] and Akkihal [3] developed an algorithm to locate worldwide distribution centers for nonperishable inventories for initial deployment of aid. Ukkusuri and Yushimito [4] studied the location and quantity of inventories with routing considerations. Sheu [5] presents a dynamic relief- demand management model for emergency logistics operations under imperfect information condition in large- scale natural disasters. Afshar and Haghani [6] propose a mathematical model to control the flow of several relief commodities in the response network. Camacho-Vallejo [7] propose a bi-level mathematical programming model for HL to optimize decisions related to the distribution of international aid after a catastrophic disaster. Özdamar and Alp Ertem [8] present a survey that focuses on the response and recovery planning phases of the disaster lifecycle. Others [9], [10].

Given the structure of the HL, the use of a mathematical linear integer multi-objective programming model adapted to the Chilean structure is proposed to assist the management of response operations in the event of a disaster. Factors considered are: satisfaction of the supply service by minimizing the deficiency of humanitarian aid; penalties for the average speed of transport for the damages that would eventually be suffered by the routes due to a natural disaster; Costs for faults, among others. The general objective are the minimization of logistics costs and damage caused by unsatisfied or untimely demand during the first delivery period of humanitarian aid weighted by the relative urgency of a particular type of humanitarian aid for a particular type of affected person. The model includes the

integration of a location-finding problem, multi-commodity capacitated network flows problem, dynamic vehicle routing problem and multi-modal transportation problem.

II. METHOD

A. Bi-objective mathematical programming model

A mathematical programming model is proposed for integrated management of the supply chain for large-scale nationwide disasters.

The model considers two objectives. In the first place, it is desired to minimize the logistic costs of supplying humanitarian assistance to those affected distributed in a hypothetical geographical area. This considers the costs of opening local collection centers (LCC) where the different humanitarian aid baskets will be stored in the vicinity of the disaster area. Transportation costs weighted by a factor of deterioration of post-disaster roads are also considered. Finally, the costs of use of the collection centers by the distributing trucks are considered.

The second objective seeks to minimize the unsatisfied demand of those affected by human assistance from local collection centers because of the relative urgency of a specific basket of goods. Relative urgency is a parameter of the model that refers to a relationship between the demand (or one of its determinants) of said humanitarian aid and the stock availability of it. This parameter is of special importance because it helps to weigh the importance of a certain pack of elements required by those affected, which can differ between the baskets of goods to be filled.

The decision variables defined in the model indicate in which of the potential locations a local collection center should be opened, and which vehicles will be assigned to them. There are also variables that assign the vehicles to the available routes and how much is sent from each type of aid from each collection center and by which vehicle to each affected area. Finally, auxiliary variables are defined for the elimination of subtours.

B. Forecast techniques for parameter determination

A fundamental feature of a model is the ability to generate a reliable abstraction of reality, approaching, as much as possible, reality. However, there are variables associated with the situation that are to be represented that are difficult to quantify and measure, due to: difficulty in obtaining information, lack of standardized and comparable units of measurement, or qualitative-valued variables. Well-being, or its conversion, as a relevant variable in an LH model, can be interpreted in many ways and does not have a systematic way of being measured and represented due to its qualitative character. The model presented involves a parameter ($\boldsymbol{\rho_g}$) called "relative urgency of a given type of humanitarian aid", from a given basket of goods required by those affected after a natural disaster. The definition of the parameter is proposed as in equation:

$$\rho_g(t) = -\frac{Demand\ for\ the\ basket\ of\ goods\ g\ in\ period\ t.}{Supply\ basket\ of\ goods\ g\ in\ period\ t.} \quad (1)$$

For the estimation of the parameter, the following assumptions are established:

- Estimation of the parameter, based on wellbeing level before and after the incident. It is assumed that people tend to want to maintain their level of well-being constant, by habituation or coupling.

- The indicator, considers a temporal relationship, that is, demand and supply-stock for different basket of goods varies over time in certain intervals: monthly, annual, semiannual, quarterly, etc. For example, the demand for vegetables and fruits in a particular locality of the country varies during the months, by the seasons of production and the desire to consume certain products, during different times of the year by the consumers.

- The demand and supply-stock for certain quantities of goods or baskets are data difficult to obtain directly. However, we use econometric techniques and models of indirect estimates for the case of demand for a given basket of goods, for example, the Keynesian Models. They allow estimating demands and offers with econometric variables that vary proportionally to them, for example: average incomes, inventories stock in supermarkets, valued in monetary units, average consumption of certain baskets of goods, etc.

C. Forecast models. Exponential soil models

Exponential smoothing models are selected because they are of low computational complexity and routines programmed in various statistical software; Are used as models of sales and demand forecasts and tested in practical situations. In addition, the model allows the calculation of a series of error measures of the quality of the adjustment. Another advantage is the diversity of variations of these models allowing better matching, to the form of the time series and to include in the model, phenomena such as random time series, with trends, seasonalities or both phenomena, simultaneously, so that predictions can be adapted to a large number of phenomena.

Depending on the behavior of the time series, the treatment in the forecast model is different and there are certain better models for certain cases. For a random time, series (without trend, seasonality or cyclic behaviors) it is recommended, a SES process (Simple Exponential Smoothing), if the time series presents a biased behavior, either positive or negative, it is advisable to use a Double Exponential Smoothing (SED)
, If present tendency behavior and seasonality is used, winter's Exponential Smoothing, which considers both phenomena.

D. Forecast models. Autocorrelation function analysis

The use of exponential smoothing algorithms

depends on the shape of the sequence graph of the time series of the demands. Depending on whether there is a presence of seasonality, tendency or cyclic behavior, certain models of exponential smoothing present better adjustments depending on the performance measures of the forecast.

Depending on the form of the ACF and the significant r_k it is concluded that the time series presents some of the behaviors mentioned select the best predictive model. Then: If all r_k ≈0 the time series (ST) is random. (Exponential Smoothing Method). If the former is $r_k \neq 0$ and the later , are approximately zero, the time series (ST) has a tendency. (Double Exponential Smoothing Method); If all $r_k \neq 0$ at regular intervals (seasonal delay) and the others r_k are approximately zero, then the time series has seasonality.

With this, we choose the most appropriate model to minimize the error measures in the forecast.

III. RESULTS

The model was tested in four instances of sizes determined according to the border points used to construct the Pareto Border. These amounts were 10, 15, 25 and 35 points for instances 1, 2, 3 and 4 respectively. For the first two instances the global optimum was reached, while in instances 3 and 4 the maximum computed time (2000 seconds) was reached, with GAPs less than 1%. In previous cases, the model was implemented giving the parameter "relative urgency" random values, the results suppose a better allocation of the humanitarian aid to the affected ones while the logistic costs and the unmet demand were minimized.

IV. CONCLUSIONS

The model allows locating and supplying humanitarian aid centers after a casualty and transporting humanitarian aid of a certain type to those affected in the first hour after an event. It responds appropriately to the modeled situation.

The parameter ρg, now given by an econometric estimation process, constitutes an important role in improving the model's ability to perform a reliable abstraction of the study situation.

For future studies, other approaches to parameter estimation are proposed based on Machine Learning techniques.

ACKNOWLEDGMENT

This study was partially supported by the grants: BASALCONICYT-FB0816

REFERENCES

[1] D. Guha-Sapir, F. Vos, R. Below, and S. Ponserre, "Annual disaster statistical review 2011: the numbers and trends", Centre for Research on the Epidemiology of Disasters (CRED), 2012.

[2] J. Holguín-Veras, M. Jaller, and T. Wachtendorf, "Comparative performance of alternative humanitarian logistic structures after the Port-au-Prince earthquake: ACEs, PIEs, and CANs", Transp. Res. Part Policy Pract., vol. 46, no 10, pp. 1623–1640, Dec. 2012.

[3] A. R. Akkihal, "Inventory pre-positioning for humanitarian operations", Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2006.

[4] S. Ukkusuri and W. Yushimito, "Location Routing Approach for the Humanitarian Prepositioning Problem", Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board, vol. 2089, pp. 18–25, Dec. 2008.

[5] J.-B. Sheu, "Dynamic relief-demand management for emergency logistics operations under large-scale disasters", Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev., vol. 46, no 1, pp. 1–17, Jan. 2010.

[6] A. Afshar y A. Haghani, "Modeling integrated supply chain logistics in real-time large-scale disaster relief operations", Socioeconomic. Plan. Sci., vol. 46, no 4, pp. 327–338, Dec. 2012.

[7] J.-F. Camacho-Vallejo, E. González-Rodríguez, F.-J. Almaguer, and R. G. González-Ramírez, "A bi-level optimization model for aid distribution after the occurrence of a disaster", J. Clean. Prod., vol. 105, no Supplement C, pp. 134–145, Oct. 2015.

[8] L. Özdamar y M. A. Ertem, "Models, solutions and enabling technologies in humanitarian logistics", Eur. J. Oper. Res., vol. 244, no 1, pp. 55–65, Jul. 2015.

[9] S. Roh, S. Pettit, I. Harris, and A. Beresford, "The pre-positioning of warehouses at regional and local levels for a humanitarian relief organization", Int. J. Prod. Econ., vol. 170, no Part B, pp. 616–628, Dec. 2015.

[10] K. Jobe, "Disaster relief in post-earthquake Haiti: Unintended consequences of humanitarian volunteerism", Travel Med. Infect. Dis., vol. 9, no 1, pp. 1–5, Jan. 2011.

Session TB3
OR Tools for Project Management

- *El problema de equilibrado de líneas de ensambles de múltiples modelos orientado al costo con restricciones de recursos (C-R-MMALBP-1)*; Díaz Núñez, Fabián; Pereira, Jordi; Vásquez, Oscar C..
- *Method for Selecting Strategic Projects in Manufacturing*; Simpson, Gabriela; Quezada, Luis; Oddershede, Astrid; Palominos, Pedro.
- *Flexibilidade na Lista de Ingredientes em Problemas de Dimensionamento de Lotes*; Fiorotto, Diego; Jans, Raf; de Araujo, Silvio Alexandre.

El problema de equilibrado de líneas de ensambles de múltiples modelos orientado al costo con restricciones de recursos (C-R-MMALBP-1)

Fabián Díaz-Nuñez and Óscar C. Vásquez
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
Email: {*fabian.diaz, oscar.vasquez*}@usach.cl

Jordi Pereira
Facultad de Ingeniería y Ciencias
Universidad Adolfo Ibañez
Viña del Mar, Chile
Email: jorge.pereira@uai.cl

***Abstract*—Este trabajo considera el problema de equilibrado de líneas de ensambles de múltiples modelos orientado al costo con restricciones de recursos y tiempo de ciclo dado determinista y conocido (C-R-MMALBP-1). Este problema es motivado por algunos procesos productivos en donde pequeñas cantidades de diferentes bienes de manufactura similar son realizados en una única linea de ensamble con estaciones equipadas con distintas maquinarias (e.g. la confección de ropa de alta gama). El principal resultado de este trabajo, es el desarrollo un algoritmo exacto enfocado en la generación de estaciones de trabajo, inspirado en el procedimiento llamado *Branch, Bound and Remember* presentado en [7], el cual explora las soluciones factibles, (1) priorizando soluciones parciales en base a una aproximación de la solución óptima e, (2) integrando algunas cotas inferiores y reglas de dominancia que evitan la enumeración explícita de todas las soluciones factibles. Los resultados obtenidos de la experiencia computacional sobre un conjunto de 21.870 instancias muestran que el algoritmo desarrollado logró resolver el 96,81% de las instancias en menos de una hora por cada una, superando otros métodos exactos de resolución disponibles en la literatura.**

***Index Terms*—Optimización, Equilibrado de Líneas de Ensamble, Algoritmo Exacto, *Branch, Bound and Remember*.**

I. Introducción

En algunos sistemas productivos son caracterizados por fabricar pequeñas cantidades de diferentes bienes con procesos de manufactura similar, en una única linea de ensamble (e.g la confección de ropa de alta gama). Estos bienes son realizados en lotes, donde una unica linea de ensamble fabrica exclusivamente un mismo bien durante varias horas. En estos sistemas, las estaciones de trabajo de la linea de ensamble no necesariamente están equipadas con las mismas maquinarias, lo cual permite reducir los costos asociados.

Esta situacion descrita motiva el problema estudiado en este trabajo, el cual se denomina problema de equilibrado de lineas de ensambre de múltiples modelos orientada al costo con restricciones de recurso tipo 1, denotado como C-R-MMALBP-1.

Formalmente, el C-R-MMALBP-1 se define como el problema de asignar, para $P = \{1, \ldots, |P|\}$ productos diferentes, todas las operaciones $V_p \subseteq V = \{1, \ldots, |V|\}$ necesarias para ensamblar cada producto $p \in P$ a un conjunto de estaciones de trabajo $K = \{1, \ldots, |K|\}$. En este problema, para cada producto $p \in P$ y operación $v_p \in V_p$ se conoce el tiempo $t_{v_p,p}$ necesario para ejecutar la operación en el producto, que es considerado determinista. Sin perdida de generalidad, se asume que el conjunto de operaciones es el mismo para todos los productos $V_p = V$ y entonces $v_p = v, \forall p$. Note que $t_{v,p} = 0$, si el producto p no requiere de la operación v para ser ensamblada. Cada operación $v \in V$ debe asignarse a una única estación de trabajo $k \in K$, y requiere de un conjunto de recursos $M_v \subseteq M = \{1, \ldots, |M|\}$ para su realización. Cada estación de trabajo $k \in K$ dispone por cada producto $p \in P$ de un tiempo fijo ct_p para realizar todas las operaciones asignadas del producto, el cual es conocido. Además, existe un conjunto de pares de operaciones A que define relaciones de precedencia entre operaciones. Para todo par $(v, v') \in A$, la operación v debe ser asignada a la misma estación de trabajo o a una estación de trabajo anterior de la estación de trabajo donde es asignada la operación v'. La apertura de una estación de trabajo implica un costo c^a, mientras el costo de equipar el recurso $m \in M$ a una estación abierta es c^b_m. El objetivo de este problema es minimizar el costo de utilizar las estaciones de trabajo y de equipar las estaciones para un tiempo de ciclo dado para cada producto considerado.

II. Nuestro Algoritmo

Nuestro algoritmo considera una solución parcial de la forma $(S_1, \ldots, S_k)$, donde S_i corresponde al conjunto de operaciones en la estación de trabajo i, la cual satisface las restricciones de tiempo de ciclo y las relaciones de precedencias definidas por el problema. Cada solución parcial $(S_1, \ldots, S_k)$ se construye a partir de una solución parcial $(S_1, \ldots, S_{k-1})$ previa usando un método de ramificación orientado a la conformación de estaciones que construye

todas las asignaciones factibles del conjunto de operaciones no asignadas en $(S_1, \ldots, S_{k-1})$ a la estación de trabajo S_k. Como el orden en que las soluciones parciales son exploradas tiene un gran impacto en el tiempo que tarda el algoritmo en resolver, nosotros adaptamos la estrategia de exploracion llamada *cyclic best first search, CBFS* propuesta por [7], la cual explora cíclicamente las soluciones parciales no exploradas "más prometedoras", determinada a partir del costo estimado de una asignación completa generada a partir del costo de la solución parcial $\varphi(S_1, \ldots, S_{k-1})$ y la estimacion del costo de las operaciones no asignadas $\tilde{\varphi}(S_1, \ldots, S_{k-1})$, a través de una función de prioridad no lineal que busca aproximar de mejor forma la estimación del costo en estaciones de trabajo y del costo en recursos. Los factores de esta función de prioridad no lineal son determinados a través de la experimentación computacional como se detalla en la sección.

Nuestro algoritmo también considera diversas cotas inferiores permiten determinar si a partir de una solución parcial $(S_1, \ldots, S_{k-1})$, es posible generar una solución completa con menor costo que la mejor solución completa encontrada previamente. Estas cotas consideran la contribución de las estaciones de trabajo y los recursos utilizados, además de la adaptación de la heurística de Hoffman modificada [1] y variadas cotas desde los problemas de BINPACKING y minimización del máximo retraso.

A lo anterior, se suma la consideración de reglas de dominancia que permiten descartar soluciones parciales como parte de la solución óptima. Estas reglas son la adaptación de las reglas de la literatura: Regla carga máxima [3], [5], Regla de Jackson [3], Regla de Schrage?Baker [6] y Regla de no sucesores [7]; estudiando sus variantes en la implementación y definiendo aquella más apropiada para el problema estudiado.

Siguiendo la litaratura [2], finalmente se establecen diferentes posibilidades en la dirección del algoritmo de modo de recorrer el grafo de forma directa, reversa o automática, estableciendo un criterio automático para esta última buscando un mejor desempeño del método.

III. RESULTADOS DE LOS EXPERIMENTOS COMPUTACIONALES

Con el objetivo de probar el rendimiento del algoritmo se desarrollan cuatro experimentos computacionales que son ejecutados en la infraestructura del NLHPC (National Laboratory for High Performance Computing), específicamente en el mini cluster levque compuestos por 41 nodos cada uno con procesador Intel Xeon X5550 2,67 GHz de 8 núcleos y 24 G de RAM. Para evitar un uso excesivo de recursos, se límito el tiempo de ejecución por instancia a 3.600 segundos y la cantidad de memoria ram por instancia a 2 Gbs.

Se consideraron 21.870 instancias basadas en la instancias de prueba propuestas en [4] en donde los cuatro criterios (Número de Operaciones, Ratio de Precedencia, Estructura del Grafo y Tiempos de Ejecución) propuestos por para caracterizar una instancia para SALBP-1. se incorporan otros cuatro criterios propuestos en este trabajo (Número de Productos, Número de Recursos, Uso de Recursos y Ratio de Costo) son especificos para el problema estudiado (C-R-MMALBP-1).

El primer experimento computacional tiene por objeto generar un punto inicial de comparación para problemas de equilibrado de lineas de multiples modelos orientados al costo con restricciones de recurso. En este experimento todas las instancias con número de operaciones igual a 20 son resueltas utilizando: 1) el modelo matemático de programación binaria propuesto con CPLEX 12.6.1. y, 2) utilizando el algoritmo desarrollado con diez diferentes combinaciones de parametros para los coeficientes de la funcion de prioridad no lineal. Los resultados obtenidos muestran CPLEX logró resolver optimamente 7.259, mientras las 31 instancias restantes fueron detenidas por exceder el límite de tiempo. El tiempo promedio de resolver las intancias fue aproximadamente 60 segundos. Por otro lado, el algoritmo propuesto resolvió las 7.290 instancias para todas las combinaciones de parametros en un tiempo menor a 2 segundos por cada una.

El segundo experimento tiene por objetivo definir las caracteristicas de las instancias más dificiles para el algoritmo desarrollado. En este experimento todas las instancias con número de operaciones igual a 30 m fueron resueltas utilizando el algoritmo desarrollado con diez diferentes combinaciones de parametros para ambas variantes en los coeficientes de la funcion de prioridad no lineal . Los resultados obtenidos muestran que las 7290 instancias fueron resueltas optimamente para todas las combinaciones de parametros con un tiempo menor a 350 segundos por cada una. Finalmente, se determinan las instancias más "dificiles" de resolver en términos de tiempo de resolución.

El cuarto experimento computacional tiene por objeto seleccionar que combinación de parametros de la función de prioridad no lienal que tienen el mejor rendimiento sobre instancias con número de operaciones igual a 50. En este experimento se utilizan las nstancias más "dificiles" definidas anteriormente y se extienden a este número de operaciones mayor. En el experimento, los valores de las configuraciones de parametros posibles se obtienen mediante un diseño factorial fraccionado considerando que los factores discretizandolos dentro de un conjunto definido. A partir del los resultados obtenidos se realiza un análisis ANOVA y se determinan los "mejores" parámetros de la función de prioridad no lienal del algoritmo.

El quinto y último experimento realizado tiene por objeto probar el rendimiento del algoritmo para instancias con 50 operaciones. En este expeimento todas las instancias fueron resueltas utilizando el algoritmo desarrollado con la combinación de parámetros obtenidos anteriormente. Los resultados muestran que 6.593 instancias fueron resueltas optimamente, 421 instancias finalizaron por exceder el límite de tiempo y 41 instancias finalizaron por exceder el número de nodos. Es importante destacar que el 100% de las instancias que excedieron el número de nodos y el 90% de las instancias que excedieron

el límite de tiempo tienen ratio de precedencia *bajo*. El analisis ANOVA realizado con los resultados obtenidos , muestra que con un nivel de significancia del 5% los criterios: Ratio de Precedencia, Estructura del Grafo, Tiempos de Ejecución y Número de Recursos; poseen diferencia entre las medias de sus muestras, por lo tanto, estos criterios impactan en el tiempo de cálculo del algoritmo.

Para futuras investigaciones se propone considerar los resultados obtenidos en la experimentación para mejorar las cotas inferiores y la priorización de los nodos que tomen en cuenta las relaciones existentes entre el número de estaciones de trabajo y el uso de recursos, extender los resultados para un número mayor de operaciones, y generar una estrategía que permita seleccionar los parametros dependiendo de las caracteristicas de las instancias.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue apoyado por el proyecto FONDECYT 1150306 “Heterogeneous assembly line balancing problems with process selection features” y la infraesctructura de supercómputo del NLHPC (ECM-02) la mayoría de los experimentos fueron realizados.

REFERENCES

[1] Thomas R Hoffmann. Assembly line balancing with a precedence matrix. *Management Science*, 9(4):551–562, 1963.

[2] Thomas R Hoffmann. Eureka: A hybrid system for assembly line balancing. *Management Science*, 38(1):39–47, 1992.

[3] James R Jackson. A computing procedure for a line balancing problem. *Management Science*, 2(3):261–271, 1956.

[4] Alena Otto, Christian Otto, and Armin Scholl. Systematic data generation and test design for solution algorithms on the example of salbpgen for assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 228(1):33–45, 2013.

[5] Jordi Pereira. Procedures for the bin packing problem with precedence constraints. *European Journal of Operational Research*, 250(3):794–806, 2016.

[6] Linus Schrage and Kenneth R Baker. Dynamic programming solution of sequencing problems with precedence constraints. *Operations research*, 26(3):444–449, 1978.

[7] Edward C Sewell and Sheldon H Jacobson. A branch, bound, and remember algorithm for the simple assembly line balancing problem. *INFORMS Journal on Computing*, 24(3):433–442, 2012.

Method for Selecting Strategic Projects in Manufacturing

Gabriela Simpson
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile.
gabriela. baeza@usach.cl

Luis Quezada, Astrid Oddershede, Pedro Palominos
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile.
luis.quezada@usach.cl, astrid.oddershede@usach.cl, pedro palominos@usach.cl

***Abstract*- This paper presents a methodological proposal to support the selection of projects in the manufacturing area, from a strategic perspective. The proposed method identifies the main elements of the strategy. Then, a number of criteria used in the selection of projects are considered, in order to generate a model with four groups of elements; Objectives, areas of decision, criteria and projects. The research is based on the Analytic Network Process (ANP) to establish relationships of influence between the components and obtain a prioritization of investment projects. However, not all projects can be carried out due to certain limitations in the company, so a Linear Programming model is used in order to select those projects that maximize the strategic impact, while meeting the existing constraints. As an illustration, the proposed method is applied in a manufacturing company that produces and commercializes metal displays.**

Keywords—Manufacturing strategy, Projects selection, ANP, Linear Programming.

I. INTRODUCTION

Great attention has received the issue of manufacturing strategy, since the seminal work carried out by Skynner [1] and Hayes and Wheelwright [2]. Platts et al. [3] state that a manufacturing strategy is "a pattern of decisions, both structural and infrastructural, which determine the capability of a manufacturing system and specify how it will operate, in order to meet a set of manufacturing objectives which are consistent with the overall business objectives''. Since then, it has been recognized that manufacturing plays a key role in the ability to compete in the market place [4], [5], [6]. Most of the methods used to model a manufacturing strategy process follow the framework proposed by Hayes and Wheelwright [2] (see for example, Hallgren and Olhager [4] and Pinheiro et al. [7]). The framework used considers that the manufacturing objectives (also called competitive priorities) are derived from the corporate/business strategy. One the other hand, the manufacturing decisions that support the achievement of the competitive priorities are grouped into structural and infrastructural decisions. This framework is used in this work.

The manufacturing strategy is implemented through action plans. The question that arises is to establish what actions plans should be implemented in order to achieve the manufacturing objectives and the competitive position of the firm.

The objective of this work is the development of a method to support the selection of projects from a manufacturing strategy perspective. The method should take into account some limitations that the firm may have to undertake those projects.

II. SELECTION OF PROJECTS

Typically, projects are selected based on criteria such as Net Present Value (NPV), Return on Investment and Payback Period. In this paper we also want to consider the extend they support the manufacturing strategy.

The proposed method uses the Analytic Network Process (ANP) [8] to take into account the complex relationships between the manufacturing elements (objectives, decision areas and action plans) and allows the definition of an index that measures the support of the action plans to the manufacturing strategy. On the other, hand a Linear Programming (LP) model is used to consider the restrictions that may limit the implementation of the projects.

ANP models a decision problem by representing it as a network of nodes. Nodes are also grouped into clusters, which represents sets of factors or alternatives. The objective of ANP is to estimate the relative priority of every node within a cluster, by using pairwise comparisons. All the nodes are compared using the Saaty´s fundamental scale [8], that ranges from 1 (one node is equally important than another one) to 9 (one node is extremely more important than another one).

Some of the methods that uses ANP and/or LP to select projects are presented. Santhanam et al. [9] uses an LP model to select IT projects. A similar method is proposed by Wey & Wu [10] to select transportation infrastructure projects, by assigning priorities to projects and use a LP model consider certain restrictions; Li at al [11] utilizes ANP to select projects in manufacturing. García -Melón et al. [12] select

projects using ANP under a Balanced Scorecard framework [13].

III. THE PROPOSED METHOD

The method is based on the ANP model depicted in Fig. 1.

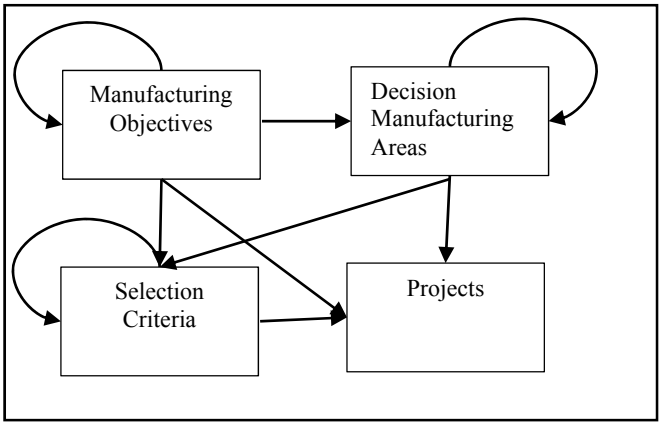


Fig. 1. ANP: Manufacturing Strategy Model

The method consists on the following steps:

1. Identify the Manufacturing objectives, the decision manufacturing areas, the selection criteria and the projects to be evaluated.
2. Model the manufacturing strategy process using ANP.
3. Apply ANP. It means to carry out the pairwise comparison process. As a results, ANP estimate relative priority of the projects.
4. Select the projects using a Linear Programming Method.

IV. AN ILLUSTRATION

The company manufactures metal displays. It is SME with a history of more than 50 years. It has about 60 employees.

The manufacturing objectives are:

- Cost.
- Quality.
- Delivery
- Flexibility

The manufacturing decision areas are:

- Technology
- Capacity
- Facilities
- Span of process
- Planning and control
- Organization
- Quality systems
- Products design

The first 4 correspond to structure decisions and the last 4 correspond to infrastructure decisions.

The criteria defined are:

- Net present value (NPV)
- Investment required
- Contribution: the contribution to the overall system
- Impact: the changes to be carried out in the company to implement the project.
-

Three projects were evaluated:

Project 1: to buy a new machine.

Project 2: to modify the production process.

Project 3: to implement an ERP system.

The model was solved using the software Superdecisions^{TM}. The priorities of the projects obtained are:

Project 1: 0.285

Project 2: 0.610

Project 3: 0,105

The structure of the LP model was:

$$Min\ Z = 0.285y_1 + 0.610y_2 + 0.105y_3$$

Where

$$y_i = \begin{cases} 1\ if\ project\ is\ implemented \\ 0\ otherwise \end{cases}$$

The constraints considered:

- The amount of money available for investment.
- The number of people available for the implementation
- The amount of training required
- The implementation time

The optimal solution indicates that project 1 and 2 should be implemented.

V. CONCLUSIONS

This paper presented a method for selecting projects to be implemented to support the manufacturing strategy of a company. It uses ANP to assign relative priorities to the projects and uses a Linear Programming model to select the

projects to be implemented. The advantage of the proposed method is that it considered the impact of the projects in the achievement of the manufacturing objectives.

In the application, the managers found that the method was appropriate, because they understood the principles behind it. They also found that the proposed solution was adequate and considered the characteristics of the company. Even though, the method was time consuming, they thought that it was worth it. They also appreciate that the application of ANP led to a discussion about strategic issues.

An extension of the proposed method would be the use of it to generate the projects, instead of having them pre-defined from the beginning.

ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank the Department of Industrial Engineering of the University of Santiago of Chile for its support.

REFERENCES

[1] Skinner, W., (1969), "Manufacturing - missing link in corporate strategy", Harvard Business Review, May-June , pp. 136-145.

[2] Hayes, R. & Wheelwright, C., (1984). Restoring Our Competitive Edge : Competing through Manufacturing. Administrative science quarterly, Vol. 30, N° 2, pp. 305–307.

[3] Platts, K.W., Mills, J.F., Bourne, M.C., Neely, A.D., Richards, A.H., Gregory, M.J., 1998. Testing manufacturing strategy formulation processes. International Journal of Production Economics Vol. 56–57, pp. 517–523.

[4] Hallgren, M. & Olhager, J., (2006). Quantification in manufacturing strategy : A methodology and illustration. International Journal of Production Economics, Vol. 104, pp. 113–124.

[5] Jia, G.Z. & Bai, M., (2011). Computers & Industrial Engineering An approach for manufacturing strategy development based on fuzzy-QFD. Computers & Industrial Engineering, Vol. 60, N°3, pp. 445–454

[6] Dombrowski, U. et al., (2016). Manufacturing strategy – a neglected success factor for improving competitiveness. Procedia CIRP, Vol. 4, pp. 19–14.

[7] Pinheiro, E., Gouvea, S., & Faria, A. (2009). Taking operations strategy into practice : Developing a process for defining priorities and performance measures. Int. J. Production Economics journal, Vol. 122, pp. 403–418.

[8] Saaty, T.L., 2001. Decision making with dependence and feedback : the analytic network process : the organization and prioritization of complexity, RWS Publications.

[9] Santhanam, R., Muralidhar, K. & Schniederjans, M., (1989). A Zero-One Goal Programming Approach for Information System Project Selection. , Vol. 17, N° 6, pp. 583–593.

[10] Wey, W. & Wu, K., (2007). Using ANP priorities with goal programming in resource allocation in transportation. Mathmatical and Computer Modelling, Vol. 46, pp. 985–1000.

[11] Li, Z., Sun, D.Y. & Xiao, C., (2014). Method of selection manufacturing projects based on FANP model. Advanced Materials Research, Vol. 945–949, pp. 3087–3091.

[12] García-Melón, M., Poveda-Bautista, R. & Del Valle M., J.L., (2015). Using the strategic relative alignment index for the selection of portfolio projects application to a public Venezuelan Power Corporation. International Journal of Production Economics, Vol. 170, pp. 54–66.

[13] Kaplan and Norton, 2004, Strategic Maps, Harvard Business School Press.

.

Flexibilidade na Lista de Ingredientes em Problemas de Dimensionamento de Lotes

1st Diego Jacinto Fiorotto
Departamento de Matemática Aplicada
Univ. Estadual Paulista - UNESP
São José do Rio Preto, Brasil
diego_fiorotto@hotmail.com

2nd Raf Jans
Dep. de Logística e Gestão de Operações
HEC Montréal e CIRRELT
Montreal, Canada
raf.jans@hec.ca

3rd Silvio Alexandre de Araujo
Departamento de Matemática Aplicada
Univ. Estadual Paulista - UNESP
São José do Rio Preto, Brasil
saraujo@ibilce.unesp.br

***Resumo*—O problema da mistura padrão consiste em combinar ingredientes para produzir um produto final. Para o produto final têm-se uma determinada demanda pré-estabelecida e deve-se satisfazer critérios específicos em relação à mistura global com o objetivo de minimizar o custo total. A lista de componentes (ingredientes) indica quais os ingredientes utilizados e em quais proporções. Em alguns casos, existe uma determinada flexibilidade no processo de planejamento em relação a proporção imposta para cada um dos ingredientes, de forma que estas podem variar entre um nível mínimo e máximo ao invés de serem fixas.**

Este problema foi amplamente estudado considerando-se apenas um único período. No entanto, o problema torna-se mais complexo quando leva-se em consideração um horizonte de planejamento composto por vários períodos. Nesse caso, têm-se uma demanda do produto final em vários períodos, de forma que tanto o produto final como os ingredientes podem ser mantidos em estoque. Neste problema da mistura e dimensionamento de lotes integrado, as decisões em relação a produção do produto final através do processo de mistura levam em consideração a produção (ou aquisição) dos ingredientes ao longo do horizonte de planejamento.

Neste trabalho, propõem-se formulações matemáticas para este problema integrado considerando-se um único produto final e através de experimentos computacionais, analisa-se o valor da flexibilidade considerando diferentes parâmetros. Por fim, analisa-se o valor da integração destes dois problemas comparando-se as soluções obtidas com diferentes abordagens que não consideram essa integração, como por exemplo, a abordagem dia-a-dia e sem permitir estoque dos ingredientes.

***Index Terms*—lista de ingredientes, flexibilidade, dimensionamento de lotes, problema da mistura.**

I. Introdução

Em vários processos produtivos têm-se produtos finais que são produzidos utilizando alguns itens componentes. Em muitos casos a quantidade dos itens componentes é fixa, ou seja, para cada produto final sabe-se a priori quantas unidades de cada componente serão necessárias. Entretanto, existem algumas situações em que pode existir certa flexibilidade. Um exemplo que já foi abordado na literatura de dimensionamento de lotes é o caso de componentes alternativos, onde a companhia tem que decidir entre diferentes versões dos componentes. Este é o caso do problema de dimensionamento de lotes com substituição de componentes ou item alternativo (ver, por exemplo, [1]). Nestes casos, existem produtos preferidos para satisfazer uma demanda específica que podem ser, eventualmente, substituídos por produtos alternativos acarretando em um custo de substituição. Aplicações práticas para problemas de dimensionamento de lotes com substituição de produtos podem ser encontradas, por exemplo, nas indústrias eletrônicas e metalúrgicas ([3], [4] e [5])). Entretanto, em algumas indústrias (por exemplo, de alimento e aço), existe alguma flexibilidade com respeito a quantidade ou volume necessário de cada componente (usualmente denominado ingredientes). A porção de diferentes ingredientes na mistura final pode variar de forma que certas restrições relativas à quantidade sejam satisfeitas. Em um ambiente com um único período, este problema é bem conhecido e denominado problema da mistura. No entanto, em uma perspectiva de planejamento a médio prazo, este problema não necessita apenas da solução para o problema da mistura em cada período, tem-se que determinar também o planejamento da produção dos produtos finais e dos itens componentes.

Este trabalho foi financiado pela Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp) (Processos números 2014/22816-5, 2015/18325-9 and 2011/22647-0) e pelo Conselho de Pesquisa em Ciências Naturais e Engenharia do Canadá (342182-09)

II. Formulações Matemáticas

Para a formulação matemática do problema integrado da mistura e dimensionamento de lotes com um único produto final, utiliza-se os seguintes parâmetros:
$I = \{1, ..., n\}$: conjunto de ingredientes;
$T = \{1, ..., m\}$: conjunto de períodos;
LB_i: limitante inferior do ingrediente j na mistura;
UB_i: limitante superior do ingrediente j na mistura;
d_t^E: demanda do produto final no perído *t*;
$sd_{t\tau}^E$: soma da demanda do produto final do período *t* até o período τ $(\tau \geq t)$;
hc_t^E: custo de estoque do produto final no período *t*;
sc_t^E: custo de preparação do produto final no período *t*;
vc_t^E: custo de produção do produto final no período *t*;

vt_t^E: tempo de produção do produto final no período *t*;
st_t^E: tempo de preparação do produto final no período *t*;
Cap_t^E : capacidade de produção do produto final no período *t*;
hc_{it}: custo de estoque do ingrediente *i* no período *t*;
sc_{it}: custo de preparação do ingrediente *i* no período *t*;
vc_{it}: custo de produção do ingrediente *i* no período *t*;

As variáveis de decisão são definidas por:
x_t^E: número de unidades produzidas do produto final no período *t*;
y_t^E: varíavel de preparação binária, indicando a produção ou não do produto final no período *t*;
s_t^E: quantidade de estoque do produto final no período *t*;
p_{it}: quantidade de ingredientes *i* na mistura (produto final) no período *t*;
x_{it}: número de unidades produzidas do ingrediente *i* na mistura no período *t*;
y_{it}: varíavel de preparação binária, indicando a produção ou não do ingrediente *i* no período *t*;
s_{it}: quantidade de estoque do ingrediente *i* no período *t*;

A formulação matemática é então dada por:

$$Min \sum_{t=1}^{m}(sc_t^E y_t^E + vc_{it}^E x_t^E + hc_t^E s_t^E) + \\ + \sum_{t=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}(sc_{it}y_{it} + vc_{it}x_{it} + hc_{it}s_{it}) \quad (1)$$

Subject to:

$$s_{t-1}^E + x_t^E = d_t^E + s_t^E \quad \forall t \in T \, (2)$$
$$x_t^E \leq sd_{tm}^E y_t^E \quad \forall t \in T \, (3)$$
$$st_t^E y_t^E + vt_t^E x_t^E \leq Cap_t^E \quad \forall t \in T (4)$$
$$s_{i,t-1} + x_{it} = p_{it} + s_{it} \quad \forall i \in I, t \in T (5)$$
$$x_{it} \leq UB_i \sum_{l=t}^{T} d_l^E y_{it} \quad \forall i \in I, t \in T (6)$$
$$p_{it} \leq UB_i x_t^E \quad \forall i \in I, t \in T (7)$$
$$p_{it} \geq LB_i x_t^E \quad \forall i \in I, t \in T (8)$$
$$\sum_{i=1}^{n} p_{it} = x_t^E \quad \forall t \in T (9)$$
$$y_t^E \in \{0,1\},\ x_t^E \geq 0,\ s_t^E \geq 0 \quad \forall t \in T (10)$$
$$y_{it} \in \{0,1\},\ x_{it} \geq 0,\ p_{it} \geq 0,\ s_{it} \geq 0 \quad \forall i \in I, t \in T (11)$$

A função objetivo (1) minimiza os custos totais de preparação, produção e estoque do produto final e ingredientes. As restrições (2) garantem o balanceamento de estoque do produto final em cada período. Em seguida, têm-se as restrições de preparação (3) e capacidade (4) do produto final. As restrições (5) garantem o balanceamento de estoque dos ingredientes em cada período. As restrições de preparação (6) não permitem a produção dos ingredientes no período t a menos que uma preparação é realizada. As restrições (7) e (8) impõem que o produto final satisfaz todas as especificações dos ingredientes (quantidades mínimas e máximas) em todos os períodos. As restrições (9) definem a quantidade de cada ingrediente no produto final. Por fim, as restrições (10) e (11) definem o domínio das variáveis.

A seguir, apresenta-se uma reformulação do modelo (1)-(11) usando a abordagem *multicommodity*. Para esta formulação, algumas ideias propostas por [2] foram adaptadas para o problema abordado. Para a formulação, define-se as seguintes variáveis:

w_{kt}^{0i} : quantidade produzida no período k do ingrediente i para satisfazer a demanda do produto final no período t;

σ_{kt}^{0i} : quantidade estocada do ingrediente i no final do período k para satisfazer a demanda no período t;

w_{kt}^{1i} : quantidade misturada do ingrediente i no período k para satisfazer a demanda do produto final no período t;

σ_{kt}^{1} : quantidade estocada do produto final no final do período k para satisfazer a demanda no período t;

A reformulação então é dada por:

$$Min \sum_{t=1}^{m} sc_t^E y_t^E + \sum_{k=1}^{m}\sum_{t=1}^{m} hc_k^E \sigma_{kt}^1 + \\ + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}\sum_{t=k}^{m} vc_k^E w_{kt}^{1i} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{m} sc_{it}y_{it} + \\ + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}\sum_{t=k}^{m}(hc_{ik}\sigma_{kt}^{0i} + vc_{ik}w_{kt}^{1i}) \quad (12)$$

Subject to:

$$\sigma_{k-1,t}^1 + \sum_{i=1}^{n} w_{kt}^{1i} = \delta_{kt} d_t^E + (1-\delta_{kt})\sigma_{kt}^1 \ \forall t,k,k \leq t (13)$$
$$w_{kt}^{1i} \leq UB_i d_t^E y_k^E \quad \forall i,t,k,k \leq t (14)$$
$$\sigma_{k-1,t}^{0i} + w_{kt}^{0i} = w_{kt}^{1i} + \sigma_{kt}^{0i} \quad \forall i,t,k,k \leq t (15)$$
$$w_{kt}^{0i} \leq UB_i d_t^E y_{ik} \quad \forall i,t,k,k \leq t (16)$$
$$st_k^E y_k^E + \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=k}^{m} vt_t^E w_{kt}^{1i} \leq Cap_k^E \quad \forall k (17)$$
$$\sum_{t=k}^{m} w_{kt}^{1i} \leq UB_i \sum_{t=k}^{m}\sum_{i=1}^{n} w_{kt}^{1i} \quad \forall i,k (18)$$
$$\sum_{t=k}^{m} w_{kt}^{1i} \geq LB_i \sum_{t=k}^{m}\sum_{i=1}^{n} w_{kt}^{1i} \quad \forall ,k (19)$$
$$y_t^E \in \{0,1\},\ y_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i,t (20)$$
$$w_{kt}^{1i} \geq 0,\ \sigma_{kt}^1 \geq 0,\ w_{kt}^{0i} \geq 0,\ \sigma_{kt}^{0i} \geq 0 \ \forall i,t,k,k \geq t (21)$$

Em que δ_{kt} é igual a um se $k = t$ e zero caso contrário. A função objetivo (12) minimiza o custo total. As restrições (13) e (14) são as restrições de balanceamento de estoque e preparação para o produto final. A seguir, as restrições (15) e (16) são as restrições de balanceamento de estoque e preparação para os ingredientes. As restrições (17) impõem que a capacidade total consumida durante um período é menor ou igual a capacidade disponível. As restrições (18) e (19)

garantem que o produto final satisfaz todas as especificações do produto final. Por fim, as restrições (20) e (21) definem o domínio das variáveis.

III. Discussões dos Resultados Computacionais

Em relação ao tempos computacionais, observa-se que estes, em geral, aumentam quando aumenta-se o nível de flexibilidade. Comparando-se as formulações $F1$ e $F2$, nota-se que quando não têm-se flexibilidade (caso base em que a quantidade de ingredientes é fixa) a formulação $F2$ é mais eficiente para a maioria das instâncias. No entanto, aumentando-se o nível de flexibilidiade a formulação $F2$ torna-se mais lenta do que a formulação $F1$ e esta diferença é muito significativa para a maioria das instâncias quando o nível de flexibilidade é igual a 80%.

Os resultados computacionais mostram ainda que os benefícios da flexibilidade, que é medida em relação ao decréscimo percentual da função objetivo comparado com o caso base (quantidade de cada ingrediente é fixa) depende da característica das instâncias. Para todos os níveis de flexibilidade, observa-se que os benefícios são maiores para as instâncias com muitos ingredientes, baixo custo de preparação para o produto final e alto custo de produção dos ingredientes. Esses benefícios chegam a 16.5% para essas classes de instâncias. Em relação aos padrões encontrados, observa-se que para as instâncias com capacidade apertada, os benefícios da flexibilidade diminuem. Por outro lado, aumentando-se o número de ingredientes os benefícios da flexibilidade aumentam. Além disso, o tempo entre os pedidos dos ingredientes não tem impacto significante no valor da flexibilidade. Por fim, nota-se ainda que o custo de produção dos ingredientes tem grande influência no valor da flexibilidade, de forma que quanto maior esses custos maior são os benefícios da flexibilidade na lista de ingredientes.

Referências

[1] A. Balakrishnan, J. Geunes, "Requerements planning with substitutions: exploiting bill-of-material flexibility in production planning," Manufacturing & Service Operations Management, vol. 2(2), pp. 166–185, 2000.

[2] J. O. Cunha, R. A. Melo, "On reformulations for the one-warehouse multi-retailer problem," Annals of Operations Research, vol. 238, pp. 99–122, 2015.

[3] B. Denton, D. Gupta, "Strategic inventory deployment in the steel industry," IIE Transactions, vol. 36(11), pp. 1083–1097, 2004.

[4] G. Gallego, K. Katircioglu, B. Ramachandran, "Semiconductor inventory management with multiple grade parts and downgrading," Production Planning & Control, vol. 17(7), pp. 689–700, 2006.

[5] J. C. Lang, Z. Shen, "Fix-and-optimize heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups and substitutions," European Journal of Operational Research, vol. 214(3), pp. 595–605, 2011.

Session TC1
Localization Applications with Case Studies

- *Problema de recolección de leche con mezclas, localización centros de acopio y ruteo de vehículos: Caso de Aplicación en Chile*; Leonardini, Omar; Paredes Belmar, Germán.
- *Asignación de Canchas de Fútbol para la Asociación Nacional de Fútbol Amateur*; Concha, Iván; Aguayo, Maichel; De La Fuente, Rodrigo.
- *Diseño de Redes de Transporte para la Gestión de Ayuda Humanitaria en Desastres Naturales en Chile*; Cancino, Valentina; Villagrán, Nicolás; Paredes Belmar, Germán; Alvarez, Pamela.
- *Localización de Puntos Limpios para el Reciclaje de Residuos Domiciliarios*; Parra Alvial, Diego; Paredes Belmar, Germán; Blazquez, Carola.

Problema de recolección de leche con mezclas, localización centros de acopio y ruteo de vehículos: Caso de Aplicación en Chile

Omar Leonardini C.
Facultad de Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Viña del Mar, Chile
omar.leonardini@gmail.com

Germán Paredes-Belmar
Departamento de Ciencias de la Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Viña del Mar, Chile
german.paredes@unab.cl

***Resumen*—En este trabajo se propone una solución eficiente al problema de recolección de leche aplicado a un caso real de una compañía lechera en el sur de Chile. Se plantea la localización de centros de acopio que acumulen leche de algunos productores de bajo volumen y se encuentran a una distancia considerable de la planta procesadora de la compañía. Cada centro de acopio posee capacidad limitada y una flota pequeña de camiones. Por otra parte, una flota de camiones de mayor capacidad inicia sus rutas desde la planta hacia los centros de acopio y algunos predios de gran magnitud, para retornar a ella con lo recolectado. Se propone un método aproximado de tres etapas para resolver este problema. La primera etapa determina la localización de los centros de acopio y la asignación de predios a éstos, mediante un modelo de máxima cobertura. La segunda etapa, determina la recolección de los predios asignados desde el centro de acopio (ruteo primario). La tercera etapa establece secuencias de recolección desde la planta hacia los centros de acopio y los productores no asignados de la primera etapa (ruteo secundario), regresando a la planta con la leche recolectada. Tanto en las rutas primarias como en las rutas secundarias se permiten mezclas.**

***Index Terms*—Problema de localización-ruteo, recolección de leche, localización de centros de acopio, ruteo de vehículos**

I. Introducción

En este estudio se identifican aspectos importantes que permiten sustentar el desarrollo de una metodología eficiente para el problema de recolección de leche. Uno de ellos, es la ubicación de los predios productores, quienes se encuentran a distancias significativas de la planta procesadora. Como antecedente, el productor más lejano a la planta está ubicado a 79.4 km de ella (sector norte de Frutillar). Además, el mayor número de productores de leche corresponden a productores de bajo volumen ($< 500,000$ litros al año). Por lo tanto, es poco eficiente que se transporten pequeñas cantidades de leche por largas distancias utilizando grandes vehículos. Por otra parte, el precio de los servicios de transporte depende de condiciones generales del mercado de fletes en el país: choferes, petróleo, distancia y camiones. Así, el costo de transporte no se ve afectado por el alto o bajo precio de la leche, si no que varía de acuerdo con variables macroeconómicas presentes en su mercado.

Actualmente, la compañía en estudio recolecta la leche producida productor por productor, utilizando camiones cisterna de gran tamaño, para luego retornar con ella a la planta. Esto genera un panorama crítico teniendo en consideración factores tales como: productores más lejanos, distintas, calidades de leches que producen cada uno de ellos, caminos rurales existentes y de baja accesibilidad en algunos casos. Todo lo anterior puede generar altos costos de transporte.

Este estudio desarrolla una propuesta para disminuir los costos de transporte y, a su vez, atender a los productores más lejanos de forma eficiente. Se combinan métodos exactos y aproximados para la resolución del problema planteado.

II. Revisión Bibliográfica

En [1] y [2] se resuelven problemas de recolección de leche sin considerar centros de acopio, solo ruteo. En [3] se considera la localización y ruteo de vehículos mediante etapas separadas para obtener una buena solución factible. En [4] se propone el Problema Diseño de la Red de Recolección considerando Localización y Ruteo (*Milk Collection Network Location Routing Problem, MCNLRP*) para establecer el número y localización de centros de acopio, el número y tipo de vehículos que conformará la flota para finalizar con las rutas respectivas. Esto es comparado con el Problema de Diseño de la Red de Recolección con Flota de Vehículos Mixta (*Milk Collection Network Vehicle Fleet Mix Problem, MCNVFMP*), el cual busca minimizar el número de vehículos, teniendo un número de centros de acopio previamente conocido. En [5] se resuelve el problema de recolección de leche utilizando el Problema de Ruteo Vehicular (*Vehicle Routing Problem, VRP*), en el cual se emplea una flota heterogénea de vehículos para la recolección diferentes calidades de leche, las cuales no se mezclan ya que los camiones tienen múltiples compartimientos. En [6] se resuelve un problema de recolección de leche, en el que se dividen las instancias grandes en sub-problemas de menor tamaño. La primera etapa, la heurística divide los predios en clusters, el cual es determinado por k-means o sub-división geográfica. Luego, se determinan cuotas mínimas de asignación de leche para cada cluster, minimizando la

cantidad de camiones necesarios. Luego, se resuelve cada una de las sub-divisiones por separado utilizando un modelo de optimización. Recientemente, en [7] se resuelve un problema de recolección de leche considerando puntos de acumulación. En este caso los predios de bajo volumen deben transportar su producción, por sus propios medios (usando pequeños vehículos, animales, bicicletas, etc.), a puntos de acumulación. Se desarrolla un algoritmo de colonia de hormigas (*Ant Colony Optimization, ACO*) de hormigas para encontrar soluciones factibles en tiempos reducidos. Luego, se desarrolla un método de selección de las mejores rutas factibles determinadas por el ACO.

III. PROBLEMA DE RECOLECCIÓN DE LECHE CON MEZCLAS Y CENTROS DE ACOPIO

La distribución de distintos tipos de HAZMAT implica el estudio de las interacciones y los En este estudio, se propone la creación de centros de acopio (CA), que permitan acumular leche en un mismo lugar, de modo que los vehículos recolecten la producción acumulada de varios productores en una única detención. Para esto, se necesita que cada CA tenga refrigeración y que disponga de una pequeña de flota de camiones que realicen rutas entre el centro de acopio y los productores, entre otras posibles soluciones.

El objetivo es determinar el número y ubicación de CA para acumular leche de productores lejanos y pequeños, considerando parámetros tales como la distancia máxima entre los productores y centros de acopio, la capacidad máxima de recolección del centro de acopio y la cantidad mínima a recibir para justificar la apertura de un CA.

Además, se permiten mezclas de distintas calidades de leche en un mismo camión, lo que otorga flexibilidad al sistema. En estos casos, la leche recolectada será clasificada como la categoría más baja que contenga la mezcla [6].

La Fig. 1 muestra un esquema del problema de transporte de leche desde los productores hacia la planta. Los pentágonos "CA" corresponden a los centros de acopio; los círculos corresponden a productores tipo "A", los cuadrados los son productores tipo "B". Las líneas rojas a las rutas de recolección primaria y las líneas verdes corresponden a la ruta de recolección secundaria.

Camiones cisterna de gran capacidad (e.g. 30,000 litros), inician sus recorridos en la planta procesadora, luego visitan a algunos productores de gran tamaño y algunos CA, retornando posteriormente a la planta procesadora. Los CA acumulan leche de productores lejanos utilizando camiones pequeños (e.g. 10,000 litros), que realizan rutas de menor longitud. Se hace notar que es imprescindible una alta coordinación temporal en el sistema, de modo que la leche acumulada esté disponible en los CA antes de la visita de un camión recolector de gran capacidad.

IV. METODOLOGÍA

Se propone resolver el problema utilizando un procedimiento aproximado de 3 etapas; localización, ruteo primario y ruteo secundario. En esta sección se describen las etapas del procedimiento propuesto:

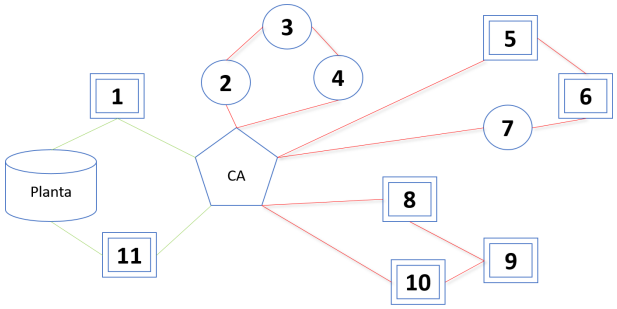


Fig. 1. Esquema del problema propuesto

IV-A. *Problema de Localización de Centros de Acopio*

En esta etapa determina la localización de un conjunto de CA (con capacidad limitada) entre un conjunto dado de posibles ubicaciones (sitios candidatos), considerando los volúmenes de leche que generan los predios, y buscando captar la mayor cantidad y volumen de clientes posible. Naturalmente el número de CA es limitado. Cada CA dispone de una pequeña flota de vehículos para recolectar la leche de los predios asignados, desde y hacia cada CA localizado.

Para esta etapa se desarrolla un modelo de programación entera de máxima cobertura, resolviéndose de forma óptima.

IV-B. *Problema de Ruteo Primario*

Para esta etapa se determinan rutas de recolección de los camiones de cada CA hacia los predios designados de la etapa A. En esta etapa se permiten mezclas de calidades de leche en un mismo camión (si es conveniente en términos de costos de transporte). Se utiliza un modelo de ruteo vehicular que es resuelto a optimalidad, dado que el número de predios asignados es pequeño y es posible de resolver rápidamente.

IV-C. *Problema de Ruteo Secundario*

En esta etapa, se generan rutas de recolección hacia algunos productores de gran tamaño (no asignados en la etapa A), así como también a los CA. Esta etapa considera características tales como la producción y el tipo de leche de cada predio, y el volumen acumulado en cada CA.

Para esta etapa, se utiliza una heurística de ahorros combinada combinada con una heurística 2-opt para encontrar soluciones factibles en un corto tiempo. Notar que, en esta etapa, el número de predios y CA hace difícil la resolución óptima en un tiempo razonable

REFERENCIAS

[1] Prasertsri, P., & Kilmer, R. L. (2004). Scheduling and Routing Milk from Farm to Processors by a Cooperative. Journal of Agribusiness, 22(2), 14.

[2] Caramia, M., & Guerriero, F. (2010). A Milk Collection Problem with Incompatibility Constraints. Interfaces, 40(2), 130–143. https://doi.org/10.1287/inte.1090.0475

[3] Lahrichi, N., Crainic, T., Gendreau, M., Rei, W., & Rousseau, L.-M. (2015). Strategic analysis of the dairy transportation problem. J Oper Res Soc, 66(1), 44–56.

[4] Mumtaz, M. K., Jalil, M. N., & Chatha, K. A. (2014). Designing the Milk Collection Network using Integrated Location Routing Approach. In International Conference on Industrial Engineering and Operations Management. Bali, Indonesia.

[5] Sethanan, K., & Pitakaso, R. (2016). Differential evolution algorithms for scheduling raw milk transportation. Computers and Electronics in Agriculture, 121, 245–259.https://dx.doi.org/10.1016/j.compag.2015.12.021

[6] Paredes-Belmar, G., Marianov, V., Bronfman, A., Obreque, C., & Lüer-Villagra, A. (2016). A milk collection problem with blending. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 94, 26–43. https://doi.org/10.1016/j.tre.2016.07.006

[7] Paredes-Belmar G., Lüer-Villagra A., Marianov V., Cortés C., Bronfman A. (2017). The milk collection problem with blending and collection points. Computers and Electronics in Agriculture 134, 109-123

Asignación de Canchas de Fútbol para la Asociación Nacional de Fútbol Amateur

Iván Concha H, Maichel M. Aguayo, Rodrigo De La Fuente G
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Concepción
Concepción, Chile
Email: iconcha@udec.cl, maichelaguayo@udec.cl, rodelafuente@udec.cl

***Resumen*—En este trabajo se propone un modelo de programación lineal entera para resolver el problema de asignación de canchas de fútbol para la asociación nacional de fútbol amateur (ANFA). El problema consiste en asignar las localías a cada equipo perteneciente a ANFA, junto con designar las canchas de fútbol adscritas a cada asociación a la que se encuentran afiliados dichos equipos. El modelo se prueba en una instancia práctica en la cual 52 equipos pertenecientes a las asociaciones de Hualpén, Hualpencillo y Talcahuano son asignados a 35 canchas de fútbol ubicadas en las respectivas comunas. Finalmente, se incluyen pruebas de una serie de instancias aleatorias con el fin de evaluar la eficiencia computacional del modelo cuando un mayor número canchas y/o equipos debe ser asignado.**

***Index Terms*—programación entera, asignación de canchas, asociación de fútbol.**

I. Introducción

AL inicio de cada temporada la Asociación Nacional de Fútbol Amateur (ANFA) enfrenta el problema de asignar canchas a las distintas asociaciones de fútbol junto con la respectiva asignación de localías a los clubes de fútbol pertenecientes a dichas asociaciones. La asignación de localías consiste en designar la cancha que le da la localía a cada club durante la temporada. En cada comuna existen varias canchas disponibles para ser asignadas, pero dados los costos de mantención (cuidador, mallas para arcos, marcado de canchas, etc.) se busca minimizar el número de canchas asignadas a cada asociación de futbol.

Cada club debe ser local en una sóla cancha, pero no es necesario que dicha cancha esté asignada a su respectiva asociación de fútbol. Se pueden dar situaciones en las cuales clubes "vecinos", pero de distintas asociaciones, son asignados a canchas de otras asociaciones, y se privilegia la facilidad de la localía. Los clubes no pueden ser locales en cualquier cancha, sino una para cual estén habilitados, principalmente debido a la distancia existente entre dicha cancha y su respectivo sector o sede. Cada cancha no puede estar asignada a más de una asociación, principalmente debido a problemas administrativos que esto trae para las asociaciones (programación de partidos pendientes principalmente). Se debe considerar que no todas las canchas se encuentran en óptimas condiciones (canchas muy irregulares por ejemplo), por lo que se priorizan la canchas en mejores condiciones de juego al momento de la asignación.

El problema descrito anteriormente se puede abordar como una variante del Set Covering Problem con múltiples restricciones. En [1] se modeló un problema de localización de instalaciones de emergencia como un Set Covering Problem para el cual los costos en la función objetivo eran iguales. En [2] estudiaron el problema de localización de ambulancias, el cual formularon como un Set Covering Problem. En [3] estudiaron un problema de localización de centros de distribución y servicio, considerando la proximidad de dichos centros al mercado de los productos que distribuyen, para el cual proponen dos modelos matemáticos, los cuales son resueltos mediante un algoritmo genético. En [4] estudió el problema de localización de estaciones de recarga de combustible con el fin de minimizar el número de estaciones requeridas.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo de programación lineal entera para el problema descrito anteriormente y resolver una instancia real para probar el modelo propuesto.

II. Definición del Problema y Modelo Matemático

Sea E el set de n equipos de fútbol tal que $E = \{1, ..., n\}$, A el set de m asociaciones, $A = \{1, ..., m\}$ y C el set que contiene f canchas de fútbol, $C = \{1, ..., f\}$, las cuales deben ser asignadas a asociaciones y equipos. Para este problema se define la siguiente notación:

Parámetros:

- d_{ca} : parámetro que adquiere un valor igual a 1 en caso de que la cancha $c \in C$, pueda ser asignada a la asociación $a \in A$, o 0 en caso contrario;
- j_{ec} : parámetro que adquiere un valor igual a 1 en caso de que el equipo $e \in E$ pueda ser local en la cancha $c \in C$, o 0 en caso contrario;
- E_a : número de equipos pertenecientes a la asociación $a \in A$;
- w_c : parámetro que representa el estado de la cancha $c \in C$ (1 = bueno, 1.5 regular, 2 = malo);
- L : número muy grande.

Variables:

- x_{ec} : variable binaria que toma el valor de 1 en caso de el equipo $e \in E$ sea asignado a la cancha $c \in C$, o 0 en caso contrario;
- y_{ca} : variable binaria que toma el valor de 1 en caso de que la cancha $c \in C$ sea asignada a la asociación $a \in A$, o 0 en caso contrario;
- C_c : variable binaria que adquiere el valor de 1 en caso de que la cancha $c \in C$ sea utilizada, o 0 en caso contrario.

El problema puede ser formulado como sigue:

$$\text{Minimizar} \sum_{c \in C} w_c C_c \tag{1}$$

sujeto a :

$$\sum_{c \in C} j_{ec} x_{ec} = 1, \quad \forall e \in E \tag{2}$$

$$\sum_{e \in E} j_{ec} x_{ec} \leq 2, \quad \forall c \in C \tag{3}$$

$$\sum_{c \in C} d_{ec} y_{ca} \geq \frac{E_a}{2}, \quad \forall a \in A \tag{4}$$

$$\sum_{a \in A} d_{ec} y_{ca} \leq 1, \quad \forall c \in C \tag{5}$$

$$\sum_{a \in A} y_{ca} \leq LC_c, \quad \forall c \in C \tag{6}$$

$$\sum_{e \in E} x_{ec} \leq LC_c, \quad \forall c \in C \tag{7}$$

$$x_{ec} \in \{0,1\}, e \in E, c \in C \tag{8}$$

$$y_{ca} \in \{0,1\}, c \in C, a \in A \tag{9}$$

$$C_c \in \{0,1\}, c \in C. \tag{10}$$

La función objetivo minimiza el número de canchas utilizadas ponderada por el estado de dicha cancha. Las restricciones (2) aseguran que cada equipo es local en una sola cancha, mientras que las restricciones (3) aseguran que en cada cancha a lo más dos equipos pueden hacer de local en ella. Las restricciones (4) aseguran que a cada asociación se le debe asignar un número mínimo de canchas, mientras que las restricciones (5) establecen que cada cancha es asignada a una sola asociación. Las restricciones (6) indican que si una cancha es asignada a una asociación, dicha cancha es utilizada, mientras que las restricciones (7) establecen que si un equipo es asignado a una cancha, esta también es utilizada. Por último, las restricciones (8)-(10) corresponden a las restricciones de integridad de las variables.

III. Resultados

Se prueba el modelo propuesto en un caso real, que considera equipos pertenecientes a las asociaciones de Hualpén, Hualpencillo y Talcahuano, todas pertenecientes a ANFA, las cuales cuentan con 18, 14 y 20 equipos respectivamente, los cuales ejercen de local en 35 canchas repartidas en las comunas de Hualpén y Talcahuano. En la Figura 1 se aprecia la distribución de canchas a lo largo de dichas comunas.

Figura 1. Distribución Canchas de Futbol en las Comunas de Hualpén y Talcahuano.

La instancia presentada es resuelta de forma exacta utilizando el modelo propuesto en un computador Intel Core i5-6200U 2.3GHz con 8 GB de RAM corriendo Windows 10 Pro, el cual fue programado en lenguaje OPL mediante el software IBM ILOG CPLEX Optimization Studio versión 12.7.1. El tiempo de ejecución fue de 0,39 segundos y las canchas de fútbol asignadas a las 3 asociaciones se muestran en la Figura 2, en donde los marcadores amarillos representan las canchas asignadas a la asociación de Hualpén, los verdes a la asociación de Hualpencillo y los rojos a la asociacón de Talcahuano. En Tabla I, se muestran los resultados de la asignación por cancha, en donde la primera columna contiene el listado de canchas, mientras que en las columnas siguientes se incluyen sus respectivas asociaciones asignadas y los equipos que hacen de local en ellas.

Adicionalmente, se probaron instancias aleatorias que abarcan hasta los 2720 equipos, cuyos resultados se ilustran en la Tabla II. Las primeras tres columnas representan el número de equipos, canchas y asociaciones respectivamente, la siguiente columna indica si se encuentra la solución óptima, mientras que la última columna indica el tiempo de procesamiento respectivo en segundos. De los resultados se desprende que el límite aproximado de equipos, para los cuales se puede obtener una solución óptima es de 2210, número que permite abarcar todos los equipos a nivel regional (545 equipos en la Región del Bío Bío según ANFA), pero no permite abarcar todos los equipos a nivel nacional (3716 equipos a nivel nacional según ANFA).

Tabla I
RESULTADOS ASIGNACIÓN DE CANCHAS A EQUIPOS Y ASOCIACIONES

Cancha	Asociación	Club Local 1	Club Local 2
1	Hualpén	Alondra	Cruz Azul
2	Hualpencillo	Caleta Lenga	Americo Vespucio
3	Hualpén	Milan	El Triangulo
4	Hualpén	Los Alcones	Los Aguilas
5	Hualpén	Carlos Saavedra	Pacifico
6	Hualpén	Vitoria de Chile	Janos Farkas
7	Hualpén	La Janequeo	Crispulo Gandara
8	Hualpencillo	Antena	Armando Alarcos
9	Hualpencillo	Atletico Lan C	Veracruz
10	Hualpén	America	Luis Vera
11	Hualpén	Ajax	Santa Maria
12	-	-	-
13	Hualpencillo	Cultural Condor	Enrique Cordova
14	Hualpencillo	Fenix de Oro	Parque Central
15	Hualpencillo	Juventud Defensor	Lan B
16	Hualpencillo	Juventud Independiente	Deportivo San Misael
17	Hualpén	Estrella	Villa Palitos
18	-	-	-
19	-	-	-
20	Talcahuano	Tierra Porte'na	Hermandad Porte'na
21	-	-	-
22	-	-	-
23	-	-	-
24	Talcahuano	Juventud Salinas	Juventud Porte'na
25	Talcahuano	Union Colo Colo	Juventud Letelier
26	Talcahuano	Olimpia	Gold Cross
27	Talcahuano	San Vicente Norte	Diego Portales
28	Talcahuano	Union San Vicente	Gente del Mar
29	Talcahuano	Chacaritas	Carlos Iba'nez
30	Talcahuano	Deportivo Social Naval	David Fuentes
31	Talcahuano	Catolica Arenal	Bellavista
32	-	-	-
33	Talcahuano	Nueva Estrella del Mar	Everton
34	-	-	-
35	-	-	-

Tabla II
RESULTADOS INSTANCIAS DE PRUEBA

$\|E\|$	$\|C\|$	$\|A\|$	Óptimo	Tiempo(s)
52	35	3	Si	0,39
202	140	12	Si	1,47
340	240	20	Si	3,25
680	480	40	Si	15,05
1020	720	60	Si	37,48
1360	960	80	Si	78,33
1700	1200	100	Si	136,49
2210	1560	130	Si	275,31
2720	1920	160	No	425,87

IV. CONCLUSIONES

En esta investigación, se propone un modelo de programación lineal entera para la asignación de canchas de futbol para ANFA. El modelo es capaz de encontrar una solución rápida a un problema que puede tardar semanas en resolver mediante la forma tradicional, esto es, que sean personas las que definan las asignaciones de las canchas a los equipos y asociaciones. De los resultados se desprende que el modelo propuesto se puede aplicar a nivel regional tomando un tiempo aproximado de solo 15 segundos. Como trabajo futuro, se propone resolver instancias en otras regiones del país y desarrollar un método exacto como un algoritmo de planos cortantes o un algoritmo de descomposición para abordar instancias de mayor tamaño.

Figura 2. Distribución Canchas de Futbol por Asociación en las Comunas de Hualpén y Talcahuano.

REFERENCIAS

[1] C. Toregas, R. Swain, C. ReVelle, and L. Bergman, "The locationof emergency service facilities," *Operations research*, vol. 19, no. 6, pp. 1363—-1373, 1971.

[2] C. ReVelle, C. Toregas, and L. Falkson, "Applications of the locationset-covering problem," *Geographical analysis*, vol. 8, no. 1, pp. 65—-76, 1976.

[3] M. Dabibi, B. Moghaddam, and M. Kazemi, "Applications of the locationset-covering problem," *International Journal ofIndustrial Engineering Computations*, vol. 7, no. 4, pp. 635—-648, 2016.

[4] I.-J. Jeong, "An optimal approach for a set covering version of therefueling-station location problem and its application to a diffusionmodel," *International Journal of Sustainable Transportation*, vol. 11, no. 2, pp. 86—-97, 2017.

Diseño de Redes de Transporte para la Gestión de Ayuda Humanitaria en Desastres Naturales en Chile

Valentina Cancino M.
Facultad de Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Viña del Mar, Chile
v.cancinomorales@uandresbello.edu

Nicolás Villagrán O.
Facultad de Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Santiago, Chile
n.villagranortega@gmail.com

Germán Paredes-Belmar
Facultad de Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Viña del Mar, Chile
german.paredes@unab.cl

Pamela Álvarez M.
Facultad de Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Santiago, Chile
palvarez@unab.cl

***Resumen*—En este estudio se busca proponer el diseño de red de distribución de suministros para la ayuda humanitaria en el caso de ocurrir un desastre natural en Chile. El daño que este tipo de catástrofe puede causar en la población afectada hace imprescindible una respuesta rápida y eficiente en el envío de ayuda. La forma de mejorar el desempeño en el tiempo respuesta ante un desastre es estudiar correctamente los componentes críticos que influyen en la etapa de preparación, como lo son las decisiones de ubicación de instalaciones y la cantidad de inventario que debe ser pre-posicionado en cada una de éstas. Para esto se plantea una solución al problema en dos fases. La primera fase consiste en encontrar la localización eficiente de Centros de Distribución que almacenan la ayuda que será enviada a Centros Locales más pequeños, habilitados en recintos como colegios o estadios, en caso de que ocurra un desastre natural. En la segunda fase, se determina cómo será distribuida esta ayuda a la población afectada minimizando los tiempos de entrega.**

***Index Terms*—Problemas de localización de instalaciones, ruteo vehicular, logística humanitaria**

I. Introducción

En los últimos años, el número de desastres naturales a nivel global ha aumentado significativamente, incluyendo terremotos, tsunamis, inundaciones y erupciones volcánicas, entre otros, de acuerdo con información entregada por la Base de Datos Internacional de Desastres (EM-DAT: "Emergency Events Database") del Centro de Investigación sobre Epidemiología de Desastres – CRED [1].

Particularmente en Chile, como país con una importante tasa de actividad sísmica, se han intensificado los esfuerzos por reducir el riesgo en los desastres y así minimizar las pérdidas humanas, económicas y estructurales. Según información entregada por el sitio Prevention Web, de la Oficina de las Naciones Unidas para la Reducción del Riesgo de Desastres (UNISDR) [2], entre los años 1900 y 2014 los terremotos han sido una de las causas más importantes en el país de muertes y pérdidas económicas, 31,2 % y 75 %, respectivamente. En la búsqueda de la minimización de riesgos en la logística humanitaria, la principal preocupación corresponde a las necesidades de los afectados, quienes frente a un estado de catástrofe es probable que queden desabastecidos de sus servicios básicos, alimentos y viviendas debido a daños estructurales. La gravedad de estos efectos, incluyendo las pérdidas humanas que se pueden generar, determina la importancia en la rapidez de respuesta para el envío de ayuda.

En este estudio, se propone una estructura de red que permita identificar puntos estratégicos para la ubicación de centros de distribución de ayuda en Chile, de manera tal que se minimicen los tiempos de respuesta ante una catástrofe, abarcando la mayor cantidad de población potencialmente afectada posible.

En la sección II, se hace una revisión de la literatura relacionada con diseño de redes. En la sección III se describe el problema y en la sección IV se plantea una metodología para su solución.

II. Revisión de Literatura

En la literatura reciente, se destacan los modelos de optimización como una herramienta importante para resolver problemas de localización. Enfoques basados en algoritmos exactos y heurísticos han sido combinados para resolver estos problemas y servir de apoyo en la toma de decisiones para las etapas de pre-desastre y post-desastre, donde la primera abarca las etapas de mitigación y preparación y, la segunda, respuesta y recuperación. En [3] se realiza una revisión de problemas de localización resueltos a través de algoritmos exactos o modelos de optimización y plantean que estos modelos se pueden dividir en cuatro categorías: problemas de localización determinísticos, dinámicos, estocásticos y robustos. Los modelos determinísticos se utilizan para determinar la localización de centros de distribución y bodegas a través de la entrada de parámetros conocidos y constantes, incluyendo sitios candidatos para las instalaciones.

Los modelos dinámicos toman en cuenta la variabilidad que existe en los parámetros, al ser problemas de largo plazo. De esta forma, el modelo exacto puede ser modificado a uno estocástico incorporando T períodos de tiempo. Los modelos estocásticos se utilizan para modelar los problemas bajo incertidumbre, asignando a estos parámetros inciertos una distribución de probabilidad. Finalmente, los modelos robustos, difieren del anterior en que las probabilidades de ocurrencia son desconocidas e incluye holguras en la solución.

En [4] se propone un modelo que determina el número y ubicación de centros de distribución y la cantidad de inventario a almacenar en ellos de ítems de ayuda clasificados en tres tipos, según su grado de necesidad, maximizando la cobertura de demanda. En [5] plantean una red de ayuda que se basa en

el almacenamiento en dos niveles, grandes bodegas y centros de distribución locales. Las bodegas debiesen ser instaladas en zonas que se espera no estén bajo riesgo, mientras que los centros locales se habilitarían en lugares ya establecidos, como colegios u hospitales. El objetivo es la minimización de los costos de instalación y de almacenamiento. En [6] los autores se centran en el problema de pre-posicionar un determinado nivel de inventario para asegurar una respuesta rápida y efectiva cuando ocurra un desastre, a través de un modelo de dos etapas. Primeramente, las decisiones a nivel estratégico que se toman para diseñar la red de ayuda se basan en la información disponible como lugares factibles para la instalación de centros y distancias entre esos lugares. En una segunda etapa, están las decisiones de nivel operativo que, consideran maximizar la cobertura de demanda y minimizar los costos de transporte.

En [7] se propone una solución al problema de ayuda humanitaria a través de tres modelos. Primero, la ubicación de los centros se determina mediante la formulación de un modelo que maximice la demanda cubierta de los puntos de distribución de las zonas con los mayores niveles de daño. Para esto, un coeficiente de prioridad se asigna a cada centro de distribución que se abre. Una vez que se conoce el conjunto de centros a habilitar, se asignan los recursos a almacenar en cada centro de distribución, a través de una función que minimice el porcentaje de demanda insatisfecha de cada tipo de ítem en cada zona. Finalmente, las rutas se escogen minimizando el tiempo total de transporte.

III. Problemática

La Fig. 1 representa un esquema de flujo típico de suministros de ayuda humanitaria con tres etapas. Los Centros de Almacenamiento corresponden a grandes bodegas ubicadas generalmente en puertos y aeropuertos. La etapa previa al desastre incluye la adquisición y pre posicionamiento de cierto stock en estas grandes bodegas o almacenes desde donde se envía la ayuda a los Centros de Distribución Centrales, donde es almacenada y organizada para ser distribuida hacia los Centros Locales, que pueden estar habilitados en colegios, universidades, estadios, etc. y así finalmente ser entregada en el punto de demanda, que corresponde a la población afectada por el desastre.

En la primera etapa, este estudio se centra en la fase de pre-desastre, específicamente de preparación, determinando la ubicación de los Centros de Distribución Centrales, a través de un modelo de optimización que permite satisfacer la mayor demanda potencialmente afectada, dado un conjunto de parámetros conocidos y sitios candidatos donde es factible su instalación. En la segunda etapa, se aborda el problema post-desastre, que considera la distribución de ayuda entre los Centros de Distribución Centrales y los Centros de Distribución Locales habilitados, y la estimación de sus tiempos de entrega. Se considera como supuesto que los afectados acuden a un Centro de Distribución Local a retirar la ayuda humanitaria.

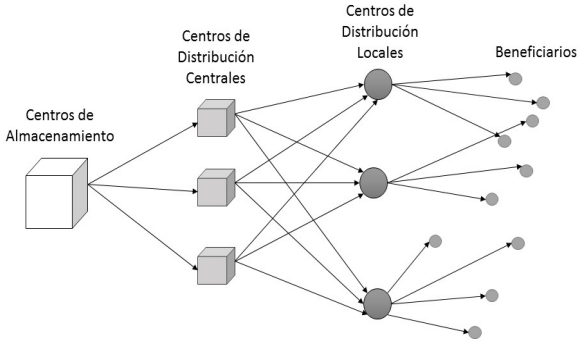


Fig. 1. Flujo típico de suministros en una cadena de ayuda humanitaria

IV. Metodología de Solución

Para modelar la primera fase del problema y determinar el número y localización de los Centros de Distribución Centrales y la cantidad de stock que debe ser almacenado en cada uno, se utiliza un Modelo de Programación Entero-mixto, basado en el estudio de Localización de Instalaciones en Ayuda Humanitaria de Balcik & Beamon [4]. En este artículo, consideramos parámetros tales como conjunto de sitios factibles para su instalación, un conjunto con las comunas del país como los posibles escenarios para la ocurrencia de un desastre y un conjunto con los tres tipos de ítem de ayuda: cajas de alimento, agua y frazadas (ítem tipo 1); kit de aseo personal, kit de aseo domiciliario y colchones (ítem tipo 2); y herramientas, camas y materiales de reconstrucción (ítem tipo 3). Además, el modelo considera parámetros como demanda esperada de cada tipo de ítem por comuna, probabilidades de ocurrencia, capacidades de cada centro de distribución, presupuesto pre-desastre que corresponden a fondos asignados para la compra y almacenamiento de cada tipo de ítem y presupuesto post-desastre que corresponden a fondos asignados para la distribución de la ayuda, costos de instalación, almacenamiento y transporte, límites de tiempos de respuesta en los que desea abastecer cada tipo de ítem y parámetros de peso para cada tipo de ítem y para cada nivel de cobertura.

El objetivo es maximizar la cobertura de la demanda esperada de cada tipo de ítem por comuna, y dentro de las variables se considera las cantidades de éstos que deben ser almacenadas en cada centro de distribución, la proporción de demanda de cada tipo de ítem que satisface cada centro de distribución y una variable binaria que indica si se instala o no un centro.

Las restricciones del problema consideran capacidad limitada de las instalaciones, disponibilidad de inventario, restricciones de asignación y límites presupuestarios.

Para la resolución de esta primera fase de localización, el problema es modelado mediante el software AMPL y resuelto con CPLEX 12.7. A partir de los resultados de la primera fase, se escoge un conjunto de Centros de Distribución Centrales distribuidos a lo largo del país y que garanticen la mayor cantidad de personas potencialmente afectadas en el país. Conociendo la ubicación de estas instalaciones, se procede con la segunda fase del problema, se estudia el envío de ayuda

desde los Centros de Distribución Centrales hacia los Centros de Distribución Locales a través de un segundo modelo de optimización. A partir de estos resultados se determina el número de camiones a utilizar para realizar la distribución, la secuencia de viajes a realizar y cuántos ítems de ayuda se deben entregar. El objetivo de este segundo modelo es minimizar el tiempo de la última entrega, incluyendo tiempos de carga, de viaje, de entrega y de regreso.

REFERENCIAS

[1] Center for Research on the Epidemiology of Disasters. EM–DAT: The International Disaster Database. http://www.emdat.be.

[2] Prevention Web. United Nations Office for Disaster Risk Reduction. http://www.preventionweb.net/english/.

[3] C. Boonmee, M. Arimura and T. Asada, "Facility location optimization model for emergency humanitarian logistics". Internacional Journal of Disaster Risk Reduction, 2017, in press.

[4] B. Balcik and B. M. Beamons, "Facility location in humanitarian relief". Internacional Journal of Logistics: Research and Applications, vol. 11, pp. 101-121, 2008.

[5] S. Tofighi , S.A. Torabi , S.A. Mansouri, "Humanitarian logistics network design under mixed uncertainty". European Journal of Operational Research, 2016, in press.

[6] S. Ichoua, "Humanitarian Logistics Network Design for an Effective Disaster Response", Embry-Riddle Aeronautical University – Worldwide, 2010.

[7] M. Rekik, A. Ruiz, J. Renaud, D. Berkoune and S. Paquet, "A Decision Support System for Humanitarian Network Design and Distribution Operations". Operations Research / Computer Science Interfaces Series 54, 2012.

Localización de Puntos Limpios para el Reciclaje de Residuos Domiciliarios

Diego Antonio Parra Alvial
Facultad de Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Viña del Mar, Chile
d.parraalvial@uandresbello.edu

Germán Paredes-Belmar
Departamento de Ciencias de la Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Viña del Mar, Chile
german.paredes@unab.cl

Carola Blazquez Lavin
Departamento de Ciencias de la Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Viña del Mar, Chile
cblazquez@unab.cl

***Resumen*—La captación de residuos destinados al reciclaje es un problema cuya búsqueda de soluciones está en constante desarrollo, especialmente en los países en vías de desarrollo. Cabe señalar que la tasa de generación de residuos mundial ha aumentado conforme al desarrollo económico, tecnológico, industrial, entre otros motivos. Así, es importante buscar alternativas eficientes para la disposición de residuos a nivel doméstico e industrial. Este artículo considera la localización de puntos limpios para captación de residuos destinados a reciclaje, mediante un modelo de optimización lineal entera. El objetivo es determinar puntos limpios que maximicen la captación de residuos, considerando restricciones de capacidad y presupuestarias. Además, se utilizan herramientas de apoyo a la toma de decisiones, tales como los sistemas de información geográfica (SIG). Finalmente, se presenta un caso estudio aplicado en la comuna de Renca, región Metropolitana de Santiago, Chile.**

***Index Terms*—Reciclaje, Localización, Punto Limpio, Modelo de Optimización**

I. Introducción

El crecimiento económico en Chile ha generado un aumento importante en la generación de residuos domiciliarios e industriales. La CONAMA (Comisión Nacional del Medio Ambiente) señala que el año 2000 la generación de residuos bordeaba los 326 kg por habitante, mientras que en el año 2009 esta cifra llegó a los 384 kg por habitante, cifra menor a la que presentan en promedio los países miembros de la OCDE, que corresponde a 550 kg por habitante por año [1]. En consecuencia, la correcta gestión de residuos sólidos toma especial importancia, debido a que mientras la población y los avances tecnológicos y económicos crezcan, el problema de gestión de los residuos crece de manera directa.

Es importante mencionar el avance en la gestión de residuos sólidos en Chile. Por ejemplo, en 1995 la totalidad de los residuos recolectados eran dispuestos en vertederos y basurales, mientras que al año 2005 dicha cifra disminuyó a un 40 %, y el restante termina en rellenos sanitarios [2].

En la década 2000-2010, la tasa de crecimiento de residuos sólidos se incrementó en alrededor de 42 %, lo que implica un crecimiento de 11,9 a 16,9 millones de toneladas de residuos [1]. La mayor parte de esos residuos corresponden a residuos industriales (alrededor de un 60 %), lo que corrobora que el sector industrial genera residuos conforme a su crecimiento, y a su vez la generación de residuos sólidos domiciliarios también aumenta, pero en menor medida. En Chile, la Región Metropolitana encabeza la mayor generación de residuos a nivel país, con una cifra anual de 2.807.247 de toneladas en el año 2009 [1].

Estos antecedentes revelan la importancia del problema de gestión residuos. Este artículo aborda el problema de localización de puntos limpios de acopio para el reciclaje de residuos, maximizando la captación de residuos que se destinan a reciclaje (cartón, vidrio, plástico, metal). Para ello de destinarán puntos estratégicos (malls, escuelas, hospitales) de una ciudad con el objetivo de lograr una mayor captación. Se considera que en los puntos limpios se localizarán múltiples contenedores (con capacidad limitada) que permitan realizar la separación de residuos. Se propone un modelo de programación entera mixta implementado en AMPL y resuelto en CPLEX. Se desarrolla un caso de estudio en la comuna de Renca, Chile para mostrar la efectividad de la propuesta. Además, se utiliza una herramienta SIG para la visualización y análisis de soluciones.

II. Revisión Bibliográfica

En [3], se definen los residuos sólidos municipales como todos aquellos que son generados a nivel industrial y domiciliario, excepto aquellos que son clasificados como peligrosos, residuos líquidos y a su vez las emisiones atmosféricas. Estos residuos se clasifican en industriales y residenciales. Los residenciales son aquellos que se generan por los mismos productos y servicios utilizados por la comunidad, mientras que los industriales provienen de las industrias, empresas y del ámbito agrícola.

La gestión de residuos destinados al reciclaje se puede definir como el proceso de planificación, implementación y control del flujo desde el punto de consumo hasta el punto de disposición final, donde no se consideran los productos electrónicos [3].

Así, en [3] se propone un modelo de programación lineal que es utilizado para residuos reciclables. El modelo determina la cobertura de pedidos con alta prioridad y se cumplen a costo mínimo.

Por otro lado, además de resolver el problema, es importante utilizar SIG como apoyo a la toma de decisiones (Decision Support System, DSS) tal como ARCGIS, el que proporciona

una visualización eficiente para ver y evaluar comportamientos en la red de recolección.

En [4], proponen un enfoque sistemático para construir una red de reciclaje y eliminación de residuos sólidos municipales. "La sustentabilidad es una de las cuestiones más importantes que deben abordarse adecuadamente en los sistemas de gestión de residuos [5], y se ha puesto de manifiesto debido a fallas recientes como incinerador en Delhi [6] e incinerador y Planta de compostaje en Estambul" [7].

En [8], se utiliza SIG para determinar la localización y número de contenedores para residuos municipales, utilizando el modelo matemático de la p-mediana. Para resolver el problema, es necesario elaborar un mapa con todas las calles de la zona en estudio y sus direcciones. Cada esquina es un punto factible para la localización de los contenedores. El modelo minimiza las distancias ponderadas de cada contenedor a los puntos de demanda. Además, el modelo considera que los contenedores no deben estar distanciados a más de 500 [metros] entre sí, y que la distancia máxima entre un nodo de demanda y un contenedor sea de 250 [metros].

III. Metodología de Solución

El objetivo es desarrollar una metodología que permita la localización eficiente de puntos de acumulación de residuos para el reciclaje. Estos puntos son llamados "puntos limpios" (PL). Se busca que los PL maximicen la captura de residuos para el reciclaje.

A través de este estudio, se busca la localización eficiente de instalaciones para el reciclaje o puntos limpios. La localización de PL para el reciclaje de residuos no implica que, en una primera instancia, se deba atender el total de residuos generados por la población. Esto dado los altos costos de habilitación de cada PL. Principalmente, interesa captar la mayor cantidad de residuos que sean útiles para el reciclaje. Esto marca una diferencia con la gestión de residuos domiciliarios, donde sí debe existir cobertura universal.

El problema de localización de puntos limpios puede ser estudiado mediante un modelo de programación entera. En este modelo, se consideran parámetros relevantes tales como capacidades, distancias, tasas de generación de residuos, entre otros.

El área comprendida por la comuna de Renca corresponde a la zona de estudio, donde existen diversos puntos de generación de residuos (las cuales consideran las esquinas o manzanas existentes en la comuna). Al interior de la comuna existen sitios candidatos para ubicar PL de reciclaje, de los cuales se eligen algunos de ellos para ser instalados.

La Fig. 1 representa un esquema de solución al problema. Los triángulos rojos representan a los puntos generadores de residuos, donde mientras más grande es el triángulo, mayor es la generación. Los puntos verdes son sitios candidatos para ubicar PL. En este esquema, se visualiza la instalación de dos PL, los cuales pueden tener distinta capacidad. Existe también un radio de servicio, definido como la distancia máxima que una persona estaría dispuesta a viajar para llevar sus residuos destinados al reciclaje. Esto implica que algunos generadores

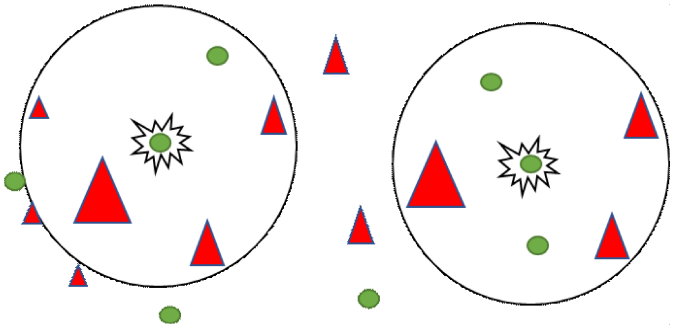


Fig. 1. Esquema de localización de Puntos Limpios

pueden quedar fuera del radio de alcance. Sin embargo, en este artículo, se plantea principalmente la maximización en la captura de estos residuos destinados a reciclaje, considerando que se disponen de recursos limitados para habilitar PL.

Este problema puede ser abordado mediante diferentes objetivos. En una primera instancia, se busca maximizar la cobertura de los puntos generadores de residuos. También, se puede minimizar la cantidad de PL a habilitar o minimizar la distancia de viaje hacia los PL.

El modelo se codifica en AMPL y los resultados se obtendrán con CPLEX, lo que proporciona soluciones eficientes para definir el número y lugar de PL a instalar. Luego se utiliza el sistema de información geográfico ARCGIS para observar la distribución de las soluciones en la comuna y verificar que los PL habilitados abarquen la mayor cantidad de generadores posible.

IV. Modelo de Optimización

Para representar las condiciones del problema de localización de PL, se diseña un modelo de optimización lineal entero con variables binarias. Se define I como el conjunto de sitios candidatos para ubicar PL. J es el conjunto de generadores de residuos. K es el conjunto que agrega los distintos tipos de residuos. d_{ij} es la distancia mínima entre el generador $j \in J$ y el sitio $i \in I$. e_{ip} es la distancia mínima entre dos PL. h_{jk} es el volumen de residuos tipo $k \in K$ del generador $j \in J$. Q_k es la capacidad del contenedor $k \in K$. Se define η a la distancia máxima para que un generador quede asignado a un PL. p es el número máximo de sitios a habilitar como PL. Finalmente, t es la distancia mínima de separación entre dos PL, a modo que los PL no queden ubicados demasiado cerca entre ellos.

La variable $x_i = 1$ si un PL se ubica en el sitio $i \in I$; $x_i = 0$ en caso contrario. $y_{ik} = 1$ si se localiza un contenedor tipo $k \in K$ en el sitio $i \in I$; $y_{ik} = 0$ en otro caso. $z_{ijk} = 1$ si el generador $j \in J$ que produce residuos tipo $k \in K$ es asignado al PL $i \in I$; $z_{ijk} = 0$ en caso contrario. La función objetivo y las restricciones se definen a continuación:

$$\text{Max} \quad \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{i \in I : d_{ij} \leq \eta} h_{jk} z_{ijk} \qquad (1)$$

$$\sum_{j \in J: d_{ij} \leq \eta} h_{jk} z_{ijk} \leq Q_k y_{ik} \quad \forall i \in I, k \in K \tag{2}$$

$$z_{ijk} \geq x_i - \sum_{\substack{w \in I: w \neq i, \\ d_{wj} < d_{ij}}} x_w \quad \forall k \in K, j \in J, i \in I \tag{3}$$

$$\sum_{i \in I: d_{ij} \leq \eta} z_{ijk} \leq 1 \quad \forall k \in K, j \in J \tag{4}$$

$$x_i + x_a \leq 1 \quad \forall i \in I, a \in I : i \neq a, e_{ia} \leq t \tag{5}$$

$$y_{ik} \leq x_i \quad \forall i \in I, k \in K \tag{6}$$

$$\sum_{i \in I} x_i \leq p \tag{7}$$

$$x_i, z_{ijk}, y_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K \tag{8}$$

La función objetivo (1) maximiza el volumen de residuos capturados para el reciclaje. Las restricciones (2) establecen que la capacidad de cada contenedor de residuos k debe ser respetada. Las restricciones (3) aseguran que los puntos generadores de residuos sean asignados a su PL más cercano. Las restricciones (4) señalan que todo generador de residuos debe ser asignado a lo más a un PL. Las restricciones (5) indican que no es posible ubicar dos PL, a menos de t unidades de distancia. Las restricciones (6) señalan que si un contenedor destinado al residuo k es ubicado en i, entonces se debe localizar un PL en i. Finalmente, la restricción (7) indica que existe un máximo de p puntos limpios a localizar (restricción presupuestaria).Finalmente, las restricciones (8) establecen el dominio de las variables de decisión.

V. Caso de Estudio

Se estudia la gestión de residuos para el reciclaje en la comuna de Renca, Chile. La red contiene 1026 puntos generadores que representan puntos de acumulación de residuos de una manzana censal. Por otro lado, se tienen 51 puntos de interés para habilitar PL, los que incluyen lugares cercanos a estadios, colegios, bodegas, farmacias, centros médicos, parques, supermercados, centros comerciales, entre otros. Además, se dispone de la tasa de generación de residuos por cada tipo de residuo destinado a reciclaje. En este estudio, se consideran los 5 tipos de residuos más relevantes para la comuna:

- Tipo 1: Orgánico (5.49 % es destinado a reciclaje)
- Tipo 2: Vidrio (0.24 % es destinado a reciclaje)
- Tipo 3: Papel (9.07 % es destinado a reciclaje)
- Tipo 4: Plástico (0.60 % es destinado a reciclaje)
- Tipo 5: Metales (0.84 % es destinado a reciclaje)

Todos estos aspectos son considerados en el modelo de optimización que resuelve de forma óptima la instancia de la comuna de Renca.

Referencias

[1] PRIMER REPORTE DEL MANEJO DE RESIDUOS SÓLIDOS EN CHILE (Basado en el Proyecto Levantamiento, Análisis, Generación y Publicación de Información Nacional sobre Residuos Sólidos de Chile) 2010. http://www.sinia.cl/1292/articles-49564_informe_final.pdf, last accessed June, 2017.

[2] Informe del Estado del Medio Ambiente (2011), Capítulo 3: Residuos.http://www.mma.gob.cl/1304/articles-52016_Capitulo_3.pdf, last accessed June, 2017.

[3] Jeroen Beliën, Liesje De Boeck, Jonas Van Ackere, (2012) Municipal Solid Waste Collection and Management Problems: A Literature Review. Transportation Science Volume 48, Issue 1, Pages 78–102.

[4] Ali Mirdar Harijani, Saeed Mansour, Behrooz Karimi, Chi-Guhn Lee, "Multi-period sustainable and integrated recycling network for municipal solid waste – A case study in Tehran". Journal of Cleaner Production Volume 151, 10 May 2017, Pages 96-108.

[5] Mizpah Asase , Ernest K. Yanful, Moses Mensah, Jay Stanford, Samuel Amponsah, "Comparison of municipal solid waste management systems in Canada and Ghana: A case study of the cities of London, Ontario, and Kumasi, Ghana". Waste Management Volume 29, Issue 10, October 2009, Pages 2779-2786.

[6] Vikash Talyan, R.P. Dahiya, T.R. Sreekrishnan, "State of municipal solid waste management in Delhi, the capital of India". Waste Management 28 (2008) 1276–1287.

[7] Gurdal Kanat, "Municipal solid-waste management in Istanbul". Waste Management Volume 30, Issues 8–9, August–September 2010, Pages 1737-1745.

[8] Ritesh Vijay, Ajay Gautam, Ajay Kalamdhad, Apurba Gupta, and Sukumar Devotta, "GIS-based locational analysis of collection bins in municipal solid waste management systems". Journal of Environmental Engineering and Science, 2008, 7(1): Pages 39-43.

Session TC2
OR Models and Applications in Energy

- *Simulación Monte Carlo en el análisis de confiabilidad estructural de tuberías fisuradas de petróleo y gas*; Cancela, Hector; Mussini, Rodolfo.
- *Power System Expansion Planning With Deep Renewable Penetration Under Uncertainty*; Verástegui, Felipe; Lorca, Álvaro.
- *Optimal scenarios for the operation of hydrothermal power systems using a Filter-SQP algorithm*; Periçaro, Gislaine Aparecida; Wegner Karas, Elizabeth; Matioli, Luiz Carlos; Marcilio, Débora Cintia; Oening, Ana Paula; Gonzaga, Clóvis Caesar.
- *Site selection for green energy generation: An analisys of the criteria for solar plant implementation in the North of Rio de Janeiro State*; De Sousa Rangel, Tamiris; Bastos Ribeiro, Vitor; Monteiro Da Hora, Henrique Rego.

Simulación Monte Carlo en el análisis de confiabilidad estructural de tuberías fisuradas de petróleo y gas

Héctor Cancela
Instituto de Computación
Facultad de Ingeniería, UdelaR
Montevideo, Uruguay
cancela@fing.edu.uy

Rodolfo Mussini
Instituto de Ensayo de Materiales
Facultad de Ingeniería, UdelaR
Montevideo, Uruguay
rodolfo@fing.edu.uy

***Resumen*— En la industria del petróleo y el gas el uso de tuberías de acero es una de las formas más eficientes para transportar diferentes productos. Estas tuberías se utilizan usualmente en condiciones de altas presiones, para maximizar las velocidades de transporte de masa. Posibles fallas en las mismas tienen alto impacto en el medio ambiente y en la actividad humana, por lo que es fundamental evaluar y garantizar la confiabilidad de estos equipamientos.**

En este trabajo, discutimos el uso de metodologías computacionales, basadas en simulación Monte Carlo y el uso de de la metodología del diagrama de evaluación de fallas (FAD Failure Assessment Diagram), para la evaluación de la probabilidad de falla por fractura o por colapso plástico de tuberías con fisuras.

Palabras clave—confiabilidad estructural computacional, Método de Monte Carlo, tuberías de petróleo y gas.

I. INTRODUCCIÓN

Las tuberías de acero son utilizadas en la industria del petróleo y el gas para transportar distintos fluidos de manera segura y eficiente. El buen funcionamiento de estos equipamientos tiene un significativo impacto en la seguridad de las personas y en la seguridad del medio ambiente. Para tomar decisiones sobre reparaciones, sustituciones u otras medidas relacionadas, es fundamental el poder realizar evaluaciones cuantitativas de la confiabilidad estructural de tuberías que presentan defectos de distinta naturaleza, entre otros fisuras, sea que ellas hayan sido detectadas durante el servicio, o que se postule su existencia.

Para realizar este análisis, una buena alternativa es la realización de experimentos de simulación por Monte Carlo, donde se utiliza el diagrama de evaluación de fallas (FAD – Failure Assessment Diagram) correspondiente a la situación bajo estudio, y se evalúa la probabilidad de fallas en función de sorteos realizados de acuerdo a las distribuciones de probabilidad de las variables estructurales básicas de la tubería en estudio. Presentamos el resultado de un trabajo interdisciplinario entre docentes del área de Ensayo de Materiales y del área de Investigación de Operaciones, con el objetivo de resolver la evaluación de un caso particular correspondiente a tuberías de acero con fisuras exteriores no crecientes, de forma semielíptica. Se describe a continuación el modelo de tubería, y luego el método de cálculo empleado.

II. CASO ESTUDIADO

Se analiza el caso de una fisura postulada estacionaria (no creciente) situada en la superficie exterior de un tubo, orientada en la dirección axial del mismo, Fig. 1. Dicha fisura es de forma semielíptica, con estos parámetros:

- t – espesor de las paredes
- R_i – radio interior
- R_0 – radio exterior= $R_i + t$.
- $2c$ – largo de la fisura
- a – profundidad máxima de la fisura.

El material del tubo es acero API 5L X 70. Se considera que la única carga actuante es la debida a la presión interna (p) en el tubo cuya magnitud es de p =18,5 MPa. La evaluación de integridad estructural fue realizada según el procedimiento API579-1/ASME 1-FFS, Parte 9, Nivel 3-A de análisis [1].

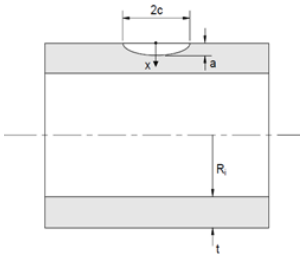


Fig. 1

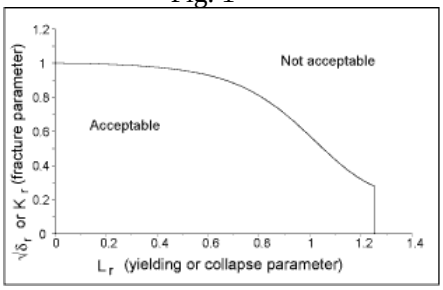


Fig. 2

A. Diagrama de evaluación de fallas

Para evaluar en el caso determinista si un punto dado corresponde a un estado de falla de la tubería, se utiliza el diagrama de evaluación de fallas (FAD – Failure Assessment Diagram), que tiene la forma general presentada en la Fig. 2
Los puntos por debajo y a la izquierda de la curva son los aceptables, mientras que los que están por encima o a la derecha corresponden a situaciones de fallas. La construcción de la curva se especifica por el nivel de análisis elegido.
De acuerdo al Nivel 3-A de análisis la curva K_{rFAD} en función de L_r^P es la misma que corresponde al Nivel 2 de análisis y tiene la forma siguiente [3]:

$$K_{rFAD} = \{1 - 0{,}14(L_r^P)^2\}\{0{,}3 + 0{,}7\exp[-0{,}65(L_r^P)^6]\}$$

para $L_r^P \le L_{r(max)}^P$ (1)

y

$K_{rFAD} = 0$ for $L_r^P > L_{r(max)}^P$

El valor de $L_{r(max)}^P$ depende de un número de variables específicas del material tales como sus características de endurecimiento por deformación.

B. Coordenadas del punto de evaluación

La posición del punto de evaluación de coordenadas L_r^P, K_r en el diagrama *FAD* es la siguiente:

$$L_r^P = \frac{\sigma_{ref}^P}{\sigma_{ys}} \quad (2)$$

Donde la tensión de referencia primaria, σ_{ref}^P es

$$\sigma_{ref}^P = \{gP_b + [(gP_b)^2 + 9(M_s P_m(1-\alpha)^2)^2]^{0,5}\}\left[\frac{1}{3(1-\alpha)^2}\right] \quad (3)$$

con

$$g = 1 - 20\left(\frac{a}{2c}\right)^{0,75}\alpha^3 \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{\frac{a}{t}}{1+\frac{t}{c}} \quad (5)$$

mientras que P_m y P_b son la tensión primaria de membrana y la tensión primaria de flexión respectivamente,

$$P_m = \frac{pR_i}{t} \quad (6)$$

$$P_b = \frac{pR_0^2}{(R_0^2 - R_i^2)}\left[\frac{t}{R_i} - \frac{3}{2}\left(\frac{t}{Ri}\right)^2 + \frac{9}{5}\left(\frac{t}{Ri}\right)^3\right] \quad (7)$$

M_S es el factor de corrección de superficie para el caso de fisuras superficiales. La solución basada en el colapso neto de la sección es

$$M_S = M_S^{NS} \quad (8)$$

Donde,

$$M_s^{NS} = \frac{1}{1 - \frac{a}{t} + \frac{a}{t}\left(\frac{1}{M_t}\right)} \quad (9)$$

M_t es el factor de corrección por superficie para fisuras pasantes,

$$M_t = \left(\frac{1{,}02 + 0{,}4411\lambda_a^2 + 0{,}006124\lambda_a^4}{1{,}0 + 0{,}02642\lambda_a^2 + 1{,}533(10^{-6})\lambda_a^4}\right)^{0,5} \quad (10)$$

$$\lambda_a = \frac{1{,}818c}{\sqrt{R_i a}} \quad (11)$$

Además, el valor de la ordenada del punto de evaluación es

$$K_r = \frac{K_I^P + \Phi K_I^{SR}}{K_{mat}} \quad (12)$$

El factor de intensidad de tensiones basado en tensiones primarias K_I^P fue evaluado en el punto más profundo de la fisura, esto es en $x = a$, Fig. 1.

$$K_I^P = \frac{pR_i^2}{(R_0^2 - R_i^2)}\left[2G_0 + 2G_1\left(\frac{a}{R_0}\right) + 3G_2\left(\frac{a}{R_0}\right)^2 + 4G_3\left(\frac{a}{R_0}\right)^3 + 5G_4\left(\frac{a}{R_0}\right)^4\right]\sqrt{\frac{\pi a}{Q}} \quad (13)$$

$$Q = 1{,}0 + 1{,}464\left(\frac{a}{c}\right)^{1,65} \text{ for } \left(\frac{a}{c} \le 1\right) \quad (14)$$

No fueron tenidos en cuenta efectos de tensiones secundarias y residuales, es decir $K_I^{SR} = 0$.
La tenacidad a la fractura, K_{mat} puede ser estimada a partir de valores de energía de impacto Charpy, utilizando el modelo de Rolfe-Novak-Barsom, válido para la condición de upper-shelf,

$$K_{mat} = K_{IC} = \sigma_{ys}\sqrt{0{,}64\left(\frac{CVN}{\sigma_{ys}} - 0{,}01\right)} \quad (16)$$

De esta forma,

$$K_r = \frac{K_I^P}{K_{mat}} \quad (17)$$

Si todos los parámetros son conocidos exactamente, el punto de evaluación dado por las coordenadas L_r^P, K_r en el diagrama *FAD* será fijo. Sin embargo, en la práctica varios parámetros de los materiales no son conocidos exactamente, sino con una distribución de probabilidad, por lo que en lugar de un punto de evaluación, debemos considerar una nube de puntos, de acuerdo a lo ilustrado en la Figura 3.

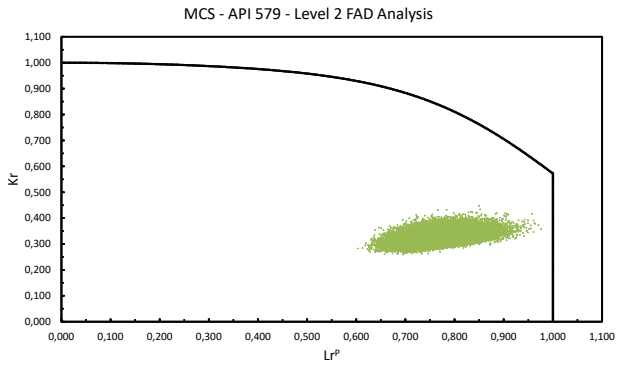


Fig. 3

La probabilidad de falla de la tubería, P_f, es la medida de probabilidad del dominio de falla (el conjunto de todos los puntos no aceptables), y la confiabilidad, R, es su complemento, es decir $R+ P_f = 1$.

Si bien se puede realizar una formulación analítica del área bajo la curva, resulta extremadamente costoso realizar una evaluación numérica clásica por lo que el empleo de simulación Monte Carlo es una alternativa de interés.

III. Estimación Monte Carlo

Se utiliza el siguiente algoritmo para estimar la probabilidad de falla de las tuberías:

Parámetro N – tamaño muestral
Inicializar: s=0
Repetir para i=1 hasta N
    Generar (L_r,K_r) sorteando las distintas variables aleatorias según sus distribuciones de probabilidad y aplicando las fórmulas de la sección II.B.
    Si (L_r,K_r) está fuera de la zona de aceptación del FAD
        s=s+1
FinRepetir
E= s/N estimador insesgado de P_f
V =E(1-E)/(N-1) estimador insesgado de varianza del estimador E

Se trata de una aplicación directa del esquema clásico de Monte Carlo. En el caso en que las probabilidades de falla sean muy pequeñas, para evitar tener que incrementar el tamaño muestral de forma excesiva, es sencillo utilizar muestreo según importancia para aumentar la precisión sin incrementar excesivamente el tiempo de cálculo.

Para un estudio numérico consideramos los parámetros determinísticos indicados en la Tabla 1, y los parámetros aleatorios indicados en la Tabla 2.

	DETERMINISTICOS
Presión interna, p	18,5 MPa
espesor de pared, t	11,0 mm
Radio externo, R_o	203,2 mm (8 in.)
Largo fisura, 2c	105,6 mm

Table 1

	ALEATORIOS			
	Distribución	Media	Desviación estándar	Ref.
Límite fluencia, σ_{ys}	Normal	555,0 MPa	30,0 MPa	[4]
Tensión rotura, σ_u	Normal	640,0 MPa	30,0 MPa	[4]
Energía impacto, CVN	Normal	225 J	22,5 J	[4]
Profundidad fisura, a	Normal	7,0 mm	1,05 mm	

Table 2

Luego de hacer validaciones en casos de prueba y comparar distintas implementaciones para eliminar posibles errores de programación de las distintas fórmulas implicadas, se realizó la evaluación numérica del caso concreto cuyos parámetros se presentaron en esta sección, utilizando un tamaño de muestra deN=1.000.000. El tiempo de cómputo en un equipo PC estándar, con procesador Intel core i7, fue de menos de 5s.

La estimación de la probabilidad de falla P_f fue E=0,00770, con desviación estándar E =8,74E-05, mostrando el alto grado de precisión que es posible alcanzar con un esfuerzo de cómputo moderado.

IV. Conclusiones y trabajo futuro

El empleo de las técnicas de simulación Monte Carlo permitió implementar un método sencillo y rápido para la estimación de la probabilidad de falla de tuberías metálicas en presencia de fisuras, cuando hay parámetros clave de la realidad que según distribuciones de probabilidad dadas.

El proyecto implicó la participación de investigadores de dos áreas distintas, Materiales e Investigación de Operaciones. La implementación resultó sencilla, si bien el contar con más de una versión codificada de forma independiente fue una herramienta muy importante para verificar la correctitud del código. Actualmente, se está trabajando en una segunda etapa del proyecto, en la que se incorpora el papel de los ensayos no destructivos y su interacción con la confiabilidad estructural.

Agradecimientos

Este trabajo fue financiado parcialmente por el Proyecto "Evaluación de integridad estructural probabilística de tuberías utilizando simulación Monte Carlo: el rol de los ensayos no destructivos" programa I+D de CSIC, UDELAR. Agradecemos la participación de Jonathan Kantor y Diego Regueira, que programaron versiones independientes del método de Monte Carlo que fueron de utilidad para validar la implementación utilizada en este trabajo.

Referencias

[1] API 579-1/ASME FFS-1, "Fitness For Service," American Society of Mechanical Engineers (ASME), 2007.

[2] P. Dillström, "ProSINTAP - A probabilistic program implementing the SINTAP assessment procedure," Engineering Fracture Mechanics, 2000.

[3] G. Qian y M. Niffenegger, Probabilistic fracture assessment of piping systems based on FITNET FFS, Nuclear Engineering and Design, 2011.

[4] Uwe Zerbst, Manfred Schödel, Stephen Webster and Robert A. Ainsworth, Fitness-for-Service Fracture Assessment of Structures Containing Cracks - A Workbook based on the European SINTAP/FITNET Procedure, Elsevier Ltd., 2007

Power System Expansion Planning With Deep Renewable Penetration Under Uncertainty

Felipe Verastegui, M.Sc. Student
Department of Industrial and
Systems Engineering
Pontificia Universidad Catlica de Chile
Email: faverastegui@uc.cl

Alvaro Lorca
Department of Electrical Engineering
Department of Industrial and
Systems Engineering
Pontificia Universidad Catlica de Chile
Email: alvarolorca@uc.cl

***Abstract*—Numerous efforts are carried out each day in order to make a transition towards a more sustainable and less polluted society. In power systems, this implies the need for renewable energy sources, which impose new uncertainties and variability on the same systems. Goals such as having 20-30% of the total generation as renewable are not uncommon in different places in the world (European Union, California, Chile). The present work tackles the issue of planning these systems for achieving these goals and securing standards for daily operation. To address this challenge, a robust optimization model with stochastic features is proposed, which is able to deal with uncertainty both in long and short term. In the long term uncertainties, the proposed model can consider parameters such as load, fuel costs and hydrology using a set of scenarios. In the short term uncertainties, the proposed model considers parameters such as solar and wind generation, and hourly load using an uncertainty set. A thorough representation of the systems operation is considered by the use of representative days.**

I. Introduction

The increasing concern for greenhouse gas (GHG) emissions throughout the globe has induced governments in different countries to implement several measures in order to reduce pollutants that have a negative impact on the atmosphere. Within this context, power systems are particularly important since they are one of the main sources for GHG. For instance, in the USA in 2014 power generation accounted for 30% of the emitted CO2, and it was the industry sector with most emision levels [1]. Given the previous statement, several countries have implemented renewable energy generation goals: The European Union committed to a 20% share in 2020 and 27% in 2030 [2], the state of California aims at 33% share in 2020 [3], and Chile has committed to a 20% share by 2025 and 70% share by 2050 [4].

In order to achieve goals proposed by governments and international entities, models which support a cost-efficient transition to sustainable power systems are required. This models should also account for normal operation in a highly detailed way, in order to ensure that load is effectively met and no great losses or unsatisfied load occurs. This poses several challenges, since renewable energy sources create novel operational difficulties in comparison with traditional thermal generation:

- Renewable generation depends on availability of the renewable resource, which can be variable and uncertain.
- Renewable generation units may present both spatial and temporal correlations in their resource availability, which may be very hard to capture in traditional stochastic models.
- The natural variation of the renewable resource can impose significant ramp requirements on the system.
- The peak hour in renewable generation may not match the load peak, which could result in greater reserve requirements for the system.

These types of energy also present challenges for transmission, such as:

- Places with a high potential for renewable energy development are usually far from distribution centers, which imposes greater need for transmission lines.
- In some cases power generation is concentrated in a few hours per day. Due to this, high capacity transmission lines must be built in order to capture this energy, and this lines may remain unused for a large fraction of the day.

Finally a persistent challenge in expansion planning models is maintaining computational tractability while including required detail of operations. This is a difficult task, since these problems tend to be large and complex.
Motivated by this issues, the challenges addressed by this work are the following:

- To develop an expansion planning model which is able to model both short and long term uncertainties, with and without spatial and temporal correlations.
- To include enough detail in the operations representation, in order to explicitly account for new system requirements imposed by deep penetration of renewable energy, while maintaining computational tractability.

II. Mathematical Models

A. Generation and Transmission Expansion Planning

The generation and transmission expansion planning problem (G&TEP) co optimizes investment decisions in both transmission and generation units for a given expansion horizon. This time horizon is divided in sub periods (typically years), which allows for a more accurate representation of investment and operational dynamics.

These problems can be treated separately (generation expansion planning (GEP) for generation with existing transmission lines, and transmission expansion planning (TEP) for transmission with existing generation units) but this results on a sub optimal plan from the system perspective [6].

The G&TEP problem can be formulated in a reduced form as follows:

$$\min_{x,y} \quad c^T x + b^T y \tag{1a}$$

$$\text{s.t.} \quad x \in X \tag{1b}$$

$$y \in Y(x), \tag{1c}$$

where x represents all the investments decisions in generation and transmission throughout the expansion horizon, and y represents operational decisions for each sub period in the expansion horizon. Therefore, in the objective function, $c^T x$ represents total investment cost and $b^T y$ represents total operational costs. Also, X represents the investment constraints (budgets for each period on generation and transmission, no line or generator unit may be installed twice, renewable goals, boundaries) and $Y(x)$ represents the operating constraints included in the model given some investment decision x, which are formulated for each sub period and they allow the model to estimate the operational cost of the expansion plan throughout the horizon.

B. Operations representation

As discussed previously, the high penetration of renewable sources of energy has an impact mainly on the systems operation conditions. It imposes both ramp and reserve requirements, and a non negligible amount of uncertainty. Given this, the planning model must be able to cope with a high level of detail in operations representation, in order to explicitly consider the new issues that arise from the inclusion of this sources.

Usually, system operation is considered through a dispatch model. In this representation, $Y(x)$ includes load balance, some representation on power flow, and boundaries on generation and transmission for each line and generator unit. In a graph interpretation, distribution points are modeled as buses with some power demand given by a load curve. Generators can send power to different buses through transmission lines, in order to satisfy power demand in all the system. Load shedding can be allowed including a penalty cost. Other aspects are described in the following sub sections.

1) Load blocks vs representative days: Prior expansion planning models used further simplifications of the systems operation by aggregating load into load blocks. This is a method in which the yearly load curve is rearranged in an ever descending curve, disregarding chronological relations between different levels of power demand. Then this curve is approximated by using a number of blocks, each with their own weight in the objective function relative to the number of hours in the year which belong in that block. Then, the dispatch problem is solved for each one of this blocks, without accounting for transitions between hours. This simplification may lead to problems when systems present deep renewable penetration [7], since it does not account for ramp capacities required to cope with variations in renewable generation.

A more detailed representation is the use of representative days. This consists grouping all the days of a year in a smaller number of days which represent the overall behavior of the load curve. Then, the dispatch problem is solved for sub periods of the day, maintaining chronological relations and considering ramping constraints. This representation usually incurs in computationally larger problems than with the use of load blocks, but it provides required level of detail for systems with deep renewable penetration.

2) Power flow: Finally, there are several ways of considering power flow. A commonly used model is direct current optimal power flow (DC-OPF), which neglects reactive power and some complex physical aspects of power flow, in order to maintain a linear model. The use of the real equations, known as the alternate current optimal power flow (AC-OPF), is extremely difficult, since the resulting model is non-linear and non-convex. For this reasons, the DC approximation seems more suitable for a long term planning problem.

Using this linear aproximation, $Y(x)$ can be described as follows:

$$Y(x) = \{y : Ay \geq f + Gx\} \tag{2a}$$

This is a key feature, since it allows the use of duality in the robust model described ahead.

This statement also holds when, in the dispatch problem, different realizations of uncertain parameters (namely ξ) are considered. This is:

$$Y(x, \xi) = \{y : Ay \geq f + Gx + H\xi\} \tag{3a}$$

There are other approximations using second order cone programming (SOCP) and semi definite programming (SDP) which are more accurate and can consider reactive power, however the problem becomes more complex and less tractable. Nevertheless, with the use of conic optimization, they can also provide a framework for the use of conic duality and robust optimization [9].

C. Uncertainty handling

Another important feature of the developed model is the handling of uncertain parameters. This is due to the uncertain

nature of renewable generation. It is important to mention that deep renewable penetration mainly impacts on short term uncertainties, and their representation constitutes the main challenge of this work and it has not been thoroughly studied in existent literature [5]. Long term uncertainties have been studied in previous models, and their treatment is not novel, however it should not be neglected.

1) Long term uncertaintes: Long term uncertainties affect parameters such as load, investment costs, fuels and hydrology, and are usually modeled using a stochastic scenario set [6][8]. This can be written using previous notation as follows:

$$\min_{x \in X, y \in Y(x)} \quad \sum_{w} \phi_w (c_w^T x + b_w^T y), \tag{4a}$$

where w represents the index for each scenario and ϕ_w is the probability of occurrence of scenario w. This model minimizes the expected cost over the whole scenario set.

2) Short term uncertainties: Short term uncertainties affect parameters such as hourly load variations, and renewable generation. In this work, solar and wind power are considered.

Given the long term scenario set, the proposed G&TEP model has a tree structure. On top of the prior, the use of representative days implies that at every node, the dispatch problem must be solved for each day considered. If a classic stochastic approach was taken, a new set of short term scenarios would need to be considered, and the problem would become computationally intractable. Instead, a robust approach is suggested, as presented in [10] for the AC-OPF problem. In this approach, an uncertainty set Ξ is defined, which consists on all the posible realizations for uncertain parameters ξ, and the problem for a single long term scenario can be formulated as follows:

$$\min_{x \in X} \quad (c^T x + \max_{\xi \in \Xi} \quad \min_{y \in Y(x,\xi)} \quad b^T y) \tag{5a}$$

In this formulation, the investment decisions x minimizes the total systems cost for the realization of short term uncertain parameters ξ which maximizes the operational costs $b^T y$. It is a "worst case scenario" situation, within a predefined space Ξ. In the definition of the uncertainty set, both spacial and temporal correlations may be included, allowing the realization of short term uncertain parameters ξ to be as accurate as possible.

In order to maintain computational tractability, duality structures can be used, reformulating the $\max \quad \min$ problem presented in (5a) as follows:

$$\max_{\xi \in \Xi} \ \min_{y} \ \{b^T y : Ay \geq f + Gx + H\xi\} \tag{6a}$$

$$= \max_{\xi \in \Xi} \ \max_{\pi} \ \{\pi^T (f + Gx + H\xi) : \pi^T A = b^T, \pi \geq 0\} \tag{7a}$$

$$= \max_{\xi, \pi} \ \{\pi^T (f + Gx + H\xi) : \xi \in \Xi, \pi^T A = b^T, \pi \geq 0\} \tag{8a}$$

Using this properties, a problem such as Robust DC-OPF reduces to a bilinear optimization problem [9], which embedded in the long term planning model with representative days should still remain tractable while considering correlations and short term uncertainties.

Finally, this single scenario robust planning model can easily be reformulated as a multi scenario robust planning model, in order to account for long term uncertainties, as presented in the following equation:

$$\min_{x \in X} \quad \sum_{w} \phi_w (c_w^T x + \max_{\xi \in \Xi_w} \quad \min_{y \in Y(x,\xi)} \quad b_w^T y) \tag{9a}$$

Here the uncertainty set can also change from one scenario to another, as denoted by the index w in Ξ_w.

III. Future Work

In order to test the presented model's performance, the following experiments are proposed:

- Using a case study, determine the expansion plan proposed by the following models: long term stochastic short term robust model, long term stochastic short term deterministic model, deterministic model. Highlight the main differences between the expansion plans.
- Test the expansion plans in a simulation, where random realizations of uncertain parameters are used as input to the daily operation of the system. Estimate total cost and compare levels and accuracy of cost estimation on the objective function.

The goal is to effectively measure the potential contribution of using a robust approach with representative days when dealing with short term uncertainties on systems with deep renewable penetration.

References

[1] Emissions of Greenhouse Gases in the United States 2014 [Online]. Disponible: https://www.epa.gov/ghgemissions/us-greenhouse-gas-inventory-report-1990-2014

[2] European Union Renewable Energy [Online]. Disponible: https://ec.europa.eu/energy/en/topics/renewable-energy

[3] California Renewable Portfolio Standard [Online]. Disponible: http://www.cpuc.ca.gov/

[4] Ministerio de Energa - Nueva poltica energtica para Chile [Online]. Disponible: http://www.energia.gob.cl/tema-de-interes/nueva-politica-energetica-para

[5] R. Hemmati, R. A. Hooshmand, and A. Khodabakhshian, Comprehensive review of generation and transmission expansion planning IET Gener. Transm. Distrib., vol. 7, no. 9, pp. 955964, Sep. 2013.

[6] A.J. Conejo. Generation Transmission Expansion Planning. Springer, 2016.

[7] B. S. Palmintier and M. D. Webster, Impact of operational flexibility on electricity generation planning with renewable and carbon targets IEEE Trans. Sustain. Energy, vol. 7, no. 2, pp. 672684, Apr. 2016.

[8] H. Park and R. Baldick, Stochastic generation capacity expansion planning reducing greenhouse gas emissions IEEE Trans. Power Syst., vol. 30, no. 2, pp. 10261034, Mar. 2015.

[9] A. Lorca, X. Sun, "The Adaptive Robust Multi-Period Alternating Current Optimal Power Flow Problem", IEEE Transactions on Power Systems, 2017 (forthcoming)

Optimal scenarios for the operation of hydrothermal power systems using a Filter-SQP algorithm

Gislaine Aparecida Periçaro
Universidade Estadual do Paraná
Email: gislaine.pericaro@unespar.edu.br

Elizabeth Wegner Karas
Universidade Federal do Paraná, Brasil
Email: ewkaras@gmail.com

Luiz Carlos Matioli
Universidade Federal do Paraná, Brasil
Email: lcmatioli@gmail.com

Débora Cintia Marcilio
Institutos Lactec, Paraná, Brasil
Email: debora@lactec.org.br

Ana Paula Oening
Institutos Lactec, Paraná, Brasil
Email: ana.oening@lactec.org.br

Clóvis Caesar Gonzaga
Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil
Email: ccgonzaga1@gmail.com

***Abstract*—A nonlinear model for the computation of optimal scenarios for the hydrothermal generation problem is described and solved by a Filter algorithm with Sequential Quadratic Programming iterations. The system is composed of hydro plants with realistic head computations and individual thermal plants distributed in interconnected subsystems.**

I. Introduction

Electrical energy in Brazil is generated by a fully interconnected system, composed predominantly of hydro plants (about 70% of total energy), complemented by thermal power plants. While hydroelectricity has a low production cost, the cost of thermal generation is high due to the fuel consumed.

Hydroelectric plants come in two types: run of the river plants, in which all the water that reaches the dam must be released immediately, and plants with reservoirs, for which a decision must be made on whether the water is used now or is stored for later use. In this work we study the medium term operation problem, with decisions taken at one month intervals for a period of T months, typically $T = 60$. The example discussed below has 111 hydro plants (54 reservoirs) and 32 thermal plants, with real data. The system topology is represented in Fig 1, where triangles represent reservoirs. The inflows at the reservoirs are known for a historical record of 80 years, and statistical methods are used to generate synthetic series of flows or to build Markov models.

The decision to be taken at each reservoir at a given stage is on how much water should be used for generating energy (possibly depleting the reservoir and incurring in higher future costs), and how much should be saved (possibly incurring in spillages in the future).

Hydrothermal operation planning consists in determining strategies for the use of water and thermal resources in order to meet a predicted demand in the time horizon. The main objective is to minimize the expected operation costs, associated with fuel used by thermal plants and with the occurrence of deficits (when demand is not met). This is a large scale stochastic non-linear problem, for which there are two main approaches: the first one simplifies the system by linearization and reduction in the number of variables and uses dynamic programming techniques with Markov models of

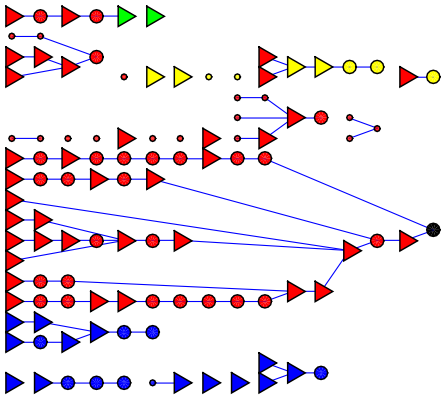


Fig. 1. Hydro plants of the test system.

inflows. This approach will not be discussed in this work. The approach to which this paper applies is based on solving the detailed non-linear problem for many given synthetic series of inflows (see [1]), and then using the resulting optimal scenarios to build operation strategies. This is the approach in [2] and in many references therein.

This gives rise to nonlinear programming problems, with hydro and thermal plants treated individually. The objective function is assumed to be twice differentiable (in our case convex quadratic), but the main source of non-linearity is in the demand constraints, due to the productivity function of the hydro plants. Given a synthetic series of flows, we solve the problem by means of a Filter-SQP (Sequential Quadratic Programming) algorithm [3], commented below.

II. Mathematical model

The problem consists in minimizing the total operation cost, with constraints related to the system's demand (1), hydro balance (2) and bounds for the decision variables (3)-(7).

The following notation is adopted:

- Indices: $i = 1 : R$: hydro plants; $j = 1 : J$: thermal plants; $t = 0 : T$ stages; $s = 1 : S$: subsystems.

- Index sets:
  M_s: subsystems directly connected to subsystem s;
  J_s: thermal plants of subsystem s;
  R_s: hydro plants of subsystem s;
  U_i: plants immediately upstream of plant i;
  λ_t: Discount coefficient for computing present values.
- Input data at time t (besides bounds for all variables)
  d_s^t: Energy demand in subsystem s ($MWmonth$);
  y_i^t: Natural inflow of hydro plant i (m^3/s);
- Decision variables during the period of stage t:
  gt_j^t: Generation of thermal plant j ($MWmonth$);
  v_i^t: Volume of hydro i at the end of the period (hm^3);
  sp_i^t: Spillage of hydro plant i (m^3/s);
  q_i^t: Discharge of hydro plant i (m^3/s);
  def_s^t: Deficit of subsystem s ($MWmonth$);
  $int_{(s,n)}^t$: Energy interchange from subsystem s to subsystem n ($MWmonth$).
  x: Decision vector, composed of all the above, $t = 1 : T$.

Now the optimal hydrothermal scenario problem:

$$\text{minimize } \sum_{t=1}^{T} \lambda_t \left[\sum_{j=1}^{J} ct_j(gt_j^t) + \sum_{s=1}^{S} cd_s(gt_s^t) \right]$$

subject to:

$$\sum_{j \in J_s} gt_j^t + \sum_{i \in R_s} \rho_i^t(x) + \sum_{n \in M_s} (int_{(n,s)}^t - int_{(s,n)}^t) = d_s^t - def_s^t \tag{1}$$

$$v_i^t - v_i^{t-1} - \sum_{l \in U_i} (q_l^t + sp_l^t) + q_i^t + sp_i^t = y_i^t - \sum_{l \in U_i} y_l^t \tag{2}$$

$$v_{min_i}^{\ t} \leq v_i^t \leq v_{max_i}^{\ t} \tag{3}$$

$$q_{min_i}^{\ t} \leq q_i^t \leq q_{max_i}^{\ t} \tag{4}$$

$$0 \leq sp_i^t \leq sp_{max_i}^{\ t} \tag{5}$$

$$0 \leq int_{(s,n)}^t \leq int_{max_{(s,n)}}^{\ t} \tag{6}$$

$$gt_{min_j}^{\ t} \leq gt_j^t \leq gt_{max_j}^{\ t}. \tag{7}$$

The functions ct_j and cd_s in the objective function represent the generation cost of thermal plant j and the deficit cost of subsystem s, respectively. The demand constraints (1) deserve special attention: there are $S \cdot T$ of them (300 in our example), with non-linearities stemming from fourth degree polynomials relating head (and thus hydro energy) to reservoir volumes and to discharges and spillages. A close examination of these functions shows that they have reasonable second order approximations and very sparse Hessians. Hence second order Lagrangian approximations can be explicitly calculated and are then used in our Filter-SQP algorithm. In previous approaches these constraints were incorporated into the objective function with some simplifications.

III. SQP-Filter algorithm

The nonlinear programming problem presented in the previous section can be rewritten as

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & f(x) \\ \text{subject to} & c(x) = 0 \\ & Ax = b \\ & x \in \Omega, \end{array} \tag{8}$$

with $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $c : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, $A \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $b \in \mathbb{R}^p$, $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n \mid l \leq x \leq u\}$ and $l,\ u \in \mathbb{R}^n$, where $m = S \cdot T$, $p = R \cdot T$, $n = J \cdot T + 3 \cdot p + I \cdot T + m$ and I is the number of connections among the subsystems.

A filter algorithm deals with two criteria: the objective function f and a measure of infeasibility $h : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}_+$ defined by

$$h(x) = \left\| \begin{bmatrix} c(x) \\ Ax - b \end{bmatrix} \right\|_\infty. \tag{9}$$

Note that we did not include violations of the bound constraints $x \in \Omega$, because these constraints will be always enforced in our problem, as explained in the last section.

Each iteration of the filter algorithm will try to improve these criteria while observing the following Pareto domination rule: for $r > k$ the iterate x^r must be better than x^k for at least one of the criteria. For details about the Filter-SQP algorithm see [3]. The Filter-SQP algorithm uses SQP iterations, adjusting the steps to obey the filter rule.

Each iteration starts with a point x^k and an estimation of Lagrange multipliers, and computes a second order approximation of the Lagrangian function

$$m_k(x^k + d) = f(x^k) + \nabla f(x^k)^T d + \frac{1}{2} d^T H_k d, \tag{10}$$

where H_k is the Hessian of the Lagrangian.

The constraints are linearized around x^k, and a relaxed linearization of the feasible set is defined by

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\alpha(x^k) = \big\{ & x^k + d \in \mathbb{R}^n \mid c(x^k) + J_c(x^k)d = \alpha c(x^k), \\ & A(x^k + d) - b = \alpha(Ax^k - b) \big\}, \end{aligned} \tag{11}$$

where $\alpha \in [0, 1]$ and J_c is the Jacobian of c.

The model m_k is minimized in the intersection of a trust region and the set (11) for some $\alpha \in [0, 1]$. For details on SQP algorithms and trust region methods, see [4].

The step is computed by solving the quadratic subproblem

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & m_k(x^k + d) \\ \text{subject to} & x^k + d \in \mathcal{L}_\alpha(x^k) \\ & x^k + d \in \Omega \\ & \|d\| \leq \Delta, \end{array} \tag{12}$$

where $\Delta > 0$ is the trust-region radius. The values of Δ and α must be chosen so that this problem has a solution $\bar{d}$ such that $x^k + \bar{d}$ is accepted by the filter criterion and satisfies a sufficient decrease condition used by trust region methods. Then a new iterate $x^k + \bar{d}$ replaces x^k, and a new Lagrange multiplier estimate is obtained from the solution of (12).

The core of the algorithm is in the trust region iteration, which uses an interior point quadratic programming algorithm.

IV. Test system and numerical results

To test the performance of the SQP-Filter algorithm, we consider a part of the Brazilian hydrothermal system composed by 111 hydro plants and 32 thermal plants distributed in 5 subsystems, represented in Fig. 1. We use different colors to distinguish the subsystems. The thermal are unevenly distributed among the subsystems.

We begin by a pre-processing to detect run-of-the-river plants with no reservoir upstream, which we call isolated plants (smaller circles in Fig. 1). The turbine water discharges and spillages of the isolated plants can be computed independently, their hydroelectric generation may be deduced from the demands, and hence these plants may be eliminated from de model. Their water inflows are transferred to the downstream plants. Note that in our system each plant admits only one downstream plant in the cascade. We also run a linear programming problem to check whether the problem is feasible: due to the presence of deficit variables, the only source of infeasibilities is in the constraint (4). This constraint may happen to be impossible to satisfy in the case of severe droughts, and the lower bounds are then changed.

For this system we have $R = 111$, $J = 32$, $T = 60$, $S = 5$ and $I = 6$. Given a synthetic hydrological series, after eliminating 19 run-of-river plants as discussed above, we obtain a large scale nonlinear programming problem (8) with $n = 19140$ decision variables, $m = 300$ nonlinear equality constraints and $p = 5520$ linear equality constraints. For each hydro plant, we have 200 synthetic series of inflows generated by the method proposed in [1]. So, we generate 200 scenarios for the hydrothermal operation planning problem, which can be subsequently used by the decision maker.

The Filter-SQP method was implemented in Matlab R2014b and run in standard notebooks manufactured in 2015. The numerical results indicate a good performance of the algorithm, since it successfully solved all the 200 problems. For 75% of them, the required CPU time was smaller than 5 minutes. The maximum time observed was 11 minutes.

To illustrate the results obtained for problem, we choose one plant with reservoir (Tucuruí, in North Brazil), with a synthetic hydrological series. In Fig. 2 we show the volume, which stays between its minimum and maximum allowed values.

Fig. 3 shows the total water inflow, including the water released by the upstream plants, the discharge (between is minimum and maximum values) and the spillage.

V. Conclusion

In this work we have presented a mathematical model for the hydrothermal operation planning problem and we have proposed a method for generating optimal medium term scenarios for actual or synthetic water flow series. An optimal policy associated with each series is obtained by solving problem (8) by a Filter-SQP algorithm. The numerical results have shown that this algorithm can be successfully applied to the large scale problem modeled for the test system considered here.

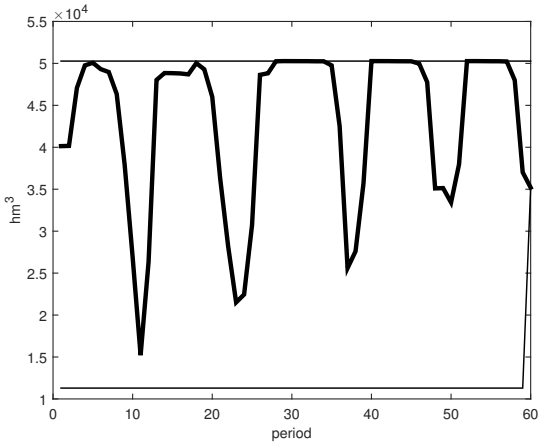


Fig. 2. Reservoir volume.

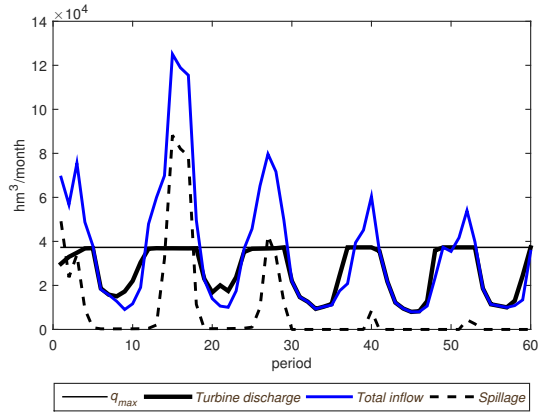


Fig. 3. Hydro inflow, discharge and spillage.

Acknowledgment

This work has been developed by the Lynx Energy Research Group within the R&D project PD-6491-0307/2013 proposed by Copel Geração e Transmissão S.A., under the auspices of the R&D Programme of Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL).

References

[1] D. H. Detzel, M. R. Bessa, M. R. M. Mine, and M. Bloot, "Cenários sintéticos de vazões para grandes sistemas hídricos através de modelos contemporâneos e amostragem," *Revista Brasileira de Recursos Hdricos*, vol. 19, no. 1, pp. 17–28, 2014.

[2] L. S. A. Martins, A. T. Azevedo, and S. Soares, "Nonlinear medium-term hydro-thermal scheduling with transmission constraints," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 4, pp. 1623–1633, 2014.

[3] G. A. Periçaro, A. A. Ribeiro, and E. W. Karas, "Global convergence of a general filter algorithm based on an efficiency condition of the step," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 219, pp. 9581–9597, 2013.

[4] J. Nocedal and S. J. Wright, *Numerical Optimization*. Springer Series in Operations Research, 2006.

Site selection for green energy generation:

An analisys of the criteria for solar plant implementation in the North of Rio de Janeiro State

Tamiris de Sousa Rangel[1], Vitor Bastos Ribeiro[2], Henrique Rego Monteiro da Hora[3]
Instituto Federal Fluminense
Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro
tamiris.dsrangel@gmail.com[1], vbastosr@gmail.com[2], dahora@gmail.com[3]

***Abstract*— With the current demand on green energy, solar energy appears as a clean and abundant source for electric energy generation. However, the necessity of a high investment in technology and equipment demands an appropriate location to enhance the efficiency of the solar plant. The best fit claims a complex decision, because of the influence of several criteria on the decision making. Each potential location has its own particularity and this work makes a multicriteria analysis using Analytic Hierarchy Process (AHP) to define which factors influence on a Solar Plant implementation in the North of Rio de de Janeiro State.**

Keywords— Solar Energy, Multicriteria, AHP.

I. INTRODUCTION

The world energy matrix has changed drastically in the last decades: new sources of energy have been introduced in the energy sector mainly due to economic and environmental issues. Although the use of coal for production of electricity is still predominant, renewable energy sources have gained prominence in the world matrix. A study conducted by the US Energy Information Administration (EIA) [1] presents projections on world energy production between 2012 and 2040. The study points out that renewable energy sources have the highest growth rates when compared to non-renewable sources and highlights Solar and wind energy as the main responsible for this growth.

The study carried out by the EIA [1] evidences a worldwide trend with regard to sustainable energy production and the growth of solar energy in the world. Brazil has an enormous potential to follow this trend, considering its strategic geographical location: the country is located mostly in the intertropical region; therefore it has great potential for the use of solar energy throughout the year [2].

The Brazilian energy matrix is predominantly renewable - it is mostly composed of clean energy sources (74.6%). Water resources are the most exploited source for electricity generation representing around 87.5% of the Brazilian renewable energy matrix [3]. Non-renewable energy sources represent 25.4% of the Brazilian electricity grid and contribute with the large amount of energy demanded in the country. The exploitation of the Brazilian solar potential with the introduction of solar energy in the matrix may reduce the dependence on Water resources and non-renewable energy, having as a result a more balanced matrix.

According to the National Institute of Space Research (INPE), Brazil has a maximum global irradiance value of 6.5kWh / m² in the north of the state of Bahia, near the border with the state of Piauí. The lowest global solar irradiation is around 4.25kWh / m² and occurs on the northern coast of Santa Catarina. The State of Rio de Janeiro presents an annual average of 5.7kWh/ m² of global irradiation - the the northern region of Rio de Janeiro state has the highest indexes, which means, in terms of solar radiation, the North of Rio de Janeiro has a great potential for a solar investment [2]. However, solar radiation is not the only factor that should be analyzed when defining the ideal location for a solar plant implementation. Based on that, this work proposes an analysis of the criteria for solar plant implementation in the North of Rio de Janeiro State.

Due to the complexity involved in the criteria evaluation process, this work presents the use of a Multicriteria tool for decision support – The Analytic Hierarchy Process (AHP) developed by Saaty [4]. This method is considered a simple multicriteria tool and it has been frequently used in projects for selection of areas for installation of photovoltaic power plants around the world. However, different from similar works, this paper will not present the use of AHP for selection of areas for solar plant implementation. In fact, this method will be used to guide analysis of the factors that may influence on the site selection process implementation in the North of Rio de Janeiro State. As a result, a better understanding about the factors that may be considered in projects of this nature in the region of the study may be achieved.

II. METODOLOGY

The methodology used in this work is composed by three stages. The first stage was defined as criteria survey and it was based on searches focused on previous works involving multicriteria analysis and site selection for implantation of a Photovoltaic Plant. The research was developed at SCOPUS database.

The second stage consisted of choosing the most relevant criteria for the region of study: the criteria previously searched were presented to a specialist from the Renewable Energy area in order to define the most relevant criteria for the selection of a location for photovoltaic plant implementation in the North of Rio de Janeiro State. In the third stage, the specialist evaluated the chosen criteria using AHP method. As a result,

the relevance of each factor was determined. The Figure 1 shows the three stages of the methodology.

Figure 1 – Stages of the methodology

A. *Criteria survey*

For the criteria survey, previous works were analyzed in order to find the most commonly used criteria and subcriteria. The idea behind the survey is to make the process of criteria selection more accurate.

As a result, three main criteria were selected and used as reference to define the ideal areas for installation of a Photovoltaic Plant: climate, terrain and location features. Additionally, each of these criteria evolves subcriteria, as shown in Table 1.

Table 1 – Result of the criteria survey

Criteria																
Climate						**Terrain**				**Location**						
Solar radiation	Sun hours	Temperature	Temperature Variability	Wind Speed	Humidity	Relief	Environmental Protection areas	Slope	Price of the land	Industrial Energy Demand	Residential Energy Demand	Social Impacts	Logistics	Skilled labor	Tax incentives	Infrastructure for energy transmission

B. *Criteria selection*

Based on subjective analysis, the specialist selected the most relevant factors from Table 2. For that, the specialist took into account the peculiarities of the study region and its expertise in solar plant projects. The criteria chosen can be seen in Table 2, it also presents the statements considered by the specialist to support his decision-making.

Table 2 – Summary of the statements considered by the expert

	Criteria	**Statements**
Climate	Solar Incidence	The higher the solar incidence, the higher the performance of the energy system.
	Temperature	The lower the temperature, the higher the performance of solar panels
	Wind Speed	The lower the wind speed, the lower the impact on the structure of the solar panels
	Humidity	The lower the humidity, the greater the efficiency of the panels
Terrain	Relief	The allocation of solar power plants should occur in landfills
	Environmental Protection areas	The further away from environmental protection areas, the lower the impacts on the environment
Location	Residential Power Demand	The greater the number of inhabitants, the greater the population energy consumption
	Industrial Power Demand	The higher the GDP, the greater the energy consumption demanded by the region's businesses, such as industries

Once the criteria and subcriteria were defined, the next step consisted of evaluating each criterion in order to define its level of influence concerning the problem. For that, the AHP method has been applied.

C. *Criteria evaluation*

This work uses the AHP method to evaluate the best criteria for the selection of area for allocation of a solar plant in the North of Rio de Janeiro state. A list containing the most commonly used criteria based on similar works was presented to a specialist who chose and evaluated the criteria according to subjective analysis. The Figure 2 presents the criteria and subcriteria chosen and evaluated by the specialist organized hierarchically.

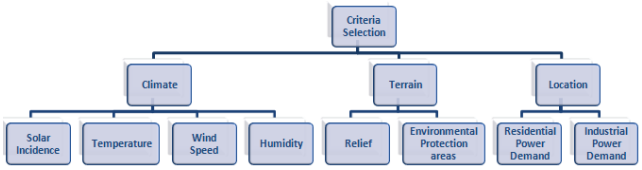


Figure 2 – Criteria and subcriteria hierarchically organized

The result of the expert's evaluation can guide the selection of the ideal site for solar plant implementation in the study region. However, the possible locations for the installation of the plant (alternatives) were not considered in the method. In fact, the focus of this work is not the selection of the site itself; instead it aims to identify the level of influence of the chosen criteria and their relevance in the problem of selecting an area for solar Plant implementation in North of Rio de Janeiro State.

The next section will present the application of the AHP method for criteria evaluation in details.

III. USE OF AHP METHOD FOR CRITERIA EVALUATION

The AHP method was applied to define the weights of the criteria for the selection of an appropriate site for a solar Plant enterprise in the study region. For that, the specialist compared the criteria and subcriteria according to AHP proceedings. The results of the evaluation are shown in the next topics.

A. *Main criteria evaluation*

According to the expert's opinion the most important factor is Climate (56%). Location was considered the second most important factor (35%). On the other hand, the criterionTerrain received less emphasis in the evaluation (9%). The result of the criteria evaluation can be seen in Table 3.

Table 3 – Result of the criteria evaluation

	CLIMATE	**TERRAIN**	**LOCATION**	**% (Weight)**
CLIMATE	0,59	0,45	0,63	**56%**
TERRAIN	0,12	0,09	0,05	**9%**
LOCATION	0,29	0,45	0,32	**35%**

After the evaluation of the specialist, it was necessary to evaluate the consistency of the evaluation. For that, a mathematic tool developed by Saaty was used [4]. As a result, the calculated consistency ratio was lower than 10%, which means the evaluation is consistent and acceptable according to AHP principles. The Table 4 shows the consistency ratio of the evaluation.

Table 4 – Consistency of the Evaluation

Eigenvector of matrix A (λ_{max})	3,09
Consistency index	0,04
Consistency ratio	0,07

B. Subcriteria evaluation

The subcriteria related to the climate criterion evaluated by the expert were: Temperature, solar incidence, wind speed and humidity. The weights given to each of these subcriteria can be seen in Table 5.

Table 5 – Result of the subcriteria evaluation (climate)

Climate	**T**	**SI**	**WS**	**HU**	**Weight(%)**
T	0,10	0,06	0,17	0,13	**11**
SI	0,48	0,30	0,39	0,26	**36**
WS	0,03	0,04	0,06	0,08	**5**
HU	0,39	0,60	0,39	0,53	**48**

T- Temperature, SI - Solar Incidence, WS-Wind Speed, HU- Humidity.

The analysis of the subcriteria terrain and location does not require calculation of consistency ratio since the comparison matrix of each of these subcriteria has order 2.

The Tables 6 and 7 present the result of the evaluation of the subcriteria related to terrain and location factors.

Table 6- Result of the subcriteria evaluation (terrain)

Terrain	**R**	**EA**	**Weight(%)**
R	0,75	0,75	**75**
EA	0,25	0,25	**25**

R – Relief, EA- Environmental Protection Areas

Table 7 - Result of the subcriteria evaluation (location)

Location	**ID**	**RD**	**Weight(%)**
ID	0,8	0,8	**80**
RD	0,20	0,20	**20**

ID- Industrial Power Demand, RD- Residential Power Demand

Finally, the Table 8 presents the influence of the subcritera on the problem concerning the site selection for a solar plant implementation in the North of Rio de Janeiro State.

Table 8 - Subcriteria influence on the problem

Subcriteria	**% (Weight)**
Temperature	6,16%
Solar Incidence	20.16%
Wind Speed	2,8%
Humidity	26.88%
Relief	6,75%
Environmental Protection Areas	2,25%
Industrial Power Demand	28%
Residential Power Demand	7%

IV. CONCLUSION

According to the expert's analysis, although the criterion climate has the highest percentage among the criteria (56%), the criterion that has the highest weight overall is industrial energy demand (28%). Another important point to mention is that the factors industrial energy demand (28%), solar incidence (20%) and relative air humidity (26%) would be enough to determine the location of a Photovoltaic Plant in the North of Rio de Janeiro State region, since these three subcriteria together correspond to 75% of the decision weight for the region of study.

The continuity of this work will require a precise survey of the climatic data containing clear information regarding, mainly, the humidity and solar incidence of the region, considering the level of importance given to these criteria. In addition, energy demand information should also be investigated, since the expert's evaluation has shown strong interest in the end consumer. In this case, regions with industrial poles and high population density can be considered as potential candidates for a solar project investment. The verification of the right location can be performed by adding the alternatives in the presented model. For future works, the nine cities that compose the North of Rio de Janeiro State region may configure the alternatives of the proposed model in order to define the best city for a solar Plant implementation.

REFERENCES

[1] U.S. Energy Information Administration, “International Energy Outlook 2016 With Projections to 2040 ”, EIA, 2016.

[2] E. B. Pereira , F. R. Martins, S.L. Abreu, R. Ruther, “Brazilian Atlas of Solar Energy”, São José dos Campos : INPE, 2006.

[3] Empresa de Pesquisa Energética, “Balanço Energético Nacional 2015: Ano base 2014”, Rio de Janeiro: EPE, 2015

[4] T.L. Saaty, “Decision making with the analytic hierarchy process”, Int. J. Services Sciences, Vol. 1, No. 1, 2008, pp. 83.

Session TC3
OR Models and Applications in Retail

- *Market Basket Analysis Insights To Support Category Management*; Aburto, Luis; Musalem, Andrés.
- *Diseño de jornadas laborales diarias y semanales de forma conjunta para los reponedores de góndolas de un proveedor de la industria del Retail*; Miranda, Jaime; Palacios, Fernanda.
- *Optimización de la distribución de mercadería de una cadena de venta minorista a nivel nacional*; Flores, Julio Rolando; Cunico, Maria Laura; Vecchietti, Aldo.
- *Using Real-Time Operational Data to Increase Labor Productivity in Retail*; Jofré, Pablo; Olivares, Marcelo; Musalem, Andrés.

Market Basket Analysis Insights To Support Category Management

Luis Aburto
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile
Santiago, Chile
laburto@dii.uchile.cl

Andrés Musalem
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile
Santiago, Chile
amusalem@dii.uchile.cl

***Abstract*— Category management is a popular approach for making decisions for large numbers of products in retailing. This approach simplifies the decision process by grouping thousands of products into strategic business units, each of them managed with substantial independence from the rest. This approach, however, ignores the interrelationships among these different business units. This work uses scanner data to uncover these interdependencies. The number of possible relationships among product categories can be very large. As a consequence we introduce an approach that generates a simple and intuitive graphical representation of these interrelationships.**

For the retail store under study, this analysis reveals four groups of products categories that are often jointly purchased. Furthermore, the study of each of these groups allowed us to conceive the retail store as a set of four quasi-independent businesses. These conclusions reinforce the strategic need for proactive coordination of marketing activities across interrelated product categories.

Keywords—retail management; category management; customer segmentation; marketing analytics; market basket analysis; multidimensional scaling.

I. INTRODUCTION

Retailers face the problem of managing thousands of products, making marketing decisions concerning price, promotions, assortment, space and location for each stock keeping unit (SKU). The decisions for each SKU not only affect its own sales but also the sales of many other products. In practice, it is too complex to consider all possible interactions in this marketing decision process. The category management approach is an attempt to tackle this challenge through the decomposition of this management problem into a set of sub-problems. Each of these is then considered as being practically independent from the rest. This is achieved by grouping highly interrelated products into categories in such a way that products contained in one category are almost independent from products of other categories. This property enables retailers to manage their categories as strategic business units (SBU) with significant autonomy [7]. In some cases, the management of each SBU is supported by partnerships between retailers and a specific manufacturer, which assumes the role of category captain [6].

The category management approach typically takes into account only a subset (cross-price effects) of the full range of interrelations and, therefore, it could be enhanced by detecting and considering other interrelations that exist among different product categories, such as coincidence effects as argued by [8]. The identification of cross-category interrelations can be a powerful piece of information in the process of understanding and managing the retailer's business. Specifically, it will become evident that a retail store can be envisioned as the sum of several quasi-independent businesses, each of them including a different set of product categories, and this definition of individual business should guide any category management initiative. Therefore, this understanding of the retailer business will provide a basis for the coordination of marketing decisions across different categories within the same store [5].

In this paper, we will present an approach to detect these cross-category interrelations. In addition, we will show how starting from these cross-category interrelations it is possible to produce a partition of the retailer's business and a segmentation of the set of shopping trips. In this respect, the following properties should be desirable for an approach serving this purpose: i) wide range, i.e., suitable for analyzing several product categories simultaneously; ii) low complexity and fast replication, i.e., being able to execute the analysis using standard statistical software in a short amount of time; and, iii) data availability, i.e., the necessary data should be easily obtained from the retailer's data sources and iv) intuitive graphical display of the key managerial insights.

Most of the previous approaches reported in the marketing literature share some, but typically not all of these properties. In particular, most of them show applications for no more than five product categories (e.g., [1], [3], [4], [8], [9], [10] and [11]); while others require the estimation of a considerable number of choice models (e.g. [2]). We will show that a graphical display of which categories are more closely interrelated provides additional insights for supporting marketing decisions such as cross-category promotion, store layout and role definition. The proposed approach has advantages in terms of most (albeit not all) of these dimensions. In particular, the ability to consider a large number of categories and its simplicity are important advantages for this approach to benefit practitioners and analysts.

II. METHODOLOGY

A. *Selecting a Template (Heading 2)*

In order to begin our study of interrelationships among product categories, we will proceed by quantifying the occurrence of purchases simultaneously including products from different categories. To analyze their frequency, consider the following definitions:

A = Set of purchases that include products from category A.

B = Set of purchases that include products from category B.

A∪B = Set of purchases that include either products from category A, products from category B or products from both categories.

A∩B = Set of purchases that simultaneously include products from category A and products from category B.

Therefore, we can estimate the conditional probability that a purchase will include products from both categories A and B given that the purchase includes products from category A or category B or products from both categories. This metric known as the Jaccard similarity measure [12], can be determined as follows:

$$p(A \wedge B | A \vee B) = (|A \cap B|)/(|A \cup B|) \quad (1)$$

A useful technique to generate an intuitive graphical representation is multidimensional scaling (MDS; see [13]). This technique uses as an input the dissimilarity or similarity between different pairs of objects (i.e., product categories in our approach) and then yields a (multidimensional) map where more similar objects appear closer to each other. In our case, we will use the Jaccard metric of joint purchase as a similarity measure. Accordingly, pairs of products more frequently jointly purchased will be located closer to each other on this map.

To implement this approach using standard statistical packages, it may be convenient to rely on a dissimilarity instead of a similarity measure. This can be easily obtained by estimating the complement of the Jaccard conditional probability of joint purchase:

$$d(A, B) = p(A \vee B | A \vee B) = 1 - |A \cap B|/|A \cup B| \quad (2)$$

Where d(A, B) denotes the dissimilarity (or distance) between product categories A and B. The map of product categories will facilitate the discovery of subsets of products that have a high joint purchase probability, since they will be located close to each other on this map. These subsets can be more formally identified using cluster analysis techniques. Categories belonging to each of these clusters will exhibit higher probabilities of being included simultaneously in purchases of products from categories belonging to the same cluster.

Finally, when segmenting customers or their shopping baskets, it is typically important to not only identify such segments, but also characterize them. This can be done by relying on additional information which can be easily obtained from the transactional data. To facilitate the characterization of the shopping basket segments in terms of these variables, we will graphically represent these variables directly into the map. This can be easily accomplished by estimating a linear model for each category descriptor as a function of each category's coordinates on the map. More specifically, in each of these linear models the dependent variable corresponds to one of the descriptive variables, while the independent variables correspond to the each of the dimensions of the product category map [13]:

$$y_{lj} = c_l + \sum_{k=1}^{K} D_{lk} x_{kj} + \varepsilon_{lj} \quad (3)$$

where ylj is the value of descriptive variable l for category j; cl is the constant of the model; xkj is the position of category j on dimension k of the product category map; Dlk is the coefficient that relates the position of each category on dimension k to the value of the descriptive variable l; and εlj is the error term in the linear model. The coefficients Dlk will be the ones used to project each of the descriptive variables on the MDS map.

III. EMPIRICAL APPLICATION

The data comes from a mid-sized supermarket in Latin America. Its assortment approximately consists of 7,000 different products. The average basket includes products from 3.6 different categories. The data were organized defining groups of products determining which products belong to each of the 33 product categories analyzed in this research (e.g., cereals, rice, etc.).

Using this transactional data an MDS map is created and displayed in Figure 1. Four clusters of category products are identified: Hygiene products, immediate consumption products, social gathering products and non-perishable products.

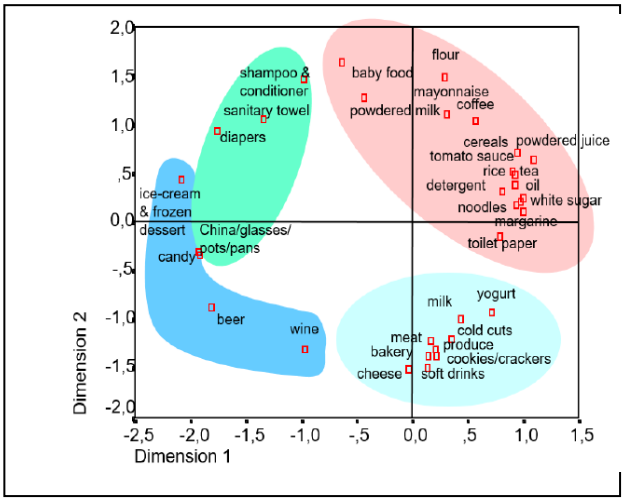


Fig. 1. MDS map and clusters of product categories

We now characterize categories using linear models where the dependent variable corresponds to descriptive variables for each product category (total sales, average transaction size, average number of categories, among others). Using the linear regression coefficients Dlk (see equation 3) it is possible to plot each of the category characteristics on the MDS map. These

projections which are shown on Figure 2 are useful to characterize each basket and identify differences among them.

This figure shows that categories from the non-perishable and immediate consumption baskets are those that account for the highest total expenditure and number of transactions. Furthermore, the non-perishable basket also exhibits a high average number of different categories in their transactions and a high average transaction size. This fact suggests that buyers of products from that basket are extremely important for the supermarket.

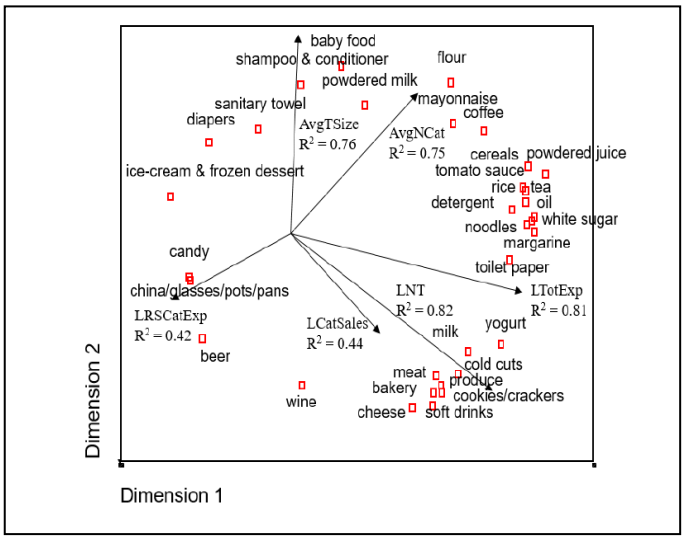


Fig. 2. MDS with descriptive variables as projections

Relying on the four baskets previously identified, we now segment transactions based on the content of the corresponding shopping basket. Given this segmentation of shopping occasions it is possible to describe each segment in terms of i) the fraction of purchase occasions that fall into each of the segments; ii) the average dollar value; and iii) the content of each transaction (see Table 1).

TABLE I. DESCRIPTIVE SEGMENTS OF SHOPPING TRIPS

	Shopping Trip Segment				
	Immediate Consumption (IC)	Non Perishable (NP)	Hygiene (H)	Social Gathering (SG)	Mixed Segment (M)
Number of tickets	33,104	18,292	1,904	3,849	9,829
% from the total number of tickets	41.9%	23.2%	2.4%	4.9%	12.5%
Average ticket size (TS) ($)*	4.32	11.21	5.07	3.01	6.80
Total expenditure of the segment ($)*	142,980.86	204,988.78	9,644.96	11,580.68	66,864.93
Average number of different categories	2.51	5.10	1.09	1.11	3.36
Basket composition					
% Immediate consumption products	90.9%	14.4%	0.1%	0.9%	44.7%
% Non perishable products	6.9%	83.2%	0.1%	0.2%	36.8%
% Hygiene products	0.5%	1.1%	99.4%	0.0%	4.0%
% Social gathering products	1.7%	1.1%	0.1%	98.8%	12.6%
1st category most frequently purchased	bakery(54.3%)	toilet paper(44.40%)	china/glasses...(35.08%)	beer(25.21%)	bakery(35.09%)
2nd category most frequently purchased	soft drinks(29.9%)	sugar(41.23%)	diapers(31.32%)	candy(16.17%)	soft drinks(22.75%)

* The figures were systematically modified (confidentiality)

IV. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

This paper presents a simple, fast and wide-range approach to study the shopping behavior of customers, detect cross-category interrelations and segment the retailer's business and customers based on information about their shopping baskets. Our study allowed us to conceive the retail store under study as a set of four quasi-independent businesses.

These conclusions then reinforced the need of a strategic coordination of marketing activities concerning interrelated categories within each business. One of the key implications of our analysis is that retailers must transition from the traditional category management approach where retailers manage product categories in isolation into a business management approach where retailers identify, acknowledge and leverage interrelations among product categories. Finally, in terms of future research, the proposed approach could be enhanced using additional information such as consumers' perceptions, relevance for different consumption or shopping occasions and management differences across product categories.

ACKNOWLEDGMENT

Andrés Musalem and Luis Aburto acknowledges partial financial support from the Complex Engineering Systems Institute (ICM: P-05-004-F, CONICYT: FBO16), Fondecyt (Grant1161333) and CONICYT for 2015 National Doctorate Program.

REFERENCES

[1] R. L. Andrews, I. S. Currim: "Identifying segments with identical choice behaviors across product categories: An intercategory logit mixture model", International Journal of Research in Marketing, pp. 65—79, 2002.

[2] David R Bell, James M Lattin: "Shopping behavior and consumer preference for store price format: Why large basket shoppers prefer EDLP", Marketing Science, pp. 66—88, 1998.

[3] T. Erdem: "An empirical analysis of umbrella branding", Journal of Marketing Research, pp. 339—351, 1998.

[4] Carrie M Heilman, Douglas Bowman: "Segmenting consumers using multiple-category purchase data", International Journal of Research in Marketing, pp. 225—252, 2002.

[5] Harald Hruschka, Martin Lukanowicz, Christian Buchta: "Cross-category sales promotion effects", Journal of Retailing and Consumer Services, pp. 99—105, 1999.

[6] Stefanos Mouzas: "Efficiency versus effectiveness in business networks", Journal of Business Research, pp. 1124—1132, 2006.

[7] Nielsen: Category Management: Positioning Your Organization to Win. NTC Business Books, 1992.

[8] Puneet Manchanda, Asim Ansari, Sunil Gupta: "The "Shopping Basket": A Model for Multicategory Purchase Incidence Decisions", Marketing Science, pp. 95-114, 1999.

[9] Gary J Russell, Wagner A Kamakura: "Modeling multiple category brand preference with household basket data", Journal of Retailing, pp. 439—461, 1998.

[10] Gary J Russell, Ann Petersen: "Analysis of cross category dependence in market basket selection", Journal of Retailing, pp. 367—392, 2000.

[11] PB Seetharaman, Andrew Ainslie, Pradeep K Chintagunta: "Investigating household state dependence effects across categories", Journal of Marketing Research, pp. 488—500, 1999.

[12] Pang-Ning Tan, Vipin Kumar, Jaideep Srivastava: "Selecting the right interestingness measure for association patterns", Proceedings of the eighth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining, pp. 32—41, 2002.

[13] Glen L Urban, John R Hauser, Glen L Urban: Design and marketing of new products. Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1993

Diseño de jornadas laborales diarias y semanales de forma conjunta para los reponedores de góndolas de un proveedor de la industria del Retail

Jaime Miranda
Departamento de Control de Gestión y Sistemas de Información
Facultad de Economía y Negocios, Universidad de Chile
Diagonal Paraguay 257, Santiago,Chile
Email: jmirandap@fen.uchile.cl

Fernanda Palacios
SC Johnson
Av. Américo Vespucio Sur 942, Santiago, Chile
Email: fpalacio@scj.com

***Abstract*—De forma periódica, las compañías proveedoras de la industria del Retail deben realizar la programación de las visitas para la reposición de sus productos en sus puntos de venta. Esta programación de actividades incluye tanto, el diseño de las jornadas laborales semanales de los reponedores, así como, el secuenciamiento de visita de los puntos que cada reponedor debe realizar diariamente. Tanto, el diseño de las jornadas laborales como el secuenciamiento de visitas deben considerar una serie de requerimientos operativos y propios del negocio, así como se debe adaptar a la demanda de los consumidores finales, transformando estos dos problemas en tareas complejas a realizar manualmente. Es claro, que ser eficiente en la reposición de sus productos es una tarea fundamental para evitar los quiebres de stock en los puntos de venta, mejorando la disponibilidad de los productos y, por ende, las ventas de estas compañías. En este trabajo se presenta un enfoque de solución que permite resolver el problema asociado a la gestión del personal de reposición de productos para una compañía proveedora de la industria del Retail basado en modelos de programación lineal entera mixta. Este enfoque fue utilizado para diseñar las jornadas laborales diarias y semanales para la compañía SC Johnson. Los resultados obtenidos muestran que las soluciones entregadas por nuestro enfoque permiten cubrir un mayor número de puntos de ventas, aumentando su cobertura desde un 68% a más de un 88% de los puntos de venta, utilizando la misma dotación de personal respecto del enfoque manual.**

I. Introducción

Hoy en día muchas compañías que utilizan las diferentes cadenas de supermercado como puntos de venta para sus productos poder llegar a sus clientes finales. Un aspecto fundamental para hacer rentable un punto de venta es que siempre los clientes encuentren disponibles en las góndola los productos que andan buscando, tanto en tamaño como en forma. Cuando un punto de venta tiene problemas de gestión de suministro se provocan los quiebres de stock, generando que un consumidor no encuentre un producto en su lugar habitual, variedad y forma deseada. En consecuencia, un buen indicador de efectividad que mide la gestión de un punto de ventas es el porcentaje de quiebres de stock o Faltantes de Mercadería en Góndolas (FMG) que posee en el tiempo. Existen muchas razones por las cuales existen FMG en un punto de venta siendo posible mencionar por ejemplo: 1) problemas de gestión del inventario del producto, 2) que los supermercados no realicen a tiempo sus pedidos de mercadería a sus proveedores, 3) malos pronósticos de demanda, 4) problemas de gestión de envío desde los centros de distribución o 5) problemas asociados a la reposición y entrega de los mismo proveedores, entre otros. Es claro que cuando un consumidor no compra un producto debido a que no se encuentra disponible en un punto de venta existe una pérdida para la compañía, pues su nivel de satisfacción es necesariamente menor. Esta baja en la satisfacción puede ocasionar diferentes comportamientos en los consumidores como cambios de marca y formatos, cambios de supermercado, postergaciones de la compra o simplemente no comprarán el producto. Por tanto, cualquiera sea la reacción de un consumidor existirán pérdidas económicas y de imagen, tanto para el supermercado, como para las compañías que tiene sus productos en las góndolas. Según algunos estudios [] [1] en los países desarrollados el FMG alcanza un 8%, mientras que en Latinoamérica bordea el 15% existiendo una gran dispersión. Por ejemplo en el año 2012, en República Dominicana el FMG es de un 28.07%, mientras que en Uruguay y Costa Rica es de un 6.36% y un 7.3% respectivamente. Particularmente, en Chile el FMG bordea el 15% siendo la mala gestión en la reposición de los productos el causante del 41% de estos quiebres de stock. En general, la reposición de los productos de una góndola en un punto de venta la realiza la misma cadena de Retail con personal interno. Si consideramos que el personal interno de reposición es un recurso escaso y que estas compañías direccionan sus esfuerzos en la reposición de productos que le entregan un mayor beneficio, provoca que en la práctica no sea posible reponer los productos de todas las góndolas. Esto último genera que los productos de los proveedores menos rentables no sean atendidos con la misma regularidad. Por este motivo, algunas compañías proveedoras de la industria del Retail hayan decidido contar con sus propios reponedores para apoyar la gestión de reposición interna de los distintos puntos de venta. Este apoyo busca tener siempre en góndola todos los productos de la empresa proveedora independiente de los esfuerzos que realice un punto de venta particular. En

términos prácticos, la frecuencia y regularidad con que se reponen los productos en las góndolas de un punto de venta está relacionada principalmente con los patrones de consumo que tienen los consumidores del producto en el tiempo y con el volumen de ventas o tamaño que posee un punto de venta particular. En la practica, estas empresas proveedoras atienden uno o mas puntos de venta en un día, siendo estos puntos desde pequeños supermercados de barrio hasta mega supermercados, observándose además que las ventas de productos tienen marcados factores estacionales, claras tendencias y peaks en el tiempo. Por tanto, la reposición de productos y, por ende, las jornadas laborales de los reponedores, deben ajustarse al consumo de los productos y al volumen total de ventas.

Respecto de las jornadas laborales de los reponedores, éstas deben respetar una serie de restricciones por ley, como por ejemplo respetar un número máximo de horas trabajadas por día y semana, así como se deben respetar otras condiciones impuestas por las mismas cadenas del Retail, como mantener el mismo reponedor que visita un punto de venta particular o tener un número mínimo de horas de reponedor en cada uno de sus puntos. En consecuencia, la confección de la programación de jornadas laborales diarias y semanales de los reponedores se transforma en un problema difícil de resolver en la práctica al ser un problema altamente combinatorial.

En este trabajo se presenta un enfoque de solución basado en 2 modelos de optimización secuenciales que resuelven el problema de del diseño de las jornadas laborales diarias y semanales para una empresa proveedora de la industria del Retail. Con el primer modelo se busca ajustar la demanda semanal por reposición de productos de los distintos puntos de venta dentro de patrones de visita diarios predeterminados con el fin de hacer calzar la demanda con las jornadas laborales de los reponedores. Mientras que el segundo modelo tiene como objetivo determinar las jornadas laborales de los reponedores a nivel diario y semanal, es decir, se determina el secuenciamiento de visita diario de los distintos puntos de venta. Este enfoque fue aplicado a la Compañía SC Johnson (SCJ) en su filial de Chile.

II. Revisión de la Literatura

La programación del personal corresponde al proceso por el cual se construyen programaciones horarias de las tareas que realiza el personal de una organización con tal de satisfacer una demanda por un producto o servicio. Se ha mostrado en la literatura que es extremadamente dificultoso encontrar buenas soluciones de forma manual, dado que el problema tiene un alto número de condiciones y requerimientos, lo que hace difícil encontrar soluciones óptimas que minimicen costos, que asegure cargas de trabajo parejas y que satisfagan condiciones asociadas a los lugares de trabajo [2].

Existe una amplia literatura en Investigación de Operaciones asociada a la gestión del personal en diferentes industrias, como por ejemplo: transporte de aerolíneas [3], servicios de correo [4], enfermería [5] y mantenimiento de aviones [6], entre otros. En general, este tipo de problemas han sido resueltos mediante enfoques heurísticos [7] o mediante modelos de optimización [8]. Una interesante revisión de la literatura existente la presentan [9]. Para mejorar la gestión de la cadena de suministro y, por ende, dar un mejor servicio al cliente, es fundamental gestionar de manera eficiente el recurso humano con que se cuenta [10]. Por tanto, la programación de actividades de este de recurso es un punto crucial para la eficiencia de las operaciones de la cadena de suministro. Sin embargo, si consideramos que la distribución de los periodos de mayor carga trabajo durante el día o semana es desigual, genera que en muchas ocasiones no sea posible hacer calzar turnos estándares de 8 horas. Este último elemento aumenta la complejidad para los administradores, pues aumenta la combinatoriedad del problema [11]. Al existir un desbalance de la carga de trabajo genera que en ciertas ocasiones se tengan que asignar turnos más cortos o más largos, que se obligue a algunos empleados a tomar un día libre o contratar trabajadores a tiempo parcial [12]. Cabe destacar que a diferencia de los trabajos presentados anteriormente, en nuestro caso además de tener que programar las visitas de los reponedores, incorporamos dentro de nuestro enfoque dos elementos adicionales asociados a la definición del secuenciamiento de visita de los puntos de venta, es decir optimizar el ruteo, además de diseñar una solución para poder hacer una distribución eficiente de la carga de trabajo durante los días de la semana para los reponedores.

References

[1] GS1, "8vo estudio de faltantes en gndolas," 2013.

[2] A. Ernst, H. Jiang, M. Krishnamoorthy, and D. Sier, "Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models," *European Journal of Operational Research*, vol. 153, pp. 3–27, 2004.

[3] E. Butchers, P. Day, A. Goldie, J. Meyer, D. Ryan, A. Scott, and C. Wallace, "Optimized crew scheduling at air new zealand," *Interfaces*, vol. 31, pp. 30–56, 2001.

[4] J. Bard, C. Binici, and A. D. Silva, "Staff scheduling at the united states postal service," *Computers and Operations Research*, vol. 30, pp. 745–771, 2003.

[5] E. Burke and T. Curtois, "New approaches to nurse rostering benchmark instances," *European Journal of Operational Research*, vol. 237, pp. 71–81, 2013.

[6] H. Alfares, "Aircraft maintenance workforce scheduling: A case study," *J. Quality Maintenance Engrg*, vol. 5, pp. 78–88, 1999.

[7] Q. Lequy, G. Desaulniers, and M. Solomon, "A two-stage heuristic for multi-activity and task assignment to work shifts," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 63, pp. 831–841, 2012.

[8] E. Naudin, P. Chan, M. Hiroux, T. Zemmouri, and G. Weil, "Analysis of three mathematical models of the staff rostering problem," *Journal of Scheduling*, vol. 15, pp. 23–38, 2012.

[9] J. V. den Bergh, J. Belien, P. D. Bruecker, E. Demeulemeester, and L. D. Boeck, "Personnel scheduling: A literature review," *European Journal of Operational Research*, vol. 226, pp. 367–385, 2013.

[10] D. Graham, "Warehouse of the future," *Frontline Solutions*, vol. 4, pp. 20–26, 2003.

[11] P. Brucker, R. R. Qu, and E. Burke, "Personnel scheduling: Models and complexity," *European Journal of Operational Research*, vol. 210, pp. 467–473, 2011.

[12] A. Ladier, G. Alpan, and B. Penz, "Joint employee weekly timetabling and daily rostering: A decision-support tool for a logistics platform," *European Journal of Operational Research*, vol. 234, pp. 278–291, 2014.

Modelo De Optimización Para La Distribución De Mercadería De Una Cadena De Ventas Minorista A Nivel Nacional

Flores Julio, Cunico Maria Laura y Vecchietti Aldo
Instituto de Desarrollo y Diseño (CONICET-INGAR-UTN)
Avellaneda 3657, Santa Fe, Argentina
Correo electrónico: {jflores, laura-cunico, aldovec}@santafe-conicet.gov.ar

En la actualidad, las empresas enfrentan un ambiente fuertemente competitivo, en el cual, para poder subsistir, deben gestionar eficientemente sus operaciones y la de su cadena de suministro (CS) [1][2]. Con este propósito, deben crear eficientes enlaces y planes operativos que controlen el flujo de información, la proyección y coordinación del tráfico de materiales y la administración de los recursos financieros [3]. A menudo las empresas no logran visualizar plenamente los beneficios que pueden alcanzarse a partir de pequeños ajustes o cambios en la forma desenvolver las actividades; muchas veces, esto ocurre, por la carencia de herramientas analíticas que sustenten o enriquezcan, las decisiones que se desprenden del saber empírico del personal a cargo de las mismas. En muchos casos, la información que brinda un modelo de investigación operativa, de simulación, o de alguna herramienta analítica avanzada, respaldan la decisiones de planes estratégicos, tácticos y operativos que permiten mejorar la competitividad y sostenibilidad de las actividades comerciales [4][5][6].

Teniendo en cuenta el contexto expresado en el párrafo anterior, en este trabajo se presentan los resultados de un proyecto de asistencia técnica entre la academia y el sector productivo, en el que se genera un modelo de investigación operativa, para el análisis de un problema de distribución y comercialización de una empresa de ventas minoristas a nivel nacional, para determinar la estructura óptima de abastecimiento a los locales de comercialización. La empresa distribuye los productos que comercializa, a más de 100 puntos de venta distribuidos en 5 regiones geográficas. Para ellos cuenta con dos depósitos: uno central (CD1) a donde llega el 80% de la mercadería que vende, y un depósito satélite (CD2), de menor proporción, ubicado a más de 900 km. del anterior. La empresa provee a locales comerciales ubicados a no más de 20 km de los depósitos y otros localizados a más de 1.300 km. También emplea cross-docking, para los puntos de venta en los que no puede ingresar con camiones de gran porte. El transporte lo realiza con una flota de camiones, de los cuales algunos son propios y otros de terceros. Los camiones propios son de dos tamaños: semirremolques (~70 m3) y chasis (~30 m3). El transporte propio se emplea principalmente para el traslado de productos desde el CD1 al CD2, y los segundos utilizados en la distribución de bienes desde el CD2 a los puntos de venta provistos por este último. En la Fig. 1 se presenta un esquema ilustrativo de la cadena de suministro actual.

Otro aspecto particular del caso de estudio, es la política de alquiler de depósitos de terceros para almacenar mercadería, en épocas de alta demanda, que le permite mantener un nivel de stock que para hacer frente a este alto requerimiento.

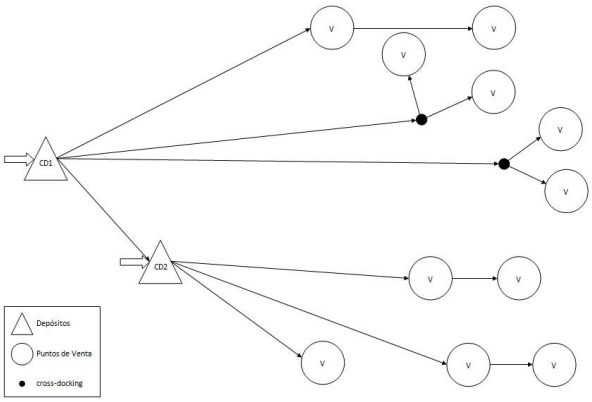


Fig. 1: Esquema de la cadena de suministro.

Las variables de decisión del modelo propuesto son: el empleo de los depósitos disponibles; la ampliación de los depósitos; el reemplazo del CD2 por un cross-docking propio o de tercero, el tipo de camiones a utilizar, la definición de las rutas de entrega de mercadería a los puntos de venta (reestructuración de la logística), los niveles de stock necesarios para satisfacer la demanda. Estas decisiones están controladas por la minimización de una función objetivo de costos, orientada a optimizar el empleo de los recursos propios y la utilización de servicios de terceros. La implementación del modelo se llevo a cabo en el sistema GAMS (General Algebraic Modeling System). Los resultados alcanzados proponen una estructura alternativa que concede una reducción de los costos de aproximadamente un 40% respecto de la actual configuración de la empresa.

REFERENCIAS

[1] M. A. Rodriguez and A. Vecchietti, “Integrated Planning and Scheduling with Due Dates in the Corrugated Board Boxes Industry,” vol. 52, no. 2, pp. 847–860, 2013.

[2] R. Zanjirani, S. Rezapour, T. Drezner, and S. Fallah, “Competitive supply chain network design : An overview of classi fi cations , models , solution techniques and applications,” Omega, vol. 45, pp. 92–118, 2014.

[3] C. S. Tang, “Perspectives in supply chain risk management,” Int. J. Prod. Econ., vol. 103, pp. 451–488, 2006.

[4] A. Gunasekaran, N. Subramanian, and T. Papadopoulos, “Information technology for competitive advantage within logistics and supply chains : A review,” Transp. Res. Part E, vol. 99, pp. 14–33, 2017.

[5] S. Voß, H. Sebastian, and J. Pahl, “Intelligent Decision Support and Big Data for Logistics and Supply Chain Management – A Biased View 3 . Intelligent Decision Support and the,” pp. 1338–1340, 2017.

[6] M. E. Porter, On Competition. Boston, M.A.: A Harvard Business Review Book, 1998.

Using Real-Time Operational Data to Increase Labor Productivity in Retail

Pablo Jofré
Departamento de Ingeniería Industrial
Magister en Gestión de Operaciones
Universidad de Chile
Santiago, Beauchef 851
Email: pablojofre@ug.uchile.cl

Marcelo Olivares
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile
Santiago, Beauchef 851
Email: molivares@u.uchile.cl

Andrés Musalem
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile
Santiago, Beauchef 851
Email: amusalem@dii.uchile.cl

***Abstract*—Staffing decisions and labor management are an important problem in the service industry. Staffing levels affect the quality of the service provided to customers and, consequently, have an impact on demand and revenues. For example, for retailers selling electronics, apparel and home improvement products, providing assistance to customers by sales associates can increase purchase incidence, cross-selling and customer satisfaction. From a financial perspective, labor also accounts for a sizable portion of the operating costs of service companies, between 5% and 17%. Therefore, an efficient management of the labor force can significantly impact the profitability of a retail chain.**

Labor management in retail can be decomposed at least into three different levels of decision making. At the first strategic level, decisions are focused on the design of the service system, which determines the positioning of the company in terms of the level of service they provide to customers and the hiring/training of the salesforce. At the second level, given this strategic positioning, there is a tactical decision on how many employees to staff. This tactical decision typically involves forecasting future demand and evaluating the required staff to attend that demand, which may be revised weekly or monthly, depending on the level of flexibility in the hiring process.

At the third level, and given the training and staffing level decided at the other levels, there are operational decisions regarding the assignment of the staff to different activities. For example, in a home improvement store, sales employees may be allocated across multiple departments (e.g. Hardware and Plumbing); in a supermarket, employees can be moved between replenishing shelves or attending the checkout. When demand is highly variable and unpredictable in the short-term, having flexibility to allocate labor can help to reduce the cost of staffing while at the same time improve customer service. In fact, it has been theoretically shown that in many cases having just a limited amount of flexibility can go a long way towards reducing labor costs to maintain a given service level. However, there isn't much applied research that documents the potential gains of adopting labor flexibility in the retail sector. Implementing a flexible allocation of labor requires a system that is dynamic and that is able to quickly respond to real time information that describes the current operational state of the service system.

This research is focused on developing models that can be used to support the third level of decisions in this hierarchy: dynamic systems that can reassign labor to different activities that are required to provide service to customers. Most of the existing work on dynamic labor management has been focused on developing analytical models to optimize the allocation of resources to attend customer requests. However, the actual application of these models has been limited: most of them have been centered in call centers. An important challenge to design and study flexible labor management policies in the retail sector is the lack of real-time information from the store that can be used to dynamically allocate the sales force. Therefore, the application of dynamic labor management techniques goes hand-in-hand with the collection of new data and the development of novel empirical methods to analyze it.

This work utilizes data from a pilot study in a store on a major home improvement retail chain in the U.S. During the study period, security cameras were used to track the number of customers and employees on different sections of the store. We use these operational data to measure – in real time – the demand for services in a specific store department, captured by the number of customers, and the service capacity, measured by the number of sales employees. This information is useful in two ways. First, it can be linked to point-of-sales data to measure the effect of increasing the number of employees on the sales of specific departments. Second, it provides real-time information on the location of employees and the demand for services on different areas of a store. Altogether these provide valuable information for a dynamic labor allocation system in order to prioritize where to allocate employees at a given point in time.

The main focus of this paper is empirical: it seeks to estimate key demand parameters that can be fed into a dynamic labor allocation system. We develop novel econometric models that use real-time operational data from a large retail store to estimate the effect of staffing levels on sales and to predict the demand for services at different areas of the store. An important challenge in this estimation is the endogeneity of staffing levels: customers with high propensity to purchase are likely to seek assistance from employees. Hence, a period with a larger proportion of customers that purchase will also tend to have more employees, confounding the causal relationship we seek to estimate. To address this issue, a Generalized Method of Moments is used, with two sets of exogenous instrumental variables: (i) Actual employee hours scheduled, which is affected by the planned scheduled and absenteeism, but cannot be adjusted in real time depending on the customers' propensity to buy; (ii) the 30 minute lag of employees present in the department, which is exogenous if employees cannot anticipate the arrival of customers with different propensity to buy. To capture the potential heterogeneity across departments, we use hierarchical models that capture potential differences in the effect of adding employees across departments, combining Bayesian methods with a control function approach to address the aforementioned endogeneity issues. In addition, we use this empirical results to simulate and evaluate the performance of different policies to allocate employees across departments in the store, based on the predicted demand for

services on each department and the marginal impact on sales of adding employees to serve these customers.

Session WA1
Undergraduate Student Paper Contest

- *Generating personalized tourist routes using a mixed-integer linear programming formulation*; Riquelme, Paula; Aguayo, Maichel; Medina Durán, Rosa.
- *Designing Resilient Power Networks Against Natural Hazards*; Lagos, Tomás; Sacaan, Rafael; Navarro Espinosa, Alejandro; Ordóñez, Fernando; Rudnick, Hugh; Moreno, Rodrigo.
- *Salvage Logging after Wildfires by Mixed Integer Optimization*; Baselli, Gianluca; Contreras, Felipe; Lillo, Matías; Marín, Magdalena; Carrasco, Rodrigo A..
- *Sistema de apoyo al diseño de rutas en la recolección de residuos sólidos domiciliarios*; Albornoz, Víctor; Peñailillo, Francisco.

Generating personalized tourist routes using a mixed-integer linear programming formulation

Paula Riquelme
Undergraduate student
University of Concepción
Concepción, Chile
Email: paulariquelmee@udec.cl

Maichel M. Aguayo
Assistant profesor
University of Concepción
Concepción, Chile
Email: maichelaguayo@udec.cl

Rosa Medina
Assistant profesor
University of Concepción
Concepción, Chile
Email: rosmedina@udec.cl

***Abstract*—Generating personalized tourist routes based on a tourists' interests and constraints is an upcoming trend in tourist applications. We study this problem and model it as an extension of the Orienteering Problem (OP), where the goal is to determine a route for the tourist that maximizes the collected score (profit) without violating any of the constraints. We propose a mixed-integer lineal programming formulation to capture this problem and solve real-life instances arising when a tourist visits Concepción, Chile.**

I. Introduction

Nowadays, the creation of personalized tourist routes that take into account the tourist interest and the up-to-date attraction information is a very time-consuming task. These personalized routes are often design by local tourist organizations by considering tourist interests, restrictions, and attraction informations.

The generation of personalized tourist's routes can be modeled as extensions of the Orienteering Problem. In particular, we study an Orienteering Problem with multiple time windows, limited budget and time, and hotel selection (OPMTWHS). The goal is to determine an optimal route that maximize tourists satisfaction by choosing the most interesting places to visit without exceeding both the total budget available to pay for attraction entrances and hotel fees, and maximum time available to visit a number of attractions. Furthermore, we consider that each location can be visited in one of the multiple time windows, which specify times when the attraction can be visited.

The paper is organized as follows. In Section II, we present a brief literature review, while in Section III, we present the problem description along with a mathematical formulation to capture this problem. In Section IV, computation results are presented by solving real-life instances arising in Concepción, Chile. Finally, concluding remarks and further work are presented in Section V.

II. Brief literature review

The Orienteering Problem (OP) consists in determining a route that maximize the total collected profit associated with each location without exceeding the maximum time available ([1]). An extension of the OP, the Team Orienteering Problem (TOP), considers multiple routes instead of an unique. Another extension, it's the Orienteering Problem with Time Windows (OPTW), considers a time window associated with each location that specifies the time in which an attraction can be visited. A recent review of the OP and its extensions is reported in [2].

Another extension of the OP considers the hotel selection ([3]). The goal in this problem is to determine a fixed number of connected trips that visits some attactions and maximizes the sum of the collected scores. Each trip is limited in length and should start and end in one of the hotels.

The generation of personalized tourist routes in the literature have been modeled as extensions of the OP. [4] model the tourist routes generation as Multi-Constraint Team Orienteering Problem with Multiple Time Windows (MC-TOPMTW), while [5] introduced the Multi-Constraint Team Orienteering Problem with Time Windows (MC-TOPTW) to generate tourist routes, where every location is associated with several attributes, and every attribute has a budget.

The Traveling Salesman Problem with Multiple Time Windows and Hotel Selection (TSP-MTWHS) is studied in [6], which consists in determining a route for a salesman that visits various customers at different locations and between any of the multiple time windows available. The salesman may require a several-day tour during which he may need to stay in hotels. The goal is to minimize the tour costs consisting of wage, hotel costs, traveling expenses and penalty fees for possibly omitted customers. Later, [7] introduces the Orienteering Problem with Hotel Selection and Time Windows (OPHS-TW).

Our application can be modeled as an OP with multiple time windows, limited budget and time, and hotel selection to determine a single day tour.

III. Problem description and mathematical formulation

Let G=(N_0,A) be a complete directed graph with $N_0 = \{1 \cup N \cup H\}$, where 1 is the starting point, N the set of attractions, H the set of possible hotels, and $A = \{(i,j) \in N_0, i \neq j, j \neq 1, i \notin H\}$ is the arc set. W denotes the set of time windows that a tourist can visit attraction i, where [O_{iw},C_{iw}], where O_{iw} and C_{iw} denotes the opening and closing time of window $w \in W$. Each location $i \in N$ has an associated score or profit and an entrance fee, respectively, denoted by P_i and F_i.

T_{ij} denotes the travel time between the location i and j, and S_i denotes the time spend at location i. The maximum time and budget are represented by T_{max} and B_{max}, respectively. Finally, G_j, $j \in H$, denotes the hotel booking fee.

The following decision variables are also needed: $x_{ij} = 1$, if the tourist travels from i to j; 0, otherwise. v_i=1, if the attraction i is visited; 0, otherwise. m_{iw}:1, if location i is visited in time window w; 0 otherwise, and h_i=1, if the hotel i is visited; 0, otherwise. Furthermore, the arrival time at a location i is denoted by a_i.

The goal of the OPMTWHS is to determine a route, limited by a maximum time and budget, that visits some of the locations during their appropriate time window, and that maximizes the total collected score, visiting a minimum of atracctions. Each location can be visited at most once. The OPMTWHS can be formulated as a mixed-integer problem.

$$\textbf{OPMTWHS:} \quad \text{Maximize} \sum_{i \in N} P_i \cdot v_i \tag{1}$$

subject to :

$$\sum_{j \in N} x_{1j} = 1 \tag{2}$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = h_j, \quad \forall j \in H \tag{3}$$

$$\sum_{j \in H} h_j = 1 \tag{4}$$

$$\sum_{i \in N_0 - H} x_{ik} = \sum_{j \in N_0 - \{1\}} x_{kj} \leq 1, \quad \forall k \in N \tag{5}$$

$$\sum_{i \in N_0} x_{ik} = v_k, \quad \forall k \in N \tag{6}$$

$$a_i + S_i + T_{ij} - a_j \leq M(1 - x_{ij}) \; \forall i, j \in N_0, i \neq j \tag{7}$$

$$\sum_{w \in W} m_{iw} \leq 1, \quad \forall i \in N \tag{8}$$

$$\sum_{w \in W} O_{iw} \cdot m_{iw} \leq a_i, \quad \forall i \in N \tag{9}$$

$$\sum_{w \in W} C_{iw} \cdot m_{iw} \geq a_i, \quad \forall i \in N \tag{10}$$

$$\sum_{i \in N_0} \sum_{j \in N_0} T_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in N} S_i v_i \leq T_{max} \tag{11}$$

$$\sum_{i \in N} F_i \cdot v_i + \sum_{j \in H} G_j h_j \leq B_{max} \tag{12}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in N_0, i \neq j \tag{13}$$

$$h_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in H \tag{14}$$

$$v_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in N \tag{15}$$

$$a_i \geq 0, \quad \forall i \in N_0 \tag{16}$$

$$m_{iw} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in N, \quad \forall w \in W. \tag{17}$$

The objective function (1) maximizes the total collected score. Constraint (2) guarantees that the tour starts from the starting point node 1. Constraints (3) and (4) ensure, respectively, that the tour finishes at a hotel and an unique hotel is selected. Constraints (5) guarantees the connectivity of the path and make sure each location is visited at most once. Constraints (6) enforce the route to visit attraction i if it is selected. Constraints (7) are the subtour elimination constraints and they also capture the arrival time to each location, the parameter M is a large constant. Constraints (8) ensure that only at most one time window, $w \in W$, is selected for each location. Constraints (9) and (10) enforce the arrival time to attraction i to be within the starting and ending times of time window w. Constraints (11) and (12) impose that the maximum time and budget are not exceed, respectively. Finally, Constraints (13)-(17) define the domains of the decision variables.

IV. Experimental Results

We test our model formulation in instances generated by considering attractions in Concepción, Chile, and proposed by TripAdvisor. The attractions are located in Concepción, Chiguayante, Tomé, San Pedro de la Paz, Hualpén and Coronel. Travel times between locations were obtained using Google Maps, and the information regarding attractions (entrance fees and time windows) were collected from their web sites. Furthermore, the time spend at each attraction (S_i) was obtained from TripAdvisor and adjusted based on tourist interest. We use a score (P_i) for each location that fluctuates between 0 and 5 (where 5 is the maximum level of interest for the attraction). Thus, a score of five for location i indicates that the tourist stays in location i the time estimated by TripAdvisor, while a score of three means that the tourist visits attraction i by 60% of the suggested time. For example, when visiting the University of Concepción, TripAdvisor advises to spend two hours. If a tourist gives to this attraction a score of 5, he/she will spends two hours, while with a score of 3, he/she will stay just for one hour and twelve minutes, approximately.

We solve the proposed model formulation using IBM ILOG CPLEX Optimization Studio version 12.3 with a personal computer that have a operating system Windows 7 Home Premium 64-bit SP1, a Intel Core i5 2430M @ 2.40GHz of CPU and a RAM of 8,00GB Dual-Channel DDR3 @ 665MHz.

A. Small-size instances

In all our experiments, we assume that the tour starts at La Independencia square at the downtown of Concepción by 9:00 am. To begin with, we consider small-size instances consisting of 10, 20 and 30 nodes. The results are presented in Table I. Columns 1-4 present, respectively, the number of attractions ($|N|$), number of possible hotels to stay ($|H|$), maximum budget available in CLP (B_{max}), and maximum time spend in the tour (T_{max}). Columns 5-8 show the total collected score (Z_{IP}), CPU time required to solve the model in seconds ($Time$) in hours, the cost the tour generated ($Cost$) in CLP, and the level of satisfaction of the tourist with the tour. This latter is decreasing if we increase the number of nodes because we are creating tours of only one day with a maximum of 14 hours to visit all the attraction. The tour obtained for the 10-nodes problem (first row of the Table I) is displayed in Figure 1.

B. Medium-sized instances and sensitivity analysis

We consider a 45-nodes problem assuming that it starts at La Independencia square by 8:00 am, must finish before 11:00 pm, and the number of possible hotels to stay is 8. Then,

TABLE I
RESULTS OBTAINED FOR SMALL-SIZED INSTANCES.

$\|N\|$	$\|H\|$	B_{max}	T_{max}	Z_{IP}	*Time*	*Cost*	*Satisfaction*
7	2	40.000	10	18	0,19	38.500	94%
16	3	50.000	13	32	0,20	38.500	84%
26	3	60.000	14	40	0,33	57.000	52%

TABLE II
EFFECT OF VARYING THE THE MAXIMUM BUDGET (B_{max}) AND THE EFFECT OF VARYING THE TOURIST PROFILE.

B_{max}	Z_{IP}	*Time*	*Profile*	Z_{IP}	*Time*	*Cost*
120.000	42	0,48	Religious	39	0,83	49.000
110.000	42	1,17	Adventurous	32	0,61	33.000
100.000	42	0,64	Historical	40	0,22	34.500
90.000	42	0,61	Artistic	49	0,41	38.000
80.000	42	0,53	Shopping	42	0,64	59.000
70.000	41	0,55	Backpacker	39	0,64	30.890
60.000	38	0,45	Random	45	0,30	43.500

we perform a sensitivity analysis by varying the maximum budget. Results are presented in the left part of Table II. We observe that as the budget decreases, the collected scores also decreases.

Finally, we also vary the score of each attraction by consider different tourist's interest which are defined as religious, adventurous, historical, artistic, shopping, backpacker, and random. Results are presented in the right part of Table II, where the maximum budget was set to \$80.000 CLP. We infer that, as expected, the total score collected depends on the scores defined by the tourist.

V. CONCLUSIONS AND FURTHER WORK

This paper presented a mixed-integer linear programing formulation to generate personalized tourist routes. We model this problem as an extension of the Orienteering Problem that considers multiple time windows, limited budget and time, and hotel selection. We solved several realistic cases of study face by a tourist when visiting Concepción, Chile. For further work, we suggest to develop an exact solution approach to address large-sized instances, taking into consideration multiple periods for those tourists that spend more than a day in a city.

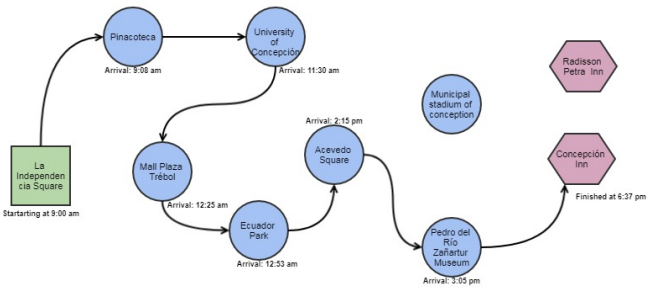


Fig. 1. Optimal route for 10 nodes

ACKNOWLEDGMENT

The first author would like to thank to her family for always been there and for their support. This research was partially funded by the Complex Engineering Systems Institute, ISCI (ICM-FIC: P05-004-F, CONICYT: FB0816)

REFERENCES

[1] T. Tsiligirides, "Heuristic methods applied to orienteering," *The Journal of the Operational Research Society*, vol. 35, no. 9, pp. 797–809, 1984.

[2] A. Gunawan, H. C. Lau, and P. Vansteenwegen, "Orienteering problem: A survey of recent variants, solution approaches and applications," *European Journal of Operational Research*, vol. 255, no. 2, pp. 315–332, 2016.

[3] A. Divsalar, P. Vansteenwegen, K. Srensen, and D. Cattrysse, "A memetic algorithm for the orienteering problem with hotel selection," *European Journal of Operational Research*, vol. 237, no. 1, pp. 29 – 49, 2014.

[4] W. Souffriau, P. Vansteenwegen, J. Vertommen, G. V. Berghe, and D. V. Oudheusden, "A personalized tourist trip design algorithm for mobile tourist guides," *Appl. Artif. Intell.*, vol. 22, no. 10, pp. 964–985, Nov. 2008.

[5] A. Garcia, M. T. Linaza, O. Arbelaitz, and P. Vansteenwegen, *Intelligent Routing System for a Personalised Electronic Tourist Guide*. Vienna: Springer Vienna, 2009, pp. 185–197.

[6] A. Baltz, M. El Ouali, G. Jäger, V. Sauerland, and A. Srivastav, "Exact and heuristic algorithms for the travelling salesman problem with multiple time windows and hotel selection," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 66, no. 4, pp. 615–626, 2015.

[7] A. Divsalar, P. Vansteenwegen, M. Chitsaz, K. Sörensen, and D. Cattrysse, *Personalized Multi-day Trips to Touristic Regions: A Hybrid GA-VND Approach*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014, pp. 194–205.

Designing Resilient Power Networks Against Natural Hazards

Tomás Lagos
Department of Industrial Engineering
Universidad de Chile
Santiago, Chile
tomas.lagos@ing.uchile.cl

Rafael Sacaan
Energy Center
Universidad de Chile
Santiago, Chile
rafael.sacaan@centroenergia.cl

Alejandro Navarro-Espinosa
Energy Center
Universidad de Chile
Santiago, Chile
anavarro@centroenergia.cl

Fernando Ordóñez
Department of Industrial Engineering
Universidad de Chile
Santiago, Chile
fordon@dii.uchile.cl

Hugh Rudnick
Department of Electrical Engineering
Pontificia Universidad Católica
Santiago, Chile
hrudnick@ing.puc.cl

Rodrigo Moreno
Department of Electrical Engineering
Universidad de Chile/Imperial College
Santiago, Chile/London, UK
rmorenovieyra@ing.uchile.cl

***Abstract*—We propose an optimization framework for designing resilient power grids against high impact low probability events (such as natural hazards). We use an Optimization via Simulation approach to solve this discrete decision problem, where the measure of resilience corresponds to the expected energy not supplied (EENS). The EENS assessment is undertaken through a simulator that quantifies the impacts of natural hazards on unsupplied demand and contains historical earthquake data, fragility curves of the network components and an operational model of the electricity network (i.e. unit commitment model). We use this framework to discuss approximation methods applied to select subsets of scenarios and make optimal decisions on network investment. Through various case studies we demonstrate the applicability of our method, its main features, and ultimately how network planners can design more resilient power networks against earthquakes.**

***Index Terms*—Resilience, Optimization via Simulation, Stochastic Programming, Sample Average Approximation.**

I. Introduction

Critical infrastructure (CI) is the infrastructure that provides critical services. An interruption of these services would have a serious adverse effect on society, markets and economy and would require immediate reinstatement of the CI. The CI is vulnerable to natural hazards, such as floods, ice and windstorms, hurricanes, tsunamis, earthquakes and other high impact and low probability events. One such CI is the electrical energy system, since many systems and societal services depend on electricity.

The main contributions of this work are: (1) Provide a novel framework that supports strategic decision making to maximize the resilience of the electricity grid system against natural hazards (the first to the best of our knowledge), in particular earthquakes. (2) Provide an alternative to economic-driven planning that can be contrast for the decision of adding new generation capacity in nodes and new lines between nodes. (3) Present a different Discrete Optimization via Simulation (DOvS) approach that addresses problems having two-steps uncertainty, and shows that it obtains more robust solutions for this particular problem.

Thanks to the UK Research Council and CONICYT for funding the project through the Newton-Picarte grant. Powered@NLHPC: This research was partially supported by the supercomputing infrastructure of the NLHPC (ECM-02).

The model evaluates the resilience of the power system measured by the energy not supplied (ENS), using as decision variables the change of topology (such as building new lines, adding generation capacity and anchoring the substation foundations to make it more resistant to hazards). Our computational experiments consider the 14 busbar case study of IEEE, see [10]. The algorithm used to solve this problem consists on a multistage setting heuristic, known in the DOvS literature as Industrial Strength COMPASS (ISC), [6] [7]. We also consider optimizing the Sample Average Approximation (SAA) problem [4] associated to the resiliency problem, in order to give different treatment to the uncertainty from earthquakes and from failures of components. To describe both approaches compared, consider that we have available historical data of earthquakes, some set of scenarios $\psi_1, .., \psi_m$. We can further assume some earthquake parametrized distribution that fits well these data. If the sampling scheme is embedded in the evaluation function and ISC is used, we call this setting the full-uncertainty (FU), otherwise in the SAA approach we fix n realizations of earthquakes, given by the distribution and use ISC to make optimal decision given these n realizations.

The following sections are organized as follows. Section II presents the main steps of the heuristic, in section III we show the simulation model that provides the evaluation function, in section IV we present the results and some discussion and finally section V summarizes the conclusions.

II. Problem Formulation and Algorithm

Consider the problem of minimizing the expected value of $F(x, \xi)$:

$$\min_{x \in \Theta} \{ f(x) = \mathbb{E}[F(x, \xi)] \}. \quad (1)$$

Here Θ represents the set of integer feasible solutions, ξ is a random vector whose probability distribution P is supported on a set $\Xi \subset \mathbb{R}^d$. We assume that the expectation function $f(x)$ is well defined and finite valued $\forall x \in \Theta$.

Suppose that we have a sample of scenario realizations of ξ given by $\xi_1, ..., \xi_n$. This leads to the sample average approximation (SAA)

$$\min_{x \in \Theta} \{\hat{f}_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} F(x, \xi_j)\} \tag{2}$$

of the true problem (1). Note that each scenario occurs with probability $1/n$ within the SAA function. For a particular realization of the random sample, the corresponding SAA problem is a stochastic programming problem with associated scenarios $\xi_1, ..., \xi_n$ each taken with probability $1/n$. In this work we use ISC to solve the SAA problem (2). Since ISC is not guaranteed to obtain the optimal solution the overall approach is heuristic and the stochastic lower-bounds of the SAA methodology are not valid. The results in section IV show how we obtain incorrect lower bounds due to the guaranties ISC is able to provide.

The feasible region is integer valued. The decision allowed are to build new lines, to strengthen seismic norm anchors to the buses and/or to add distributed generation capacity to the buses. The feasible solution set is

$$\Omega(b) = \left\{ \begin{array}{c} (w, y, z) \in \{0,1\}^{p+q} \times \mathbb{Z}^r : \\ \sum_{i=1}^{p} w_i + \sum_{j=1}^{q} y_j + \sum_{k \in D} z_k \leq b, \\ 0 \leq z_k \leq 10 \ \forall k \in D \end{array} \right\}, \tag{3}$$

where w represent the decision of building new lines, y represent the decision of anchoring buses ($q = |V|$), and z is an integer number between 0 and 10 that represents a $z_k \times 10\%$ of distributed generation capacity with respect to the peak demand in node $k \in D$ (where k represents a demand node $D \subseteq V$). We assume that the function $F(x, \xi)$ is unknown, but it can be estimated through realizations of $F(x, \xi_i)$ via a simulation experiment.

In the following steps we present the optimization heuristic that attempts to solve both the true problem (1) and the SAA problem (2). ISC consists on a three stage procedure. The first stage is based on Genetic Algorithms (called Niching Genetic Algorithm-NGA). It serves as a global search engine to find good neighborhoods of solutions (niches). These sets of solutions are defined by a niche center (a local minimum) surrounded by neighbors with poorer performance. The transition rules to the following stage of the algorithm are:

- Niche Rule: If at any time there is only one niche.
- Improvement Rule: If there are no new solutions found in T_G consequent iterations.
- Dominance Rule: If the solutions within one niche dominate all other niches.
- Budget Rule: If the number of evaluations is exceeded.

In the following stage, the *Convergent optimization via most-promising-area stochastic search* (COMPASS) procedure starts with the best solutions within every niche given at the end of NGA and finishes when it has a local minimum with high confidence. Let

$$N(x) = \{y : y \in \Theta, ||x - y|| \leq 1\},$$

given a local solution $\hat{x}^*$ at some iteration of COMPASS. The **Transition Rule** follows the hypothesis test:

$$\begin{array}{ll} H_0: & g(\hat{x}^*) \leq \min_{y \in N(\hat{x}^*)} g(y) \\ H_1: & g(\hat{x}^*) > \min_{y \in N(\hat{x}^*)} g(y) \end{array} \tag{4}$$

If the solution passes the test, COMPASS finishes that iteration.

The third stage applies a Ranking and Selection (R&S) procedure to select the best among the solutions identified in the second stage, with a certain probability. The main steps are:

- **Screening.** Using the data available form the resulting set of solutions L. Discard any solutions that can be shown to be statistically inferior to others. Let L_C be the surviving solutions.
- **Selection.** Acquire enough additional replications on the solutions in L_C to select the best.

III. Simulation Function

The earthquake model has a simple sampling scheme, although in a real case a different scheme could be considered with validated continuous or discrete distribution. ψ represents an earthquake scenario that is composed of two random variables, the intensity and the spatial location. We let the intensity distribute uniformly in a high intensity interval, and the epicenter distributes uniformly in a circle area on three, not overlapping, possible locations for the circle center.

We approximate the behavior of the system operation under damaged initial conditions (represented by scenario $\xi = \delta(\psi)$). A first simulation of the system operation is done by a UC model, assuming no failures, and considering some reserve generation capacity. The earthquake occurs at the peak demand period, then from ψ we calculate a PGA (peak-ground-acceleration) on each of the system's components. Using fragility curves, shown in [5], for the substations and the generating units, we sample a damage state of the system ($\delta(\psi)$). Given this state, a second UC simulates the operator's behavior considering deterministic recovery times, determining the total amount of energy not supplied (ENS) through all load bars and time periods.

For the FU, ψ is sampled from its support in the simulation function, i.e., for each simulation one new sample of ψ is obtained. On other hand, on every single evaluation the SAA framework calculates the average of the system performance through the n scenarios fixed prior to the simulation. The scenarios are sampled using fit distribution of earthquakes.

IV. Results

We validate the results for the SAA approach for this problem, by comparing the results obtained in small instances using a full enumeration of all solutions' performance. The ISC setting is compared with the full enumeration approach

for $b = 1$. For $b = 4$ and $b = 7$ results are obtained only for ISC. After 10 optimizations performed in the FU and SAA frameworks, all solutions reported as candidates are further evaluated 6,000 times and sorted increasingly in a ranking, whose first solution in the list is selected as candidate solution. The ISC parameters are set with the same parameters for both full uncertainty (FU) and SAA frameworks. SAA framework fixes 20 scenarios.

For instances $b = 1, 4$, it is unclear which model FU or SAA gives the best solution as the 90% intervals of ENS intersect, as shown in Table II. For $b = 7$, SAA candidate solution is statistically better than the FU solution. Table I summarizes the results on algorithm efficiency. Solution time grows faster using SAA when parameter b increases. For $b = 1$ solution time is smaller with the SAA, for $b = 4$ solution time is similar for SAA and FU and for $b = 7$ solution time is smaller for FU. For the three instances, ISC works better with the SAA framework by returning smaller set of solutions with smaller ENS on average between these solutions, which is observed in Table I. The SAA framework improves ISC performance results, probably by stabilizing the uncertainty and lowering the variation. As noted above, the statistical lower bound obtained by the SAA procedure could not satisfy the statistical guarantees, as the solution obtained from the ISC need not be optimal. Indeed, comparing the lowerbounds obtained (in Table I) with the 90% confidence interval of the reported solution (in Table II) suggests that the SAA lower bound in the case of b=1 and 4 are not correct.

V. Conclusions

We demonstrate that ISC and ISC-SAA are able to provide solutions to the problem of resiliency in a reasonable timescale. One of the main questions that arises is what are the different features among the instances that explain the reason why SAA solves faster in some settings. Our experiments show that most of the gains in solution time and quality of the solutions are accomplished in the COMPASS stage. We propose as further work to test whether fixing uncertainty in the COMPASS stage and leaving the distribution of the uncertainty available to be sampled in the NGA and the R&S, helps the identification of the solutions in a faster manner. It may be useful to repeat various COMPASS procedures before running the R&S. The new proposed framework may yield better results, but depending on the instance, we may observe a trade-off in solution time.

When we use ISC to solve these problems, we inherently assume that efficient solutions have efficient neighbors, this is particularly useful when there are efficient niche structures in the problem (allows the COMPASS stage of the algorithm to improve locally the solutions obtained in NGA stage). Probably the resiliency problem has this structure.

The models discussed here, approximate the behavior of the system operation under damaged initial conditions. They do not incorporate the fact that during the operation a few more components may fail, due to the fragility of the system. We propose as further work to include this aspect of the operation in the simulation model.

TABLE I
Results of SAA and FU for ISC and FE

Method	b	AENS	LB	UB	T[min]	AAENS	NS
FE-FU	1	245.91	-	-	72.63	245.91	1
FE-SAA	1	244.18	230.14	250.78	73.98	244.73	10
ISC-FU	1	246.97	-	-	56.73	268.34	30
ISC-SAA	1	245.34	265.48	248.47	12.69	261.14	13
ISC-FU	4	224.56	-	-	27.66	247.78	26
ISC-SAA	4	225.46	225.38	228.39	24.02	234.73	15
ISC-FU	7	202.53	-	-	66.69	220.01	21
ISC-SAA	7	194.32	188.99	196.53	82.97	204.81	12

AENS: Average ENS of candidate solution, LB-UB: SAA bounds, NS: Number of solutions reported, AAENS: Average ENS of solutions reported.

TABLE II
Results of SAA and FU for ISC

Method	b	NL	SB	ADC	5% Q	95% Q
FU	1		3		243.84	250.10
SAA	1		3		242.22	248.47
FU	4	(5, 9)	3, 4, 6		221.70	227.41
SAA	4	(6, 10)	2, 3, 9		222.53	228.40
FU	7		2, 3, 4, 9	(2, 10%), (4, 10%)	200.05	205.02
SAA	7		3, 4, 9	(2, 30%), (4, 10%)	192.10	196.53

NL: Stands for New Lines, SB: Stands for seismic buses, ADG: Stands for added distributed generation capacity.

References

[1] Alan Poulos, Sebatián Espinoza, Juan C. De La Llera, and Hugh Rudnick. "Seismic risk assessment of spatially distributed electric power systems," In 16th World Conf. on Earthquake Eng., Santiago, 2017.

[2] Mathaios Panteli and Pierluigi Mancarella. "Modeling and evaluating the resilience of critical electrical power infrastructure to extreme weather events," IEEE Systems Journal, 2015.

[3] Mathaios Panteli and Pierluigi Mancarella. "The grid: Stronger, bigger, smarter?: Presenting a conceptual framework of power system resilience," IEEE Power and Energy Magazine, 13(3):58–66, 2015.

[4] Anton J. Kleywegt, Alexander Shapiro, and Tito Homem-de Mello. "The sample average approximation method for stochastic discrete optimization," SIAM Journal on Optimization, 12(2):479–502, 2002.

[5] Charles A. Kircher, Robert V. Whitman, and William T. Holmes. "Hazus earthquake loss estimation methods," Natural Hazards Review, 7(2):45–59, 2006.

[6] Jie Xu, Barry L. Nelson, Jeff Hong. "Industrial strength compass: A comprehensive algorithm and software for optimization via simulation," Modeling and Computer Simulation, Vol. 20, No. 1, Article 3, 2010.

[7] Jeff Hong, and Barry L. Nelson, "A brief introduction to optimization via simulation," IEEE Proceedings of the 2009 Winter Simulation Conference 2009.

[8] Miguel Carrión and José M. Arroyo. "A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem," IEEE Transactions on power systems, 21(3):1371–1378, 2006.

[9] Juan C. Araneda, Hugh Rudnick, Sebastian Mocarquer, and Pedro Miquel. "Lessons from the 2010 chilean earthquake and its impact on electricity supply," In Power System Technology (POWERCON), 2010 International Conference on, pages 1–7. IEEE, 2010.

[10] "Common Data Format for the Exchange of Solved Load Flow Data," Working Group on a Common Format for the Exchange of Solved Load Flow Data, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-92, No. 6, November/December 1973, pp. 1916–1925.

Salvage Logging after Wildfires by Mixed Integer Optimization

Gianluca Baselli, Felipe Contreras, Matías Lillo, Magdalena Marín, Rodrigo A. Carrasco
Faculty of Engineering and Sciences
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
Email: {gbaselli, felcontreras, malillo, magmarin}@alumnos.uai.cl
rax@uai.cl

***Abstract*—Between January 18th and February 5th of 2017, the biggest wildfires in Chilean history took place, consuming over 500,000 hectares in the south of the country. This meant a critical impact on the affected areas' flora and fauna, a vast social impact, as well as a strong economic effect in the forestry industry, reporting high losses for both the government and private companies. The main contribution of this paper is to present an optimization model, whose objective is to provide a recommended action plan for the affected forestry companies. This model sets the optimal amount of remaining forest in claim to the insurance company, which fields to harvest, and the optimal workforce allocation for harvesting and sawdusting, in order to maximize the company's future cash position. Our model was tested with real data from a company that was severely affected by the fire, showing important improvements over the previously considered action plans.**

I. Introduction

Between January 18th and February 5th of 2017, the biggest wildfires in Chilean history took place, consuming over 500,000 hectares among the regions of Maule, O'Higgins, and Bío-Bío. This meant a critical impact on the affected areas' flora and fauna, as well as a strong economic effect in the forestry industry, reporting high losses for both the government and private companies. Wildfires are challenging due to how easy they expand, the speed at which they do it, and their capacity to avoid obstacles such as roads and rivers, among others.

Researchers have usually focused their attention on the environmental effect of these wildfires, such as soil fertility damage and the difficulty of animal species reappearance [4], providing procedures and precautions that should be taken to avoid massive damage [6]. In addition, investigations regarding fire modeling and spreading have been explored, stating that one of the main fuels in wildfires are pine needles [1], indicating the exposure and vulnerability that the chilean logging industry to this type of adversities.

On the other hand, the economic consequences are mainly addressed by government entities, through the assessment of losses and assistance to the affected communities. In terms of economic impact, there are many small and medium-sized logging companies that, as a result of the fires, are exposed to the total loss of their business. Due to this, many of these companies have decided to take out insurance for their fields. In case of loss due to fire, it will be possible to collect compensation provided only if more than 25% of the field is burned and, if the fire lasted more than 72 hours, it also pays the tax assessment of the field, whereas, it pays the market price. The common course of action after wildfires, is to collect the compensation for the entire property, as it is the easiest and fastest method to redeem the company's value.

However, the common fires cross the fields quickly burning the tree's bark, and thus leaving in each tree a considerable amount of wood available for commercialization. Hence logging companies need, in a very short time, an operational program to salvage as much wood as possible, if economically viable, in order to sell it. We present an alternative: partially ignore the insurance payments in order to obtain a greater return and avoid freezing industry activity.

In the field of optimization in forestry, several researches have studied optimal harvestry plans like the one in [7], but they do not respond to post-fire harvesting, where it should be considered that as time goes by, the material value diminish due to carbon stains and eventually decompose the wood. As mentioned in [3], reducing the harvesting time required will maximize the expected return. This way, with the adequate workforce and resources management explained in [5], it is possible to structure work groups assignment system that allows optimal profit, respecting the time horizon dimensioned. It is important to note that none of the previous work considers the use of financial instruments which allows to slightly enlarge the company's profit, receiving financial incomes at the same time as sales revenue.

The main contribution of this paper is to present a linear optimization model with a set of binary and continuous variables, whose objective is to provide a recommended course of action for the affected logging companies. This model sets the optimal amount of field in which to insurance, which fields to harvest, together with its workforce allocation for harvesting and sawdusting, and bond investment options, which were added in order to maximize the company's future wealth [2]. Our model was tested with data from Forestal Hueicolla, a forestry company located in Cauquenes, Chile, which was severely affected by the fire. This company provided historical data on inventories, sales, performance of its workers, and of the sawdust companies with which it works. However, given

the industry in which the research took place, we understand that the worker's efficiency is variable among the conditions of the land, this is why the workforce allocation for harvesting and sawdusting depends directly on their performance.

II. Problem Formulation

The problem setting is as follows. There are i forest stands available to harvest but have been affected by fires. If these forest stands are not harvested, they can be given to insurance companies and collect the agreed compensation. There are K workers, which can be either internal K_i or external K_e; internal workers are multiskilled people hired by the forestry company with a fixed salary, while external workers are those who work for variable fees, depending on their performance. There are J work groups formed as a result of the combination and permutation of these workers which can be assigned to harvest the remaining forest. Regarding the sawdusting process, there are L banks, which can be operated by internal L_i or external workers L_e. The L_i banks may be either operative or not, since they are ran by internal workers that could be assigned to harvest the forest as opposed to the L_e banks that are permanently operative.

To tackle this problem we developed a time-index formulation using these decision variables. As for the harvesting process, let X_{ijt} be the amount of wood harvested from stand i by group j in time-step t. On the other hand, for the sawdusting process, let B_{lt} the amount of wood that enters sawdust bank l in time-step t. In addition, decision variables U_t, V_t, W_t, are the sum invested in fixed income instruments in time-step t, with a maturity of 30, 60 and 90 days, respectively.

The model has been developed with the following constraints: worker k cannot harvest in more than one stand at a given time; stand i can be only harvested by one group j at a given time; once a stand starts to be harvested the process cannot stop until the whole stand is concluded; the total harvest by group j during a given time t may not be greater than the sum of it's workers performance; the total harvest of stand i has to be less or equal to the available stock; and there are stands that are not reachable at a given time frame (i.e during winter time).

To formulate this model, we propose the use of binary variables that relate continuous decision variables with the picking of groups j and the job to be done by k_i internal and k_e external workers. To do so, let Z_{ijt} be 1 if group j harvests stand i in time-step t; and 0 otherwise. In the same way, let β_{jlt} be 1 if group j formed only by internal workers operate sawdusting bank l in time-step t; and 0 otherwise. Finally, let α_{lt} be 1 if sawdusting bank l_i operated by internal workers is operative in time-step t; and 0 otherwise. These variables are conditioned by the following constraints:

- For all time-steps t and groups j formed only by internal workers, i.e.

$$\sum_i \sum_{j|k_i \in e_{kj}} Z_{ijt} + \sum_{l \in L_i} \sum_{j|k_i \in e_{kj}} \beta_{jlt} \leq 1 \qquad (1)$$

The constraint restricts the model avoiding sawdusting bank operated by internal workers l_i is active if internal workers are harvesting.

- For all groups j and time-steps t, group j formed only by internal workers is linked with internal sawdusting bank l_i:

$$\alpha_{lt} \leq \sum_j \beta_{jlt} \qquad (2)$$

- Worker k harvests only one stand i in a given time, that way the following constraint will be for every worker k and time t,

$$\sum_i \sum_{j|k \in e_{kj}} Z_{ijt} \leq 1 \qquad (3)$$

- To restrict a stand from being harvested by more than one group, for every group j and time t, we have:

$$\sum_i Z_{ijt} \leq 1 \qquad (4)$$

- We created a auxiliary variable defined as the inventory in transit S_t, which is the amount of wood harvested yet not sawdusted for every time-step t in [1, ..., T+1] and it must always be positive:

$$S_t = S_{t-1} + \sum_i \sum_j X_{ijt} - \sum_l B_{lt} \qquad (5)$$

$$S_t \geq 0 \qquad (6)$$

- Sawdusting banks cannot process more wood than what it has been harvested, plus what it is already in inventory in transit. This way, for all time-steps t:

$$\sum_l B_{lt} \leq S_t + \sum_i \sum_j X_{ijt} \qquad (7)$$

- We define the company's total cash flow for every time-step C_t as the sum of the surplus of the previous t-1 time-steps, cash flow regarding the harvesting process, the cost of moving wood from stands to sawdust banks FM_t, sales revenue and costs regarding sawdusting process FB_t, and the cash flow related to financial incomes due to investing and salary payments. Thus,

$$C_t = C_{t-1} + FT_t + FM_t + FB_t + FF_t \qquad \forall t \quad (8)$$

- In order to always be capable of paying the workers wages, the total cash flow C_t must be positive at any given time.
- The company's cash flow at $t = 0$ answer to compensation collection from insurance companies:

$$C_{t=0} = \sum_i \sum_j X_{i00} \cdot PS \qquad (9)$$

Finally, our objective is to maximize the cash position by the end of the salvage operation, thus:

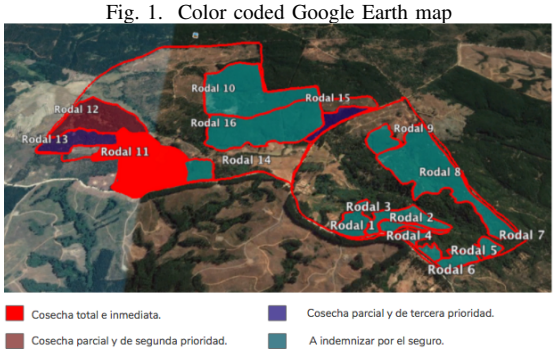
$$min \qquad C_T \qquad (10)$$

III. Results

In this section, we validate the applicability of this model at Forestal Hueicolla, it can be seen considerable improvements. For this, we considered 3 different possible courses of action. The first approach represents the fastest and common course of action, which collects compensation for the entire field from insurance companies, in this way freezing the company's activities, forcing them to fire their workforce. The second and current approach taken by Forestal Hueicolla, is to partially collect compensation for the stands that are not possible to harvest which represent about 17% of the total of the forest, while the ones where the commercial value is expected to be bigger than the insurance company's compensation, which represent the remaining 83%, will be eventually harvested, although this decision does not consider the wood's life span. However, in this case, Forestal Hueicolla mantains it's activities as a logging company without their workforce. The last course of action, which is determined by the results after applying our model, offers an optimal outcome that combines collecting compensation and harvesting 26% of Hueicolla's fields, as well as financial instruments to slightly enhance the company's future cash flow position, while considering its liabilities. The results obtained show a 155% increase in the company's future wealth over the first approach, and a 18.89% increase over the current Hueicolla's course of action. The incomes related to the financial instruments represent the 0.4% of the total earnings of our model's solution, whereas 28.97% of them are related to the insurance company's compensations, and the remaining 70.63% by the operational revenue. Beyond the financial aspect, there are social implications as well, due to the restriction of the forestry company's owner's obligation to pay their workers salary and being unable to fire them during this process. This allows workers to keep their jobs even in this scenario caused by wildfires.

The results of the model were obtained using a computer with a quad core i7 processor of 2.6 GHz, 16 Gb 2133MHz RAM, and the 7.0.2 version of the gurobi optimizer solver, with a 5 hour processing time, which resulted in a gap of 3.8%. The output of our model given to the company through and Excel spreadsheet and a color coded map indicating the decision taken for each forest stand as shown in Figure 1.

Fig. 1. Color coded Google Earth map



The decision of harvesting and workforce allocation will not vary even if the insurance payments per hectare fluctuates 30%, neither will the increment or decreasing 30% external workers' harvesting and sawdusting costs. Changing all workers' performance will affect the solution, but a decrease of 10% and an increase of 40% does not result in a significant change. Additionally, adding a group will result in increasing the number of forest stands to harvest. When subtracting a group there is going to be a significant change in the course of action, this is why we strongly recommend that with any significant change in the workforce, readjust the parameters and run the model again.

IV. Conclusion

In this work we have presented a novel model to determine the operational schedule for a salvage logging operation, which considers not only the time effect on the forest due to the wildfires, but also the personnel assignment, and the availability of financial instruments to deal with future cash positions. Our model effectively maximized the cash position of the company, making sure that liabilities are paid, thus reducing the need to fire personnel, and taking advantage, only when needed, of fire insurance payments. Although a simple rule can improve significantly the results, compared to using the insurance for all the forest, our model can further improve the results significantly, and identify the optimal conditions for selecting forest stands that will be harvested, depending on capacity availability and insurance benefits.

Acknowledgment

The authors would like to thank Max Wachholtz, his logging company Forestal Hueicolla and Eduardo Gallardo, Municipalidad de Chanco's forest engineer, for providing the data required for the analysis and the time invested.

This research was partially funded by FONDECYT Project 1151098.

References

[1] P. Bartoli et al, *A study on forest fuel combustion dynamics using the Fire Propagation Apparatus* University of Corsica, University of Edinburgh, July 2015, Vol 51, pp 753-758.

[2] G. Cornuejols and R. Tutuncu, *Optimization models in Finance* Carnegie Mellon University, 2006.

[3] R. Mazza, *Managing forests after fire* Pacific Northwest Research Station.

[4] A. Nappi et al., *Harvesting in Burned Forests - Issues and Orientations for Ecosystem-Based Management, Québec* Ministre des Ressources naturelles et de la Faune, Direction de l?environnement et de la protection des forts, 47 p.

[5] C. Palma and J. Troncoso, *Optimal assignment of equipment in forest harvesting activities* Pontificia Universidad Católica, Chile, 2001.

[6] P. Reszka and A. Fuentes, *The Great Valparaiso Fire and Fire Safety Management in Chile* Fire Technology, July 2015, Vol 51, pp 753-758.

[7] M. Rönnqvist, *Optimization in forestry* Springer-Verlag, 2003.

Sistema de apoyo al diseño de rutas en la recolección de residuos sólidos domiciliarios

Victor M. Albornoz
Departamento de Industrias
Universidad Técnica Federico Santa María
Santiago, Chile.
Victor.albornoz@usm.cl

Francisco I. Peñailillo Ortiz
Universidad Técnica Federico Santa María
Santiago, Chile
Francisco.penailillo@alumnos.usm.cl

***Abstract*—Este trabajo describe una metodología para la solución de un problema de ruteo de vehículos para la recolección de residuos sólidos urbanos en un sector de la Municipalidad de El Bosque, dentro del área urbana de Santiago. La naturaleza básica del problema es la de un problema de ruteo por arcos con capacidad, lo que se debe principalmente a las características específicas de la recolección en Chile. Se presenta el modelo matemático que se ha utilizado para resolver el problema, así como también los métodos utilizados para obtener la información real desde un sistema de información geográfica en el software ArcGIS y la posterior visualización de los resultados de manera gráfica a través de una imagen en formato SVG. La aplicación de los métodos propuestos da como resultado una planificación de rutas que mejoran sustancialmente los que se utilizaban anteriormente en el municipio.**

Keywords—Recolección de Residuos; MCARP; Programación Lineal; Ruteo de Vehículos; GIS.

I. INTRODUCCIÓN

Un ejemplo de Industria que presta servicios en la ubicación de sus usuarios es el de la Basura. Además del gran conjunto de servicios que prestan, estas empresas realizan el servicio de recolección de residuos sólidos domiciliarios (RSD), servicios que en Chile son contratados por los Municipios de cada Comuna. Dado el alto riesgo sanitario que implica la manipulación de la Basura, es que en este tipo de mercados existe una alta exigencia a las empresas involucradas.

En este trabajo se estudia la aplicación de un modelo de Ruteo de Vehículos en una empresa de recolección de RSD. Esta empresa está ubicada en Santiago y ofrece servicios de Barrido de Calles, Limpieza de Ferias Libres, Recolección de RSD y puntos de reciclaje. La atención oportuna es fundamental en el desarrollo de la estrategia de esta compañía y dado el modelo contractual previamente presentado, los tiempos de servicio y los costos operacionales resultan ser factores críticos para la compañía y pueden ser considerados una oportunidad para desarrollar una ventaja comparativa. Al igual que en muchas empresas dedicadas al transporte, los costos de combustible representan gran parte de los costos de operación. Es por esto por lo que la planificación de las rutas de recolección que los camiones siguen a diario son el enfoque de este trabajo. El problema que se aborda es el de ruteo de vehículos para la recolección de RSD para atender a una demanda constante con el objetivo de disminuir los tiempos de servicio y los costos operacionales asociados a los trayectos realizados por los camiones recolectores.

En Chile la recolección de residuos sólidos es realizada puerta por puerta, es decir, que las demandas o contenedores de basura se encuentran a lo largo de una calle y no de manera agrupada en una esquina. Esta característica provoca que el modelo que describe el problema sea un problema de ruteo por arcos dado que la distancia entre las demandas es menos significativa que la distancia entre las esquinas de una calle.

Los problemas de ruteo por arcos se remontan al siglo XVIII con el estudio del problema de los puentes de Königsberg por Leonhard Euler [1], esto permite definir los primeros conceptos de la teoría de grafos moderna. Casi doscientos años después, el matemático chino Meigu Guan [2] plantea una formulación matemática para describir lo que se conoce como el problema del Cartero Chino, que consiste en encontrar un ciclo cerrado que pase por cada uno de los arcos de un grafo conexo exactamente una vez. Golden y Wong [3] introducen el ruteo por arcos con capacidad, CARP por sus siglas en inglés, el cual permite considerar la capacidad de los vehículos utilizados.

En este trabajo se describe el problema estudiado como uno de ruteo por arcos con capacidad sobre un grafo mixto (MCARP). Los grafos mixtos poseen aristas no direccionadas y arcos con dirección, lo que permite representar de buena forma la dirección y sentido que poseen las calles según las normas del tránsito. En la sección II se detalla detalladamente la metodología utilizada que incluye el modelo matemático utilizado, la obtención de datos desde un sistema de información geográfica y la visualización de la solución en una imagen SVG.

II. METODOLOGÍA

A. *Descripción del Problema*

La Empresa estudiada en este trabajo lleva más de 12 años entregando servicios relacionados con el Aseo y la Recolección de Basura en diversas regiones del país. Durante los últimos 5 años la Empresa ha aumentado su flota de camiones, llegando a poseer en el año 2016 más de 500 camiones recolectores. Dado este crecimiento es que muchas labores cotidianas se han vuelto más complicadas que hace un par de años y nuevas herramientas de ingeniería han sido necesarias para mantener una buena calidad del servicio. Como se menciona al comienzo de este trabajo, los servicios de recolección son contratados por las

Municipalidades de cada Comuna, las que se encargan de velar por el cumplimiento de los contratos y de fiscalizar a las empresas contratadas. Dada la gran importancia que implica el retiro de la basura en la salud de la comunidad, es que en este tipo de Industrias se produce un ambiente contractual en el que los vecinos de los municipios les exigen a los administradores Municipales una mejor calidad de servicio y a su vez, la Municipalidad transmite estas exigencias a las empresas que están contratadas. Dado lo anterior es que la empresa debe realizar una buena planificación de rutas con el objetivo de reducir sus costos de operaciones y de mantener una calidad del servicio que esté por sobre los estándares básicos que proclaman las bases de la licitación. Como en muchas empresas de transporte, el costo del combustible es uno de los factores de más peso dentro de los costos de operación. Según fuentes internas de la empresa estudiada, los costos del combustible pueden alcanzar cifras superiores a los 290 millones de pesos mensuales, por lo que una reducción de estos costos es un constante objetivo para esta Empresa. El origen y causa de este consumo es la planificación de las rutas de recolección que los camiones siguen de manera continuada durante todo el año. Esta planificación nunca había sido cuestionada por la empresa, dado que las rutas que los camiones deben seguir están instruidas por el Departamento de Aseo y Ornato de cada Municipalidad y en las bases de la licitación se indica que deben seguirse de manera categórica. A pesar de esto, algunas Municipalidades han autorizado a las empresas contratadas para que propongan rutas de servicio antes del comienzo de los contratos.

Para poder encontrar una buena planificación de rutas, se sugiere la aplicación de un modelo de ruteo por arcos con capacidad, con el objetivo de evaluar la disminución de la distancia recorrida respecto a la planificación que entregan las Municipalidades en sus bases de licitación.

B. Modelo de Optimización

Gouveia et al. [4] proponen un modelo MCARP orientado a la recolección de residuos domiciliarios, utilizando una formulación llamada F1, la cual agrega una variable auxiliar al problema que representa los flujos en los arcos. Esta variable permite describir restricciones que garantizan la conectividad de las rutas y, además, permite rescatar el orden en que se visitan los arcos en la ruta. Sea $\tilde{G}$ un grafo mixto en donde N es el conjunto de nodos, los que representan las intersecciones de las calles y el depósito (nodo s), E es el conjunto de aristas (no dirigidas) y A los arcos (dirigidos). Se asume que $\tilde{G}$ es fuertemente conexo y que existe un conjunto P de vehículos con capacidad K para atender la demanda. Para distinguir las calles que requieren servicios, se definen los conjuntos A_R y E_R, los que representan los arcos requeridos y las aristas requeridas respectivamente. Los autores proponen la transformación del grafo a uno dirigido, mediante la transformación de cada una de las aristas requeridas $\{i, j\} \in E_R$, en dos arcos requeridos (i, j) y (j, i) de direcciones opuestas, los que son representados por el conjunto A_{ER}. Entonces, la cantidad de tareas requeridas corresponde a $|R| = |A_R| + 2|E_R|$. Para el arco (i, j) o arista {i, j}, $d_{ij} > 0$ corresponde al tiempo que requiere atravesar una calle sin realizar labores de servicio. Adicionalmente, a cada arco (i, j) o arista {i, j} está asociada una cantidad demandada $q_{ij} > 0$ y un tiempo de servicio $t_{ij} \geq d_{ij} \geq 0$. También, se define el parámetro λ que puede ser interpretado como el tiempo o costo que implica poder vaciar el vehículo en el depósito. Para cada ruta p = 1,.., P se define las siguientes variables de decisión: x_{ijp}= 1 si el arco (i, j) $\in$ R es servido en la ruta p, y 0 en otro caso; y_{ijp}, corresponde al número de veces que el arco (i, j) $\in$ A es atravesado sin servicio en la ruta p; $f_{i\,j\,p,}$ es el flujo en (i, j) $\in$ A relacionado con la demanda de la ruta. Como se mencionó anteriormente, esta variable garantiza la conectividad de las rutas.

A continuación, se detalla el modelo propuesto:

$$\sum_{p=1}^{P}\left(\sum_{(i,j)\in A} d_{ij}\cdot y_{ij}^{p}+\sum_{(i,j)\in R} t_{ij}\cdot x_{ij}^{p}+\lambda\cdot\sum_{(s,j)\in A} y_{ij}^{p}\right) \tag{1}$$

$$\sum_{p=1}^{P} x_{ij}^{p}=1 \qquad \forall (i,j)\in A_R, \tag{2}$$

$$\sum_{p=1}^{P}(x_{ij}^{p}+x_{ji}^{p})=1 \qquad \forall (i,j)\in A_{E_R}: i<j, \tag{3}$$

$$\sum_{j:(i,j)\in A} y_{ij}^{p}+\sum_{j:(i,j)\in R} x_{ij}^{p}=\sum_{j:(j,i)\in A} y_{ji}^{p}+\sum_{j:(j,i)\in R} x_{ji}^{p} \qquad \forall i\in N;\forall p\in P, \tag{4}$$

$$\sum_{(s,j)\in A} y_{sj}^{p}\leq 1 \qquad \forall p\in P, \tag{5}$$

$$\sum_{j:(j,i)\in A} f_{ji}^{p}-\sum_{j:(i,j)\in A} f_{ij}^{p}=\sum_{j:(j,i)\in R} q_{ji}\cdot x_{ji}^{p} \qquad \forall i\in N\backslash\{s\};\forall p\in P, \tag{6}$$

$$\sum_{(s,j)A} f_{sj}^{p}=\sum_{(i,j)\in R} q_{ij}\cdot x_{ij}^{p} \qquad \forall p\in P, \tag{7}$$

$$f_{ij}^{p}\leq W\cdot(y_{ij}^{p}+x_{ij}^{p}) \qquad \forall p\in P, \tag{8}$$

$$f_{ij}^{p}\leq W\cdot y_{ij}^{p} \qquad \forall (i,j)\in A_D;\forall p\in P, \tag{9}$$

$$x_{ij}^{p}\in\{0,1\} \qquad \forall (i,j)\in R;\forall p\in P, \tag{10}$$

$$y_{ij}^{p}\geq 0 \quad (entero) \qquad \forall (i,j)\in A;\forall p\in P, \tag{11}$$

$$f_{ij}^{p}\geq 0 \qquad \forall (i,j)\in A;\forall p\in P. \tag{12}$$

La función objetivo (1) busca minimizar el costo total de las rutas, dada por los costos de servicio, de pasar sin servicio y el costo de ir al depósito. Las restricciones (2) y (3) aseguran que todas las calles requeridas sean servidas por los vehículos. En el caso de los arcos que son generados a partir de una arista requerida (A_{ER}), basta con que el vehículo pase por uno de los dos arcos generados para cumplir la condición. La restricción (4) garantiza la continuidad de las rutas de manera que la cantidad de veces que el vehículo llegue a un nodo i $\in$ N sea igual a la cantidad de veces que sale del mismo. La restricción (5) es necesaria para que no más de |P| vehículos sean utilizados, condicionando que del nodo s (bodega o vertedero) no salga más de un vehículo por vuelta. El conjunto de restricciones (6) - (9) son utilizadas para forzar la conectividad de las rutas, mediante el uso de la variable de flujo f_{ijp}. Esta restricción, de manera implícita evita la formación de Sub-Tours dentro de la ruta. Las restricciones (8) y (9) garantizan que cada una de las rutas sean compatibles con la capacidad W de los vehículos. Finalmente, las restricciones (10) - (12) describen la naturaleza de las variables de decisión

C. Datos

Dado el modelo antes descrito, para poder resolver una instancia real es necesario obtener datos que permitan describir la realidad como un grafo mixto. Para esto se requiere conocer aspectos tales como la dirección o sentido de las calles, la matriz de distancias, las cantidades demandadas, los tiempos de servicio y saber cuáles calles deben ser servidas, los cuales pueden ser obtenidos mediante herramientas que permitan procesar Sistemas de Información Geográfica (GIS). Mediante el uso de ArcGIS se obtienen los datos de un sector de la comuna de El Bosque como caso de estudio, dando como resultado una red con 53 Arcos, 99 Aristas y 106 Nodos.

Dado que no se cuenta con información de las cantidades de basura demandada en cada arco, para probar el modelo de optimización se proponen seis instancias distintas con demandas aleatorias, considerando que la recolección puede ser completada en hasta tres vueltas, para ello se realiza un ajuste entre la capacidad máxima de cada camión y la cantidad de basura total del sector, por ejemplo, cuando se quiere modelar una sola vuelta por el sector, la capacidad máxima del único vehículo a considerar será equivalente a la demanda total del sector, análogamente se dividirá dicha cantidad en dos vehículos cuando se quiere modelar dos vueltas.

III. Resultados

El modelo propuesto en la sección anterior fue implementado computacionalmente en el lenguaje de modelado algebraico AMPL y resuelto utilizando CPLEX. A pesar de tratarse de un problema de complejidad computacional NP-Hard no fueron necesarios métodos heurísticos o algoritmos de resolución para obtener resultados en tiempos computacionales razonables. El modelo MCARP (1) - (12) fue implementado y ejecutado en el servidor NEOS utilizando las 6 instancias de demandas generadas al azar. La TABLA I. muestra los resultados obtenidos en las distintas instancias, así como los tiempos de resolución obtenidos por los servidores NEOS.

TABLA I. Tiempos de resoluciòn del modelo MCARP.

Instancia	**Demanda Total**	**Cantidad de Vehículos**		
		1 camión	***2 camiones***	***3 camiones***
I1	782	0.48	312.95	902.26
I2	710	0.53	852.48	22032.90
I3	786	0.55	27.21	3611.15
I4	762	0.56	30.21	34558.70
I5	720	0.55	25.39	61008.80
I6	765	0.52	20.58	19772.20

Respecto a las instancias presentadas se puede observar que cuando la planificación contempla una sola vuelta o vehículo, los tiempos de resolución son menores a 1 segundo. Cuando se consideran dos o más vueltas, estos tiempos crecen de manera exponencial, llegando a superar las 10 horas en el peor de los casos, esto se debe a que el problema es del tipo NP-Hard.

TABLA II. Comparación de resultados con solución inicial

Cantidad de Vehículos	**1 camión**	**2 camiones**	**3 camiones**
Resultado Modelo [m]	26093.21	38304.25	50493.21
Solución Inicial [m]	26360.93	40964.2	54789.48
Variación Porcentual [%]	1.0%	6.5%	7.8%

El resultado de la función objetivo no varía entre las distintas instancias porque estas simplemente realizan un ajuste de las cantidades demandadas lo que no tiene incidencia sobre la planificación óptima del ruteo de vehículos, es decir, independiente de la cantidad de basura que se deba retirar en un sector, la ruta más corta para pasar por el sector siempre será la misma. En función de esta planificación óptima de ruteo es que en la TABLA II. se puede observar una comparación cuantitativa porcentual con la ruta utilizada actualmente por la Municipalidad de El Bosque para el sector estudiado. Se puede ver que los mayores ahorros en distancia recorrida corresponden a la planificación de ruta que considera 3 vueltas por el sector, con una disminución del 7,8%. Por otro lado, en la planificación de ruta que considera solo una vuelta, la ruta utilizada por la Municipalidad es 1,0% más larga que la solución encontrada por el modelo.

IV. Conclusiones

En este trabajo se estudió la aplicación de un modelo de ruteo por arcos con capacidad en una empresa de recolección de residuos sólidos domiciliarios en la ciudad de Santiago. Se desarrolló además un método que permite integrar la información almacenada en sistemas de información geográfica (GIS) con un programa de modelamiento algebraico. El modelo de ruteo por arcos fue probado usando como caso de estudio un sector de la comuna de El Bosque, obteniendo una disminución de hasta un 7.8% en la distancia total recorrida respecto a la planificación de ruta utilizada por la Municipalidad en un tiempo menor a 10 Horas. Los resultados pueden ser consultados de manera directa en un archivo de formato SVG.

V. Agradecimientos

Este artículo contó con apoyo de la Dirección General de Investigación, Innovación y Postgrado (Proyecto PIM-17-2) de la Universidad Técnica Federico Santa María.

VI. Referencias

[1] Corberán, Ángel y Laporte, Gilbert (2014). A Historical Perspective on Arc Routing, chapter 1, (pp. 1–15). SIAM: Philadelphia, PA, mos/siam edición.

[2] Guan, Mei-Gu (1962). Graphic programming using odd or even points. Chinese Mathematics, 1, 237–277.

[3] Golden, Bruce L. y Wong, Richard T. (1981). Capacitated arc routing problems. Networks, 11(3), 305–315.

[4] Gouveia, Luís; Mourão, Maria Cândida; y Pinto, Leonor Santiago (2010). Lower bounds for the mixed capacitated arc routing problem. Computers and Operations Research, 37(4), 692–69.

Session WA2
OR Models and Applications in Transportation III

- *Evaluación de sistema de despacho para Bomberos*; Epstein, Boris.
- *Un enfoque jerárquico de resolución para el problema de ruteo de camiones en la industria forestal argentina*; Bordón, Maximiliano R.; Corsano, Gabriela; Montagna, Jorge.
- *Una solución MH basada en GRASP, para el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos con flota heterogénea*; Tapia, Felipe; Gatica, Gustavo; Escobar, John W.; Granada, Mauricio; Linfati, Rodrigo.
- *A Mateheuristic for the Rapid Transit Network Design, Line Planning and Investment Integrated Problem*; Mesa, Juan A.; Canca, David; De Los Santos, Alicia; Laporte, Gilbert.

Evaluación de sistema de despacho para Bomberos

Boris Epstein
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile
Santiago, Chile

***Abstract*— Este trabajo busca comparar el sistema de despacho utilizado por el Cuerpo de Bomberos de Santiago (CBS), Commander, al cambiar los datos que describen el sistema de transporte de la ciudad de Santiago. Evaluar un sistema de despacho al cambiar los datos resulta difícil, pues las estimaciones de tiempo de viaje no corresponden a los tiempos de viaje de bomberos, resulta difícil asegurar un menor tiempo de respuesta, y cambios en los datos deben cambiar las prioridades de despacho, lo que lleva a dificultades en la adopción de la institución.**

I. Introducción

Despachar carros de bomberos para atender emergencias involucra la toma de varias decisiones. Estas decisiones son, entre otras, desde cuál compañía despachar, y qué ruta toma cada vehículo. Para realizar los despachos, el Cuerpo de Bomberos de Santiago cuenta con una herramienta computacional llamada Commander. Esta herramienta determina los tiempos de viaje mínimos desde cada compañía de bomberos a la emergencia sobre un grafo que representa a la ciudad de Santiago con estimaciones de tiempos de viaje para cada media hora del día. Con esta información Commander decide qué vehículos deben ser despachados.

La ciudad de Santiago atraviesa cambios constantemente, por lo que actualizar información de grafo y tiempos de viaje resulta de gran importancia si se quiere obtener despachos eficientes para la situación actual de la ciudad. No es claro, sin embargo, como estos cambios afectan los despachos de vehículos de emergencias ni si los tiempos de respuesta a las emergencias pueden ser reducidos con este cambio.

Este trabajo realiza una comparación entre dos grafos utilizados para ejecutar Commander. Uno es el grafo utilizado actualmente por el Cuerpo de Bomberos de Santiago (CBS) que dispone de estimaciones de tiempos de viaje construidas a partir de información GPS de Transantiago y experiencia de bomberos, y el otro es un nuevo grafo elaborado a partir de información histórica de tiempos de viaje de vehículos proporcionada por la empresa de información georreferenciada TomTom (TT).

Las comparaciones realizadas son 2: cuánto cambia la cantidad de despachos de cada compañía, y cuál sistema predice mejor el tiempo real de llegada del carro. Para comparar la cantidad de despachos por compañía se generaron aleatoriamente puntos sobre el área de cobertura del Cuerpo de Bomberos de Santiago. Para comparar qué tan precisos son las estimaciones de tiempos de viaje de los carros se utilizó información GPS de despachos reales en la comuna de Santiago Centro y su proyección sobre ambos grafos.

II. Metodología

A. Comparación de despachos por compañía.

Para comparar cómo afectaría el cambio de sistema a la cantidad de despachos que atendería cada compañía se generaron aleatoriamente 756 puntos sobre el área de cobertura del Cuerpo de Bomberos de Santiago y se simularon emergencias en esos puntos para 47 horarios distintos (simulando un total de 35532 emergencias). Para cada una se obtuvo el orden de las compañías y se procedió a comparar métricas importantes.

B. Comparación de predicciones de tiempos de viaje.

Para comparar la efectividad de las predicciones de tiempos de viaje entre los 2 grafos se utilizó una base de datos GPS que detallaba la ruta que tomaron 3220 carros de bomberos para atender a emergencias, dentro de la comuna de Santiago. Esta base de datos fue limpiada previamente para eliminar ruido. Con estos puntos se obtiene el tiempo de viaje real que le tomó al carro llegar a la emergencia. Utilizando un algoritmo de proyección se puede obtener con alta precisión qué calles utilizó el carro para llegar al punto de emergencia, y si se suman los tiempos de viaje en las calles utilizadas se puede obtener cuánto se demoraría el carro según cada grafo y set de datos.

Las estimaciones de tiempos de viaje de emergencias difieren de las estimaciones obtenidas con ambos sets de datos. De hecho, las estimaciones de tiempos de viaje del sistema en uso por el CBS consistentemente subestiman los tiempos de viaje, mientras que los datos de TomTom sobre estiman los tiempos de viaje de bomberos. Esto se explica por la fuente de datos utilizada para construir cada estimación. Al comparar directamente la diferencia de las estimaciones con los tiempos reales se observa que el error es comparable para ambos sistemas. Deseamos entonces utilizar regresiones multivariadas para evaluar cuales datos explican de mejor

manera los tiempos de viaje reales de los vehículos de emergencias.

Específicamente se cuenta con la siguiente información:

- Y_i *-tiempo real de despacho*
- X_{CBSi}*-tiempo de despacho según grafo CBS*
- X_{TTi}*-tiempo de despacho según grafo TomTom*
- $Z_{ti} = \begin{cases} 1 \text{ si el despacho fue durante } t \\ 0 \quad \text{en caso contrario} \end{cases}$
- $T_{CBSit} = X_{CBSi} * Z_{ti}$
- $T_{TTit} = X_{TTi} * Z_{ti}$

Los índices sub t de la información indican a cuál de los bloques indicados en la tabla 1 pertenece cada emergencia. Para ajustar los tiempos de viaje se utilizan los siguientes modelos:

- $Y_i = \sum_{t=1}^{7} \beta_t T_{CBSit} + u_i$
- $Y_i = \sum_{t=1}^{7} \beta_t T_{TTit} + u_i$

Horario	**ID**	**To**	**Tf**
Free Flow	1	23:00	07:30
Punta Mañana	2	07:30	09:30
Mañana	3	09:30	12:30
Punta Almuerzo	4	12:30	14:00
Tarde	5	14:00	18:00
Punta Tarde	6	18:00	20:00
Noche	7	20:00	23:00

Tabla 1: Bloques horarios para el tráfico durante el día.

III. Resultados

La figura 1 muestra cómo cambia la cantidad de veces que cada compañía es primera en despachar a la emergencia. La figura 2 muestra la cantidad de veces que cada compañía participa en alguna de las emergencias asumiendo que se trata de un incendio estructural (a los cuales se despachan 2 carros bomba y 1 carro porta escalera).

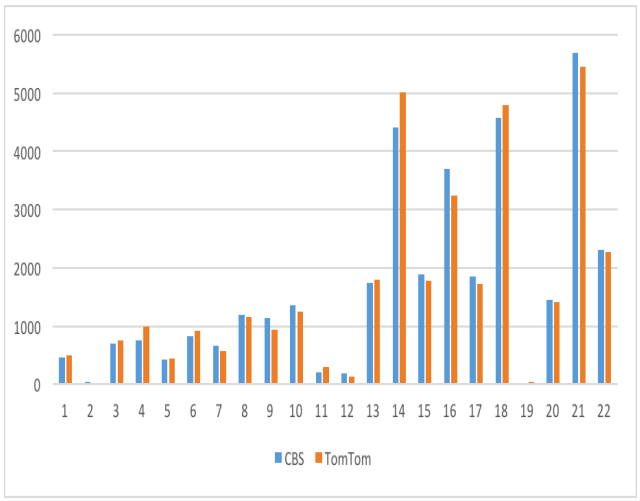


Figura 1: Cantidad de veces que la compañía es primera en el orden de despacho (eje Y) para cada compañía (eje X).

Tanto en la figura 1 como la figura 2 se puede observar que el nivel de despacho de cada compañía permanece relativamente constante. En cuanto al cambio en el primer lugar del ranking, el mayor cambio se observa para la compañía 14, que con el grafo de TomTom obtiene el primer lugar en 613 más que con el grafo actual. Para los incendios estructurales, el principal cambio es que la compañía 19 participa en casi 2000 emergencias más con el grafo de TomTom que con el actual.

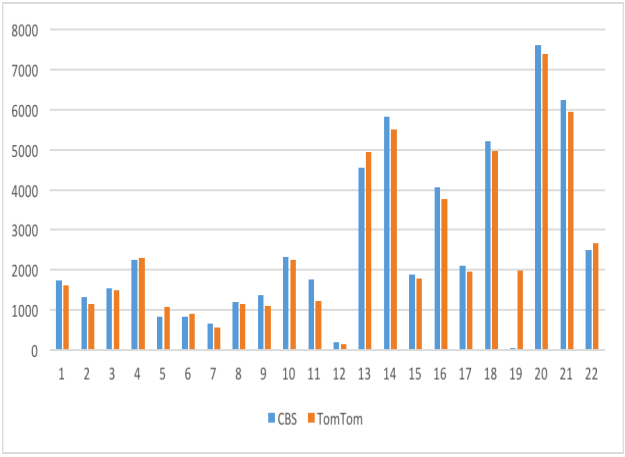


Figura 2: Cantidad de incendios estructurales en los que participa cada compañía.

Todos los coeficientes son significativos para ambas regresiones. En la tabla 2 se observa que todos los coeficientes son mayores a 1, entonces se puede decir que el grafo CBS tiende a subestimar los tiempos de viaje. En la tabla 3 vemos el comportamiento opuesto, por lo que concluimos que el grafo TomTom tiende a sobreestimar los tiempos de viaje.

	Coef	Inf. 95%	Sup. 95%
β_1	1.38444206	1.2531932	1.51569091
β_2	1.14234205	1.0663022	1.2183819
β_3	1.33573473	1.27441044	1.39705902
β_4	1.51664391	1.40132789	1.63195992
β_5	1.53495072	1.47320125	1.59670018
β_6	1.06642353	1.00887301	1.12397405
β_7	1.35760825	1.26817861	1.44703789

Tabla 2: Resultados de regresión para el grafo CBS.

	Coef	Inf. 95%	Sup. 95%
β_1	0.53040757	0.48600807	0.57480708
β_2	0.58924169	0.55503185	0.62345153
β_3	0.62339572	0.59936228	0.64742917
β_4	0.61689068	0.57573808	0.65804327
β_5	0.66556865	0.64212325	0.68901406
β_6	0.61680854	0.588105	0.64551208
β_7	0.52153275	0.49061935	0.55244615

Tabla 3: Resultados de regresión para el grafo TomTom.

	CBS	TomTom
Coeficiente de correlación múltiple	0.85000421	0.88069843
Coeficiente de determinación R^2	0.72250716	0.77562972
R^2 ajustado	0.72167773	0.77489949
Error típico	473.994765	426.216564
Observaciones	3220	3220

Tabla 4: Indicadores de regresiones lineales.

Se puede ver que el grafo TomTom tiene un mayor coeficiente R^2 y R^2 ajustado, además de un error típico menor. Esto nos dice que, después de ajustar con el "factor bomberos", los tiempos de viaje del grafo TomTom se ajustan de mejor manera a los tiempos reales que el grafo CBS (en norma cuadrática).

IV. Conclusiones

Se observa que el grafo y estimación de tiempos de viaje obtenidos a partir de información histórica de TomTom predice de mejor manera los tiempos de viaje observados por bomberos en una emergencia. Además, realizar el cambio no afecta significativamente la cantidad de despachos a los que responde cada compañía. Esta información resulta positiva a la hora de sugerir al CBS un cambio en la fuente de información para un sistema de despacho.

Sin embargo, este estudio no aborda el problema de determinar la posible reducción en tiempo de respuesta a una emergencia producto del cambio de la fuente de datos. Esto es un problema de difícil solución dado que las condiciones de tráfico reales en una emergencia resultan difíciles de predecir, por lo que requeriría de un estudio de campo real con set de control aleatorio. Dicho esto, el ser capaz de representar de mejor manera los tiempos de viaje reales evitará situaciones en las que se hace un despacho equivocado, enviando una compañía que demora más por no representar el tiempo de viaje de forma correcta. La magnitud del cambio en tiempo de respuesta por esta mejora es otra forma de estimar la ganancia por el cambio de datos.

Un enfoque jerárquico de resolución para el problema de ruteo de camiones en la industria forestal argentina

Bordón, Maximiliano [1]; Corsano, Gabriela [2]; Montagna, Jorge Marcelo [3]
Instituto de Desarrollo y Diseño (INGAR). UTN - CONICET
Santa Fe, Argentina
[1] mbordon@santafe-conicet.gov.ar, [2] gcorsano@santafe-conicet.gov.ar, [3] mmontagna@santafe-conicet.gov.ar

***Resumen*—En este trabajo se presenta un enfoque jerárquico de resolución para abordar el problema de ruteo de camiones y secuenciación de arribos a las fábricas en la industria forestal. En una primera etapa se determinan los trayectos a realizar por cada camión y el ruteo de los mismos mediante un modelo de programación mixta entera lineal (MILP). En la etapa posterior, se realiza la secuenciación de los arribos de los camiones en cada planta, también vía un MILP. Se analiza la performance de la metodología propuesta con un caso de estudio de la industria forestal local y se presentan las conclusiones respectivas.**

Palabras Clave—VRP, Scheduling, MILP, Forestal.

I. INTRODUCCIÓN

Las empresas forestales deben tomar a diario decisiones relacionadas con la distribución de troncos desde la tala en el bosque hacia las fábricas que los demandan. Esta distribución significa un gran impacto en sus estructuras de costos (en algunos casos del 40%), por lo que implementar mejoras en la planificación diaria representa un ahorro significativo para las compañías del sector.

El problema de ruteo de vehículos (VRP, por sus siglas en inglés) ha sido ampliamente estudiado a lo largo del tiempo [1]. Estos problemas pueden ser formulados y resueltos mediante programación matemática aunque, dada su complejidad (NP-completo) para encontrar soluciones en tiempos razonables de ejecución, se han propuesto distintos enfoques de resolución basados en algoritmos de descomposición y heurísticas. Braekers y col. [2] realizan una revisión exhaustiva de los trabajos publicados en el área de ruteo de vehículos en los últimos cinco años, mientras que Audy y col. [3] y Rönnqvist [4] detallan los métodos de planificación y sistemas de soporte a las decisiones para el ruteo de vehículos en el área forestal y los modelos de optimización aplicados, respectivamente. El Hachemi y col. [5] proponen un enfoque de resolución jerárquico para un problema semanal, en el que en la primera instancia resuelven un problema MILP para definir los viajes con carga completa a enviar a cada planta de producción desde los bosques, y en una segunda instancia realizan el ruteo y secuenciación de camiones a través de dos enfoques: una búsqueda local basada en restricciones y un enfoque híbrido entre programación con restricciones (CP) y búsqueda local basada en restricciones. Flisberg y col. [6] plantean un enfoque jerárquico de resolución, donde en una primera etapa generan los destinos de las cargas con un modelo de programación lineal (LP); luego establecen nodos de transporte (nodos que definen el origen y destino de los camiones con carga completa) basados en ese resultado y, en una segunda etapa, utilizan una búsqueda tabú para realizar el ruteo de dichos nodos de transporte. Gronalt y Hirsch [7] aplican una búsqueda tabú unificada para realizar el scheduling de viajes (previamente definidos) en camiones a los que se asignan. Audy y col. [8] plantean un problema semanal que resuelven en tres etapas: en una primera instancia generan un set de rutas factibles vía CP, luego resuelven la asignación de camiones a las rutas con un MILP, y finalmente realizan el scheduling utilizando CP.

En el presente trabajo, se presenta una metodología estructurada en dos etapas: en la primera instancia se resuelven de manera conjunta, mediante un MILP, los problemas de definición de cargas completas a enviar desde cada frente de cosecha a cada planta, la asignación de dichas cargas a los camiones (flota homogénea) y el ruteo de los mismos. En la instancia posterior, tomando como base el resultado de la etapa previa (trayectos de cada camión) se realiza la secuenciación de los arribos de los camiones en cada fábrica, mediante un modelo MILP basado en la premisa del job shop flexible, diferenciándose en este sentido de lo publicado en [5] y [8], con la salvedad de que aquí se plantea un problema diario. En la siguiente sección se describe brevemente el problema a modelar. Posteriormente, en la sección III se formulan los modelos desarrollados, mientras que en la sección IV se muestra su desempeño en un caso de estudio propuesto. Finalmente, en la sección V se presentan las conclusiones y el trabajo a futuro.

II. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El problema considerado en este trabajo involucra distintas plantas de producción $i \in I$ que elaboran productos a partir de diferentes tipos de materia prima $m \in M$ (troncos). Cada planta tiene una demanda conocida de un único tipo de materia prima, $DEM_{i,m}$. Las materias primas provienen de distintos frentes de cosecha $f \in F$, los cuales tienen una capacidad máxima disponible de cada tipo, $OF_{f,m}$. Se cuenta con un conjunto de camiones idénticos disponibles, $c \in C$, que

transportan troncos de la misma longitud (no se permite el transporte simultáneo de distintos tipos de materia prima en el mismo camión). Todos los camiones pueden transportar cualquier tipo de materia prima y tienen un número limitado de viajes N_v a realizar en el día, producto de estar limitada su jornada laboral. Cada camión se aloja en un único nodo de pernocte $p \in P$, desde el que parte y al que regresa luego de completar todos los viajes. El número de nodos de pernocte N_p es conocido, como así también el conjunto de camiones que están establecidos en cada uno de estos nodos. El recorrido a realizar por cada camión comprende una sucesión de viajes, en donde cada viaje $v \in V$ se compone de una serie de tramos. Si el viaje es el primero que realiza el camión, entonces comprende un trayecto de inicio sin carga desde el nodo de pernocte p hacia el primer frente de cosecha f a visitar, un trayecto con carga desde f hasta la fábrica i, y un trayecto sin carga desde i hacia: o bien un frente de cosecha f' (no necesariamente igual a f) para la realización de un nuevo viaje con carga, o bien un trayecto sin carga hacia el nodo de pernocte p (final de la ruta). Si el viaje no es el primero que realiza el camión, entonces está compuesto por un trayecto cargado de f a i más un trayecto sin carga desde i a f' o bien desde i a p para terminar la ruta del día. Todo viaje con carga asume carga completa del camión. Además, cada fábrica tiene la capacidad para descargar un único camión a la vez. El objetivo es satisfacer la demanda de las plantas a mínimo costo de transporte (costos variables por kilómetro recorrido con y sin carga, más costo fijo por utilización del camión) y mínimo costo por tiempo de espera de camiones en fábrica.

III. Enfoque Propuesto

Para la resolución del problema descripto se propone un enfoque jerárquico de resolución en dos etapas. En la primera etapa se determina el trayecto realizado en cada viaje v de cada camión c, es decir, desde qué frente de cosecha f se abastecerá a la planta i, y la secuencia de realización de tales trayectos en cada camión, minimizando costos de transporte. Con los resultados obtenidos en esta instancia, en la etapa siguiente se fija la ruta para cada camión y se optimiza la secuenciación del arribo de cada camión a cada planta, minimizando el tiempo de espera (tiempo ocioso) de cada camión en las mismas. A continuación se presentan las formulaciones de los modelos considerados en cada etapa.

A. *Primera instancia (E1): definición y asignación de cargas a camiones y ruteo de los mismos (modelo MILP)*

$$\min TCOST = CL^* \sum_{c\in C}\sum_{f\in F}\sum_{i\in I}\sum_{v\in V}\left(LT_{c,f,i,v}{}^*DFI_{f,i}\right) \quad (1)$$
$$+ CU^* \sum_{c\in C}\sum_{f\in F}\sum_{i\in I}\sum_{v\in V}\left(UT_{c,f,i,v}{}^*DFI_{f,i}\right)$$
$$+ CU^* \sum_{c\in C}\sum_{p\in C_p}\sum_{f\in F}\sum_{v\in V}\left(DT_{c,p,f,v}{}^*DPF_{p,f}\right)$$
$$+ CU^* \sum_{c\in C}\sum_{p\in C_p}\sum_{i\in I}\sum_{v\in V}\left(RT_{c,i,p,v}{}^*DPI_{p,i}\right)$$
$$+ Ctruck^* \sum_{c\in C} Y_c ;$$

s. a:

$$\sum_{c\in C}\sum_{v\in V}\sum_{i\in I_m} LT_{c,f,i,v} \le OF_{f,m}; \quad f\in F,\ m\in M \quad (2)$$
$$\sum_{c\in C}\sum_{v\in V}\sum_{f\in F} LT_{c,f,i,v} \ge DEM_{i,m}; \quad m\in M,\ i\in I_m \quad (3)$$
$$\sum_{f\in F}\sum_{i\in I} LT_{c,f,i,v} \le Y_c; \quad c\in C,\ v\in V \quad (4)$$
$$\sum_{f\in F}\sum_{i\in I} UT_{c,f,i,v} \le Y_c; \quad c\in C,\ v\in V \quad (5)$$
$$\sum_{i\in I} LT_{c,f,i,v} = \sum_{p\in C_p} DT_{c,p,f,v}; \quad c\in C,\ f\in F,\ v = 1 \quad (6)$$
$$\sum_{p\in C_p}\sum_{f\in F} DT_{c,p,f,v} = Y_c; \quad c\in C,\ v = 1 \quad (7)$$
$$\sum_{p\in C_p}\sum_{v\in V}\sum_{i\in I} RT_{c,i,p,v} = Y_c; \quad c\in C \quad (8)$$
$$LT_{c,f,i,v} \le Y_c; \quad c\in C,\ v\in V,\ f\in F,\ i\in I \quad (9)$$
$$UT_{c,f,i,v} \le Y_c; \quad c\in C,\ v\in V,\ f\in F,\ i\in I \quad (10)$$
$$Y_c \le \sum_{v\in V}\sum_{f\in F}\sum_{i\in I_m}\sum_{m\in M} LT_{c,f,i,v}; \quad c\in C \quad (11)$$
$$LT_{c,f,i,v+1} \le \sum_{ff\in F}\sum_{ii\in I} LT_{c,ff,ii,v}; \quad c\in C,\ v\in V,\ f\in F,\ i\in I \quad (12)$$
$$\sum_{f\in F} UT_{c,f,i,v} \le \sum_{f\in F} LT_{c,f,i,v}; \quad c\in C,\ v\in V,\ i\in I \quad (13)$$
$$\sum_{i\in I} UT_{c,f,i,v-1} = \sum_{ii\in I} LT_{c,f,ii,v}; \quad c\in C,\ f\in F,\ v > 1 \quad (14)$$
$$\sum_{f\in F} LT_{c,f,i,v} = \sum_{f\in F} UT_{c,f,i,v} + \sum_{p\in C_p} RT_{c,i,p,v}; \quad c\in C,\ v\in V,\ i\in I \quad (15)$$
$$TIME_c = \sum_{p\in C_p}\sum_{v\in V}\sum_{f\in F} DT_{c,p,f,v}{}^*DPF_{p,f}/VUT + \sum_{v\in V}\sum_{f\in F}\sum_{i\in I} LT_{c,f,i,v}{}^*DFI_{f,i}/VLT + \sum_{v\in V}\sum_{f\in F}\sum_{i\in I} UT_{c,f,i,v}{}^*DFI_{f,i}/VUT + \sum_{p\in C_p}\sum_{v\in V}\sum_{i\in I} RT_{c,i,p,v}{}^*DPI_{p,i}/VUT + Tdesc^*\sum_{v\in V}\sum_{f\in F}\sum_{i\in I} LT_{c,f,i,v}; \quad c\in C \quad (16)$$
$$TIME_c \le MaxT; \quad c\in C \quad (17)$$
$$Y_c \ge Y_{c+1}; \quad c < |C|,\ c,c+1\in C_p \quad (18)$$
$$TST_{c,v} = \sum_{p\in C_p}\sum_{\in Ff} DT_{c,p,f,v}{}^*DPF_{p,f}/VUT; \quad c\in C,\ v = 1 \quad (19)$$
$$TET_{c,v} = TST_{c,v} + \sum_{f\in F}\sum_{i\in I} LT_{c,f,i,v}{}^*DFI_{f,i}/VLT + \sum_{f\in F}\sum_{i\in I} UT_{c,f,i,v}{}^*DFI_{f,i}/VUT; \quad c\in C,\ v\in V \quad (20)$$
$$TET_{c,v-1} = TST_{c,v}; \quad c\in C,\ v > 1 \quad (21)$$
$$Y_c, DT_{c,p,f,v}, LT_{c,f,i,v}, UT_{c,f,i,v}, RT_{c,i,p,v} \in \{0,1\} \quad (22)$$
$$TET_{c,v}, TST_{c,v}, TIME_c \ge 0 \quad (23)$$

En donde: Y_c indica la utilización del camión c; $DT_{c,p,f,v}$ indica si el camión c parte desde p hacia f en el primer viaje; $LT_{c,f,i,v}$ determina si c realiza el trayecto con carga del viaje v que une f con i; $UT_{c,f,i,v}$ indica si c realiza el trayecto vacío del viaje v desde i a f para realizar un nuevo viaje; $RT_{c,i,p,v}$ representa la decisión si c retorna a p desde i en v. Todas las anteriores son variables binarias, mientras que $TIME_c$ es la variable continua positiva que determina el tiempo total de ruta de cada camión; $TST_{c,v}$ indica el tiempo de inicio del viaje v en el camión c; $TET_{c,v}$ indica el tiempo de finalización del viaje v en el camión c; y TCOST es la variable que representa el costo total de la operación de transporte (costos variables por kilómetro recorrido más costos fijos de utilización de camión). Los parámetros $DPF_{p,f}$, $DFI_{f,i}$ y $DPI_{p,i}$ representan la distancia (en kilómetros) entre los nodos respectivos, MaxT es el tiempo máximo de duración de la ruta realizada por cada camión, Tdesc es el tiempo de descarga en las industrias, CL y CU son los costos por kilómetro recorrido con y sin carga, respectivamente, y Ctruck es el costo fijo por utilización de camión. VLT y VUT son las velocidades medias (en kilómetros por hora) de viaje con y sin carga, respectivamente.

El objetivo es minimizar los costos totales de transporte, a saber: costo por kilómetros recorridos con y sin carga más los costos fijos por utilización del camión (1). Las restricciones (2) y (3) establecen que la cantidad de viajes cargados a enviar a las fábricas desde los frentes de cosecha no deben superar la materia prima disponible en los frentes pero han de satisfacer la demanda, respectivamente. En (4) y (5) se establece que cada viaje cargado es realizado a lo sumo una vez por c. Si c realiza algún primer viaje cargado v, entonces debe partir de p (6). De manera similar, si c se utiliza entonces necesariamente debe partir y regresar a su correspondiente p (7) y (8). En (9) a (11) se establece que si existe algún viaje cargado v asignado a c, entonces c debe utilizarse, y si se utiliza c entonces debe realizar al menos un viaje cargado de f a i. En (12) se determina la generación en orden creciente de los viajes de un camión. (13) establece que si c no realiza el viaje cargado v,

tampoco realiza el correspondiente viaje vacío. La restricción (14) obliga a realizar un viaje cargado desde f a ii si arribó un viaje vacío desde i a f. Luego de completar un viaje cargado, o bien se retorna a p o bien se realiza un viaje vacío hacia f para realizar otro viaje cargado (15). En (16) se establece que los c pertenecientes al mismo p se utilizan en orden creciente. Las restricciones (17) a (21) determinan el tiempo de utilización de c y los tiempos de inicio y finalización de viajes cargados.

B. Segunda instancia (E2): secuenciación de arribos de camiones en cada industria (MILP)

$$\min\ Z = \sum_{c\in C}\sum_{v\in V}\sum_{i\in I} CE * TE_{c,v,i} \quad (24)$$

s. a:

$$TA_{c,v,i} = TCAM_c + ARR_{c,i,v}; \qquad c,v,i \in S_{c,v,i},\ v = 1 \quad (25)$$

$$TI_{c,v,i} = TE_{c,v,i} + TA_{c,v,i}; \qquad c,v,i \in S_{c,v,i} \quad (26)$$

$$TF_{c,v,i} = TI_{c,v,i} + Tdesc; \qquad c,v,i \in S_{c,v,i} \quad (27)$$

$$TF_{c,v\text{-}1,ii} = TA_{c,v,i} - Ttras_{c,v\text{-}1,ii,i};\ c,v,i,ii \in PREC_{c,v,i,ii}, v>1 \quad (28)$$

$$TI_{c,v,i} + BigM*\left(1 - X_{c,v,cc,vv,i}\right) \geq TF_{cc,vv,i} \quad (29)$$

$$c,cc,v,vv,i \in S_{c,v,i},\ si\ \overline{\left((c = cc) \wedge (v = vv)\right)} = true$$

$$TI_{cc,vv,i} + BigM * X_{c,v,cc,vv,i} \geq TF_{c,v,i} \quad (30)$$

$$c,cc,v,vv,i \in S_{c,v,i},\ si\ \overline{\left((c = cc) \wedge (v = vv)\right)} = true$$

$$TF_{c,v,i} \leq Tcierre; \qquad c,v,i \in S_{c,v,i} \quad (31)$$

$$X_{c,v,cc,vv,i} \in \{0,1\} \quad (32)$$

$$TF_{c,v,i},\ TI_{c,v,i},\ TE_{c,v,i},\ TA_{c,v,i},\ TCAM_c \geq 0 \quad (33)$$

En donde $X_{c,v,cc,vv,i}$ es la variable binaria que indica si el camión c realiza el viaje v antes que cc realice vv en la misma planta i. Las variables continuas $TA_{c,v,i}$, $TI_{c,v,i}$, $TE_{c,v,i}$ y $TF_{c,v,i}$ representan los tiempos de arribo, de inicio de atención, de espera y de fin de atención del camión c en el viaje cargado v en la planta i, respectivamente. $TCAM_c$ representa el tiempo de inicio del camión c. Z representa el costo incurrido por la espera de los camiones para ser atendidos en cada fábrica. El parámetro $ARR_{c,v,i}$ representa el tiempo de traslado de c a i en el primer viaje, Tciere es el tiempo en que está disponible la industria, Tdesc es el tiempo de descarga en las industrias, $Ttras_{c,v,i,ii}$ representa el tiempo de traslado entre plantas visitadas sucesivamente por c comenzando en i con el viaje v, y BigM es un número grande.

El objetivo es minimizar el tiempo de espera incurrido por los camiones (24), basándose en los trayectos definidos en la etapa previa. (25) a (27) definen los tiempos de arribo de cada camión a cada industria. (28) exige que se respeten las precedencias determinadas en la primera instancia. (29) y (30) establecen las relaciones de presencia de camiones en fábricas. (31) obliga a que los camiones sean secuenciados dentro del tiempo en el que está disponible la industria.

IV. CASO DE ESTUDIO PROPUESTO Y RESULTADOS OBTENIDOS

En las tablas I y II se presentan las características del caso de estudio evaluado y se detallan los tiempos de resolución de las dos etapas, respectivamente. Ambos modelos fueron implementados y resueltos en el software GAMS versión 24.7.3, solver CPLEX versión 12.6.3.0., en una PC de escritorio Core i7, 3.6 GHz y 8 GB de memoria RAM.

TABLE I. RESULTADOS OBTENIDOS

#C [a]	#P	#F	#I (cargas) [b]	Tiempo CPU (seg)		#Variables (continuas/discretas)	
				E1	*E2*	*E1*	*E2*
30	2	10	i1(21) i2(19) i3(22)	1.15	165.27	211 / 6600	339 / 1224

[a] *Cantidad de camiones disponibles*

[b] *Demanda en cargas completas de cada industrias*

Se consideró un turno de 10 horas en cada planta. El resultado que se obtuvo fue la utilización de 21 camiones con un costo de transporte en la etapa 1 (E1) de $87640 y un tiempo de espera nulo en la etapa 2 (E2).

V. CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

En este artículo se presentó un enfoque jerárquico de resolución para el ruteo y secuenciación de camiones para la industria forestal. La potencialidad del enfoque propuesto radica en la posibilidad de resolver problemas de tamaño real en un tiempo de cómputo reducido.

Como trabajo a futuro se considerarán restricciones de secuenciación de arribos en los frentes de cosecha en la segunda instancia. Se analizará, además, la implementación del presente enfoque embebido en una metodología de resolución iterativa, como así también la aplicación de algoritmos heurísticos en la etapa de secuenciación.

REFERENCIAS

[1] P. Toth y D. Vigo, "Vehicle Routing". Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2014.

[2] K. Braekers, K. Ramaekers, e I. van Nieuwenhuyse, "The vehicle routing problem: State of the art classification and review". Computers & Industrial Engineering, vol. 99, pp. 300–313, 2016.

[3] J.-F. Audy, S. D'Amours, y M. Rönnqvist, "Planning methods and decision support systems in vehicle routing problems for timber transportation: A review". CIRRELT. Montreal, Canada, 2012.

[4] M. Rönnqvist, "Optimization in forestry". Math. Program., Ser. B, vol. 97, no. 1, pp. 267–284, 2003.

[5] N. El Hachemi, M. Gendreau, y L.-M. Rousseau, "A heuristic to solve the synchronized log-truck scheduling problem". Computers & Operations Research, vol. 40, no. 3, pp. 666–673, 2013.

[6] P. Flisberg, B. Lidén, y M. Rönnqvist, "A hybrid method based on linear programming and tabu search for routing of logging trucks". Computers & Operations Research, vol. 36, no. 4, pp. 1122–1144, 2009.

[7] M. Gronalt y P. Hirsch, "Log-truck scheduling with a tabu search strategy". Metaheuristics, pp. 65–88, 2007.

[8] J. F. Audy, N. El Hachemi, L. Michel, y L. M. Rousseau, Eds., "Solving a combined routing and scheduling problem in forestry". 2011.

Una solución MH basada en GRASP, para el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos con flota heterogénea

Felipe Tapia
Estudiante Ingeniería Civil Informática
Universidad Andrés Bello
Santiago de Chile, Chile
Email: f.tapiavera@uandresbello.edu

Gustavo Gatica
Dr. Ciencias de la Ingeniería
Universidad Andres Bello
Universidad de Santiago de Chile
Santiago de Chile, Chile
Email: ggatica@unab.cl

John W. Escobar
Dr. Investigación de Operaciones
Pontificia Universidad Javeriana de Cali
Santiago de Cali, Colombia
Email: jwescobar@javerianacali.edu.co

Mauricio Granada
Dr. Ingeniería
Universidad Técnica de Pereira
Pereira, Colombia
Email: magra@utp.edu.co

Rodrigo Linfati
Dr. Investigación de Operaciones
Universidad del Bío - Bío
Concepción, Chile
Email: rlinfati@ubiobio.cl

***Resumen*—Las compañías distribuidoras de productos, generalmente tienen diferentes depósitos para almacenamiento, además disponen de una flota heterogénea de vehículos que tienen costos asociados de operación, depreciación o mantención. El problema de Multi Depot Heterogeneous fleet Vehicle Routing Problem (MDHFVRP por sus siglas en ingles), es una generalización del MDVRP por ello es clasificado como NP-Hard, es decir encontrar una solución óptima en tiempo polinomial para problemas de mediana y alta complejidad es complejo, por ello se recurre a heurísticas para su solución y se comparará con 11 de las instancias en la literatura.**

I. Introduction

Las compañías distribuidoras de productos, generalmente tienen diferentes depósitos para almacenamiento, además disponen de una flota heterogénea de vehículos que tienen costos asociados de operación, depreciación o mantención. El MDHFVRP considera un número fijo de depósitos con localización conocida y capacidad ilimitada; un conjunto de clientes con localización y demanda conocida; número conocido de tipos de vehículos y con vehículos ilimitados de cada tipo; vehículos con capacidades conocidas y una suposición de los costos fijos como también el aumento del costo de operación por milla, esto dependerá del tipo de vehículo, el objetivo es construir rutas con coste operacional mínimo y fijo, además, cada cliente estará asignado a una única ruta; cada cliente recibirá su pedido por un único vehículo y recibirá el pedido en su totalidad en la misma ruta; cada vehículo realiza una única ruta y este debe empezar en un depósito y volver al mismo depósito; la capacidad de los diferentes vehículos no debe ser violada.

II. Revisión bibliográfica

Salhi y Sari [1], se propone una heurística multinivel para solucionar el problema de ruteo de Muti-deposito con flota heterogénea. El método en primera instancia utiliza una composición heurística denominada borderline customers, esta heurística busca crear soluciones factibles. En segunda instancia se realiza una estrategia de búsqueda local que vuelve infactible las soluciones para evitar caer en óptimos locales. Se realizan pruebas sobre instancias de hasta 360 clientes, y la cantidad de depósitos de estas instancias varían entre 2 y 9 con vehículos de 5 tipos diferentes. Los resultados obtenidos con esta solución igualan a las mejores soluciones reportadas en la literatura con un tiempo de computo mucho menor.

Xu et al [2], presentan una nueva formulación matemática para el problema MDHFVRP con ventanas de tiempo. El método involucra un algoritmo modificado de búsqueda en vecindario variable, junto con heurísticas de inserción e intercambio, con los cuales se busca un balance entre calidad de solución y tiempo. Este algoritmo es examinado en instancias de la literatura especializada, demostrando que la metodología propuesta es competitiva.

Salhi et al [3], presentan una implementación eficiente de una búsqueda en vecindad variable (VNS), la cual incorpora varias heurísticas de vecindad y de búsqueda loca. El método se basa en pre-procesamiento para identificar los borderline customers, luego un mecanismo para agregar y quitar rutas entre depósitos y una prueba para reducir las soluciones vecinas, esto permite disminuir el tiempo de computo en un 80 %, especialmente en instancias de gran tamaño.

Vidal et al [4], presentan una metodología basada en la programación dinámica para evaluar la eficientemente los vecindarios combinando movimientos basados en secuencias

con una elección óptima de vehículos y depósitos, también usan una estrategia denominada "Rotación" esta estrategia permite determinar de manera óptima el primer cliente que debe ser visitado en cada ruta. Gracias a este trabajo varias soluciones son encontradas para el MDVRP y MDHFVRP.

III. Modelo matemático

Matemáticamente el MDHFVRP con costos fijos y variables, puede ser formulado mediante el modelo de programación lineal entera mixta de cuatro índices presentado por Salhi et al [3], mediante las siguientes ecuaciones:

n: Número de clientes.
m: Número de depósitos.
q_i: Demanda del nodo i.
K: Número de tipos de vehículos.
Q_k: Capacidad del vehículo de tipo k.
F_k: Costo fijo del vehículo de tipo k.
α_k: Costo por unidad de distancia recorrida con el vehículo de tipo k.
D_{ij}: Distancia entre los nodos i y j.
X_{ijkd}: Variable binaria que toma el valor 1 si el vehículo de tipo k recorre el arco(i,j) desde el depósito d y 0 en caso contrario.
Y_{ij}: Variable que indica la carga total que permanece en el vehículo antes de visitar en nodo j.

$$Funcin\ objetivo\ Z = \sum_{d=n+1}^{n+m}\sum_{k=1}^{K} F_k \sum_{i=n+1}^{n+m}\sum_{j=1}^{n} X_{ijkd} + \sum_{d=n+1}^{n+m}\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{n+m}\sum_{j=1}^{n+m} \alpha_k D_{ij} X_{ijkd} \tag{1}$$

s.t

$$\sum_{d=n+1}^{n+m}\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{n+m} X_{ijkd}; j = 1, ..., n \tag{2}$$

$$\sum_{d=n+1}^{n+m}\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{n+m} X_{ijkd}; i = 1, ..., n \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{n+m} X_{ijkd} = \sum_{i=1}^{n+m} X_{jikd};\ k = 1, ..., K;\ j = 1, ..., n+m;\ d = n+1, ..., n+m \tag{4}$$

$$\sum_{i=n+1}^{n+m}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} = q_j \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{n+m} Y_{ij} - \sum_{i=1}^{n+m} Y_{ji} = q_j;\ j = 1, ..., n \tag{6}$$

$$Y_{ij} \leq \sum_{d=n+1}^{n+m}\sum_{k=1}^{K} Q_k X_{ijkd};\ i = 1, ..., n+m;\ j = 1, ..., n \tag{7}$$

$$X_{d_1 ikd_2} = 0;\ i = 1, ..., n;\ k = 1, ..., K;\ d_1 \neq d_2 = n+1, ..., n+m \tag{8}$$

$$X_{id_1 kd_2} = 0;\ i = 1, ..., n;\ k = 1, ..., K;\ d_1 \neq d_2 = n+1, ..., n+m \tag{9}$$

$$X_{ijkd} \in 0, 1;\ i, j = 1, ..., n+m;\ k = 1, ..., K;\ d = n+1, ..., n+m \tag{10}$$

$$Y_{ij} \geq 0;\ i, j = 1, ..., n+m \tag{11}$$

La ecuación (1) representa el costo total. El cual incluye costos fijos de los vehículos y el costo por unidad de distancia recorrida. Las ecuaciones (2) y (3) garantizan que cada cliente sea visitado una sola vez. La expresión (4) asegura la conservación de flujo. La restricción (5) muestra que la cantidad de carga que sale de todos los depósitos es exactamente igual a la demanda de todos los clientes y (6) garantiza que la cantidad de carga que permanece en el vehículo después de visitar el cliente j, es igual a la cantidad de carga antes de visitar este usuario menos su demanda. La restricción (7) asegura que la capacidad de cualquier vehículo usado no sea violada. Las ecuaciones (8) y (9) imponen que cada vehículo debe retornar al mismo depósito de donde salió. Finalmente, la ecuación (10) representa el conjunto de variables de decisión binarias y (11) representa el conjunto de variables continuas no negativas.

IV. Propuesta de solución

Se propone un algoritmo GRASP como técnica de solución para el MDHFVRP que consiste en cuatro etapas, la primera etapa es generar una lista de candidatos para cada depósito. En la segunda etapa, se procede a la creación de un viaje factible en términos de capacidad y distancia donde, la carga de cada ruta no excede la capacidad del vehículo con mayor tamaño disponible. Se consideran 5 tipos de vehículos para el problema, los cálculos de costos fijos, costos variables y capacidad para cada tipo de vehículo se calcula por:

Q_k: Capacidad del vehículo k.
Q^*: Capacidad del vehículo entregado por la instancia.

$$Q_k = (0{,}4 + 0{,}2k)Q^*$$

F_k: Costo fijo del vehículo de tipo k.
α_k: Costo por unidad de distancia recorrida con el vehículo de

tipo k.

$$F_k = 70 + 10k \tag{12}$$

$$\alpha_k = 0{,}7 + 0{,}1k \tag{13}$$

$$k \in 1, 2..., 5 \tag{14}$$

Además, se eliminan las rutas que tienen uno, dos o tres clientes, esto sin sobrepasar la demanda del vehículo con mayor capacidad.
En la tercera etapa se realiza búsqueda local, para esto se utilizan las heurísticas 2-opt, inserción, Shift(1,0), Swap(1,1), Swap(2,1) y Swap(2,2).
En la cuarta etapa se compara la función objetivo de la iteración GRASP actual con la mejor función objetivo encontrada en las iteraciones anteriores del GRASP, si existe mejora en la función objetivo esta se actualiza, y se vuelve a realizar el algoritmo hasta que se acaben las iteraciones del GRASP, luego de eso se escribirán las rutas finales con su respectiva función objetivo.

Algoritmo 1 Pseudocódigo del algoritmo propuesto

Entrada: Instancias MDVRP
Salida: Rutas MDHFVRP
Cargar instancias MDVRP
Calcular demanda de los K tipo de vehículos
Calcular F_k y α_k de los K tipo de vehículos
Crear lista de candidatos para cada depósito
mientras no ocurra la condición de término GRASP **hacer**
    mientras la solución no sea factible **hacer**
        Generar solución factible (Lista de candidatos)
        Eliminación de rutas con uno, dos y tres clientes
    fin mientras
    mientras no ocurra la condición de término para la búsqueda local **hacer**
        Movimiento aleatorio en las vecindades intra-rutas
        Movimiento aleatorio en las vecindades inter-rutas
        si hubo mejora en la solución **entonces**
            Reiniciar condición de término para la búsqueda local
        fin si
    fin mientras
    si solución actual es mejor que la anterior **entonces**
        Actualizar función objetivo
    fin si
fin mientras
Escribir solución final

V. Conclusion y trabajos futuros

Como etapa inicial se presenta un algoritmo que permite encontrar soluciones de buena calidad ya que son los candidatos que tiene más probabilidad de pertenecer a dicho depósito junto a un proceso de diversificación tratando de escapar de los óptimos locales ya que no siempre las soluciones iniciales son iguales a las de las iteraciones anteriores.

Para validad la metodología propuesta, 11 instancias de pruebas de la literatura especializada con tamaños entre 50 y 360 clientes, también con cantidad entre 2 y 9 depósitos. Los resultados obtenidos no se encuentran muy lejos de las mejores soluciones encontradas anteriormente, por lo que podemos ver la competitividad de este algoritmo.

Si bien los tiempos de cómputos son altos, a futuras mejoras del algoritmo y sus aplicaciones, se recomienda paralelizar ya que el beneficio de GRASP es que las iteraciones son independientes entre sí.

El modelo matematico se emplea para encontrar cotas superiores al modelo heurístico empleado.

GRASP no es muy popular para este tipo de problemas, pero podemos ver que en comparación con algunos algoritmos con los cuales se comparo este tiene mejores resultados, entonces se puede decir que esta meta-heuristica puede ser usada en futuros trabajos para diferentes tipos de problemas.

Referencias

[1] S. Salhi and M. Sari, "A multi-level composite heuristic for the multi-depot vehicle fleet mix problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 103, no. 95-112, 1997.

[2] L. W. Y. Xu and Y. Yang, *A new variable neighborhood search algorithm for the multi depot heterogeneous vehicle routing problem with time windows*, 2012, vol. 39, no. 289-296.

[3] A. I. S. Salhi and N. A. Wassan, *The multi-depot vehicle routing problem with heterogeneous vehicle feet*, 2013.

[4] M. G. T. Vidal, T. G. Crainic and C. Prins, *implicit depot assignments and rotations in vehicle routing heuristics*, 2014, vol. 237, no. 15-28.

Acknowledgment

Agradecimientos a Beca Alianza del Pacífico, por pasantía en la Universidad Tecnológica de Pereira el 2016. Además, este proyecto está financiado parcialmente por FONDECYT

A Mateheuristic for the Rapid Transit Network Design, Line Planning and Investment Integrated Problem

Alicia De-los-Santos
Department of Statistics, Operations Research and Econometry
Universidad de Córdoba, Spain
Email: aliciasantos@uco.es

David Canca
Departamento de Organizacón Industrial
Universidad de Sevilla, Spain
Email: dco@us.es

Gilbert Laporte
Canada Research Chair in Distribution Management,
HEC Móntreal, Montreal, Canada
Email: laporte@cirrelt.ca

Juan A. Mesa
Departamento de Matemática Aplicada II,
Universidad de Sevilla, Spain
Email: jmesa@us.es

***Abstract*—In this paper we consider a problem that integrates several steps of the Railway Rapid Transit Planning: Network Design, Line Planning and Fleet Assignment and Investment. The problem is strongly NP-hard, for which reason we apply a mateheuristics for solving medium and large-scale instances.**

I. Problem Description

Due to its complexity the Railway Planning process has been addresses as a sequence of stages. Knowing the demand patterns, usually given by an Origin-Destination matrix, the planning process starts with the Network Design Problem which consists in selecting from a potential or underlying network, a set of nodes (stations) and links connecting the nodes so that an objective function will be optimized. Common objective functions are: demand coverage, total cost, social welfare and total profit. The next step is Line Planning in which lines (origin, itinerary and destination) and frequencies are determined. For this step, passenger demand, operations costs, travel time and number of transfer, have been used as objective function. A related problem is the selection of the capacity of the trains, the number of carriages or the type of train. Following stages are: Timetabling, Rolling stock circulation and maintenance, Crew scheduling and rostering.

However, the sequential approach leads to suboptimal and sometimes very poor solutions. In order to improve the solutions given by the sequential approach, some efforts on the integration of the steps have been carried out during last years, for example: Network Design with Line Planning [1], [2], Line Planning and Timetabling [3], Train Scheduling and Rolling Stock maintenance [4].

In this paper we deal with the integration of Network Design, Line Planning and fleet assignment to the lines. The objective function is the profit, that is the difference between the the revenue and the total cost. This function includes the acquisition cost of the trains needed for the fleet assignment to the lines. The revenue includes the fare of the captured passengers plus the public subsidy per passenger which is very common in Rapid Transit. The total system cost includes the cost of constructing stations and links, the operating cost and the fleet acquisition cost.

We consider two levels. The upper level is the integrated Network Design and the part of Line Planning concerning the itinerary of the lines. This problem is solved by an Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS) procedure, and its output is a network of lines.

The lower level that receives the solution of the upper level is a Mixed Integer Linear Program for the problem of selecting the frequencies of the lines and the model of the trains. This problem also fix the proportion of passengers of each OD-pair that traverse each link and that transferring from one line to other in each multiple station. This problem is linearized and solved by state-of-the-art software. The train model, fleet assignment to the lines and the proportion of passengers are given data for solving the upper level in the subsequent step.

Then the combination of these two levels is repeatedly implemented until a stopping criterion is satisfied.

Regarding the ridership or number of captured passengers by the rapid transit, a logit model comparing the utility of the railway rapid transit with an alternative mode of transportation is applied. The modal split by the logit function is discretized in order to include in the Linear Integer Program.

Computational experiments are in progress resulting promising solutions in comparison with the alone application of the metaheuristic ALNS.

Acknowledgment

This research was partially supported by grant MTM2015-67706-P (MINECO(Spain)/FEDER, UE) and by Canadian Natural Science and Engineering Research Council under grant 2015-06189.

REFERENCES

[1] Canca, D., De-los-Santos, A., Laporte, G., Mesa, J.A., *A general rapid transit network design, line planning and fleet investment integrated model*, *Annals of Operations Research*, **246, 127–144, 2016.**

[2] Canca, D., De-los-Santos, A., Laporte, G., Mesa, J.A., *An adaptive neighborhood search metaheuristic for the integrated railway rapid transit network design, line planning and line planning problem*, *Computers and Operations Research*, **78, 1–14, 2017.**

[3] Schöbel, A. *An eingenmodel for iterative line planning, timetabling and vehicle scheduling in public transportation*, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **74, 348–365, 2017.**

[4] Luan, X., Miao, J., Meng, L., Corman, F., and Lodewijks, *Integrated optimization on train scheduling and preventive maintenance time slots planning*, *Transportation Research Part C: merging Technologies*, **80, 329–359, 2017.**

Session WA3
OR Models and Applications in Inventory Management - Production

---

- *Multi Stage Stochastic Optimization with decision-hazard-decision framework*; Ramirez Pico, Cristian David; Lara, Michel De.
- *Mejora en los tiempos de fabricación de módulos habitables mediante la construcción de mapas de valor simulados.*; Ayala Salgado, Fernando Andres; Riquelme Rodriguez, Juan Pablo; Loyola Pugin, Carlos Javier.
- *Simulación de un proceso de packing usando redes de colas*; Rivas Marchant, Mario Edgardo; Carvajal, Jonathan Eduardo.
- *Modelo de Costos de Ciclo de Vida basados en Actividades de la Gestión de Repuestos*; Duran, Orlando; Vidal, Javier; Afonso, Paulo Sergio.

Multi Stage Stochastic Optimization with decision-hazard-decision framework

Cristian David Ramírez Pico
Facultad de Ingeniería y Ciencias
Universidad Adolfo Ibañez
Santiago, Chile
Email: cramirezp@alumnos.uai.cl

Michel De Lara
CERMICS
École des Ponts ParisTech
Paris, France
Email: delara@cermics.enpc.fr

***Abstract*—Suppose you manage a dam every day during a year. At the beginning of the day, you decide how much of the current stock you will turbine; at the end of the day, rain comes and fills the dam. As it may happen that the dam overflows, the dynamics of the dam over one day will encompass a min term, due to the limitation of the dam total volume. Now, suppose that, at the end of the day, you are allowed a new decision, one that can take advantage of the observation of the rain. In that case, the dynamics of the dam over one day will enjoy a linear expression, as you decide of the possible overflow, thus making it possible for the water stock to always remain below the dam total volume. In this paper, we consider multi-stage stochastic optimization problems where a decision maker makes decisions before and after the uncertainty is revealed, the so-called *decision-hazard-decision* (DHD) framework. As linearity in the dynamics is easily achievable in DHD, we consider problems where convexity in the costs makes it possible to use Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP) to decompose the problem in time. It happens that, inside the loops of the SDDP algorithm, Two Stage Stochastic Problems (TSSP) arise. We propose a SDDP-PH algorithm thet combines SDDP with Progressive Hedging (PH). We present a case study for a supply chain management problem where orders are made before uncertainty is revealed, and sales after.**

I. Introduction

This project is working on implementation of a new resolution method for Multi Stage Stochastic Programs which have special futures. Initially, we focus on optimization problems where objective functions and constraints are convex, e.g. linear.

Thus, we propose our resolution method considering available algorithms as Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP), proposed by Pereira et. al [1] and Progressive Hedging (PH) developed by Rockafellar & Wets [2]. The decision's structure is based on some facts which happen in a certain time period $[t, t+1[$. At the beginning of the decision maker decides about some control variables, then the uncertainty its materialized and at the end of the time slot other new decisions are made. We clarify that controls the end of interval $[t, t+1[$ does not coincide with decisions at the beginning of the interval $[t+1, t+2[$. In particular, this structure is called decision-hazard-decision framework.

Classically, studies about stochastic optimization are focused on real-life applications of existing methods. On the other hand, theoretical development have been seeking for new adaptations and new resolution methods for Two-Stage (TSSP) and Multi Stage Stochastic Programs (MSSP), considering different features as boolean or integer variables, problems which involve risk aversion or even chance-constraints programs. Recently, we highlight new resolution method for TSSP by Song & Luedtke [4] where fist-stage decision variables can be integer. Also, Espinoza & Moreno [3] propose a methodology to solve problems where exists consideration for conditional value at risk (CVaR). Kleywegt et. al [5] give the foundations of Sample Average Approximation, which is a methodology based on Monte Carlo simulation for TSPP or even MSSP.

Problems with decision-hazard-decision framework can be tackled through Stochastic Dynamic Programming. Nonetheless, this approach falls easily in the curse of dimensionality. In our knowledge, there is not special algorithms developed to solve problems with decision-hazard-decision framework efficiently. From now on, we introduce mathematical notation and algorithm structure for our SDDP-PH proposal.

II. Optimization problem structure

We outline the main ingredients to formulate the class of optimization problems we will focus on.

A. Notations

We introduce a finite and known time span

$$\overline{\mathbb{T}} = \{t_0, t_0+1, \ldots, T-1, T\} \, .$$

We consider the period $[t, t+1[$ as a time slot wherein both decisions and stochasticity occur with the following chronology of events:

1) **At the beginning** of the interval $[t, t+1[$, we observe a state variable;
2) **Immediately after**, we set the value of the (wait) control variable;
3) Stochasticity comes **during** the interval $[t, t+1[$ and materializes at the end;
4) **At the end** of the interval $[t, t+1[$, we set the value of the (see) control variable.

Variables materialized at the beginning of the interval $[t, t+1[$ bear the index t; variables materialized at the end of the interval $[t, t+1[$ bear the index $t+1$.

1) Decision variables:

- $\mathbf{U}_t$ are controls at the beginning of the interval $[t, t+1[$
- $\mathbf{U}^+_{t+1}$ are controls during or at the end of the interval $[t, t+1[$.

2) Uncertainty: We define the uncertainty as a stochastic process, measurable with respect to probability space $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, and denoted by $(\mathbf{W}_t)_{t\in\overline{\mathbb{T}}}$.

In addition, a *Scenario* is a sequence:

$$\mathbf{W}(\cdot) := (\mathbf{W}_{t_0+1}, \mathbf{W}_{t_0+2}, \ldots, \mathbf{W}_T). \tag{1}$$

Also, we introduce

$$\mathcal{F}_t = \sigma\left(\mathbf{W}_{t_0+1}, \mathbf{W}_{t_0+2}, \ldots, \mathbf{W}_t\right), \tag{2}$$

as the σ-field generated by the stochastic process between the periods $\{t_0, t_0+1, \ldots, t\} \in \overline{\mathbb{T}}$

a) White noise assumption: In order to apply SDDP algorithm we introduce some key assumptions about our stochastic process

- the random variables $(\mathbf{W}_{t_0+1}, \mathbf{W}_{t_0+2}, \ldots, \mathbf{W}_T)$ are independent between them.
- the following marginal distributions describe the behavior of the demand over the set $\mathbb{W}$:

$$\mathbb{P}\{\mathbf{W}_t = w\} = \xi_{tw}, \tag{3}$$

we must note that random variables are independent, but not necessarily identically distributed.

3) Dynamics: The state at time $t+1$ of the system is a function of states, controls and stochasticity during the interval $[t, t+1[$

$$\mathbf{X}_{t+1} = f_t(\mathbf{X}_t, \mathbf{U}_t, \mathbf{U}^+_{t+1}, \mathbf{W}_t) \quad \forall\, t \in \mathbb{T}. \tag{4}$$

B. Optimization problem using dynamic programming equations

Here, we show the structure of our linear stochastic optimization problem using the Bellman function and taking advantage of the stagewise independence of noise

$$V_T(x) = K(x), \tag{5a}$$

$$\hat{V}_t(x,u,w) = \max_{u^+_{t+1}\in\mathbb{U}^{ad}_A} \Big[L_t(x, u_t, u^+_{t+1}, w) + V_{t+1}\circ f_t(x, u_t, u^+_{t+1}, w)\Big], \tag{5b}$$

$$V_t(x) = \max_{u_t\in\mathbb{U}^{ad}_B} \mathbb{E}\left(\hat{V}_t(x, u_t, \mathbf{W}_{t+1})\right), \tag{5c}$$

where $L_t(x, u_t, u^+_{t+1}, w)$ represents the objective function at time t, $\mathbb{U}^{ad}_A$ and $\mathbb{U}^{ad}_B$ are sets of linear constraints, and $K(x)$ is the final value of state(stock) at the time horizon T.

Here, we manage two different value functions. However, we can write our value function in a reduced form as follows

$$V_T(x) = K(x), \tag{6a}$$

$$V_t(x) = \max_{u_t\in\mathbb{U}^{ad}_B} \mathbb{E}\left(\max_{u^+_{t+1}\in\mathbb{U}^{ad}_A} L_t(x_t, u_t, u^+_{t+1}, w_{t+1}) + V_{t+1}\circ f_t(x_t, u_t, u^+_{t+1})\right) \tag{6b}$$

The equation (6b) is in fact a two stage stochastic program what can be written as

$$V_t(s) = \max_{u_t,\ u^{+w}_{t+1,}\in\mathbb{U}^{ad}} \sum_{w\in\mathbb{W}} \xi_w \Big[L_t(s_t, u_t, u^{+_w}_{t+1,}, w_{t+1}) + V_{t+1}\circ f_t(s_t, u_t, u^{+_w}_{t+1})\Big], \tag{7}$$

where $\mathbb{U}^{ad} = \mathbb{U}^{ad}_B \cap \mathbb{U}^{ad}_A$.

III. Method presentation

In this section, we introduce the method generalities, including pseudo-codes and stopping rule for algorithms. For simplicity, we present a brief summary of the proposal, avoiding detailed theoretical explanations.

A. Foundations

- **SDDP:** This method is based on the utilization of duality theory to build cuts, for the convex value function, in a stochastic case when the model is decomposed stage by stage, as was shown by [6] and [7]. At each iteration the value function $V_t(x)$ is approximated using the cuts built till step k.
- **PH:** Progressive Hedging is also a resolution method for large scale optimization as TSSP, where a second stage decision depends of the first one. The algorithm allows to make different decisions at first stage rather than only one, and step by step all those first decision are forced to converge the same result. For a detailed explanation [8] can be consulted. We present the pseudo-code of the algorithm in Algortihm 2

B. Algorithm pseudo-code

For SDDP we build the approximation of our value function $(\hat{V}^{(k)}_t(x))$ using a very general pseudo-code as in Algorithm 1. Moreover, PH implementation is used solving problems which arise into SDDP Algorithm 1, Progressive Hedging pseudo-code is presented in Algorithm 2.

Stopping rule: Defining upper and lower bound we can get the stopping rule of our algorithm, we use the proposal presented by De Lara et. al [7].

Lower bound, for the approximation as step k is given by $\check{V}^{(k)}_0(s_0)$. On the other, hand, the upper bound is a more complicated to calculate. We do a Monte-Carlo simulation and computing the expected cost $(\hat{m}^{(k)}_n)$ and its respective standard deviation e_n, a confidence interval is built with $\alpha\%$ significant level $\left[\hat{m}^{(k)}_n - e_n, \hat{m}^{(k)}_n + e_n\right]$.

Finally, for the stopping rule, we choose an a priori error $\epsilon > 0$ and stop the algorithm when the upper bound $\hat{m}_n^{(k)} + e_n$ of the confidence interval, built as in the previous paragraph, is smaller than ϵ above the exact lower bound $\check{V}_0^{(k)}(s_0)$. In that way, we have a chance of $1-\alpha$ that the approximate policy given by the algorithm yields a value less than ϵ over the optimal value.

input : Discretized states and time span. An initial stock, Linear L_t function, A finite number of realizations of $\mathbf{W}$ into $\mathbb{W}$
output: The approximated Value Function $\check{V}_t(x)$ at each period and each state

begin
  Generate L initial cuts $\check{V}_t(x)$ of $V_t(x)$ (Backward phase)
  for *cuts* $\ell = 1$ *to* L **do**
    for *time* $t = T$ **to** t_0 **step** -1 **do**
      Solve the problem (7) with a PH implementation as 2
      Build a new cut using optimal solution and dual variables of some constraints $\check{V}_t^{(k+1)}(x) = \max\left\{\check{V}_t^{(k)}(x), \textit{new cut}\right\}$
    end
  end
  while ***Stopping rule*** *is not reached* **do**
    Forward phase
    for *time* $t = t_0$ **to** T **do**
      Generate a random scenario
      Define a state trajectory solving a comb formulation of the problem (7) by PH 2
      Use function of dynamics to define the states trajectory
    end
    Backward phase
    Using trajectory $(x_t^{(k)})_{t=t_0,\dots,T}$ obtained in forward phase
    for *time* $t = T$ **to** t_0 **step** -1 **do**
      Generate new cuts solving (7) by Algorithm 2 implementation in order to improve the lower approximation of the value function as $\check{V}_t^{(k+1)}(x) = \max\left\{\check{V}_t^{(k)}(x), \textit{new cut}\right\}$
    end
    Check the ***stopping rule*** for the algorithm
  end
end

Algorithm 1: Stochastic Dual Dynamic Programming with Progressive Hedging implementation

IV. Conclusion

We are proposing a new resolution method that allows us to overcome the "curse of dimensionality" in [9], a mix between SDDP and Progressive Hedging (SDDP-PH) is posed to study frameworks of decision-hazard-decision structure.

input : A well defined penalty r, initial multipliers $\left\{\Lambda_w^{(0)}\right\}_{w\in\mathbb{W}}$, discretized set $\mathbf{W}_t$ into $\mathbb{W}$
output: Optimal first decision u_t

begin
  repeat
    for *uncertainty* $w \in \mathbb{W}$ **do**
      Solve the TSSP decomposed as a comb for each scenario w (Deterministic problem)
      Obtain the optimal decision $u_t^{w(\underline{k}+1)}$;
    end
    Update the mean of first stage decisions
    $$\overline{u}_t^{w(\underline{k})} = \sum_{w\in\mathbb{W}} \xi_w u_t^{w(k+1)};$$
    Update the multiplier of the measurability penalization using
    $$\Lambda_w^{(k+1)} = \Lambda_w^{(k)} + r\left(u_t^{w(k+1)} - \overline{u}_t^{w(\underline{k})}\right), \forall\, w \in \mathbb{W};$$
  until $u_t^{w(\underline{k}+1)} - \sum_{w'\in\mathbb{W}} \xi_{w'} u^{w(\underline{k}+1)} = 0,\ \forall\ w \in \mathbb{W}$;
end

Algorithm 2: Progressive Hedging implementation into SDDP

Currently, implementations of our proposal in Algorithm 1 are being conducted to measure its performance in high dimension problems.

Further research could be conducted solving the TSSP into the problem (5) with other resolution methods, seeking for further improve of algorithm's efficiency.

References

[1] Pereira, M. V., & Pinto, L. M. (1991). Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. Mathematical programming, 52(1-3), 359-375.

[2] Rockafellar, R. T., & Wets, R. J. B. (1991). Scenarios and policy aggregation in optimization under uncertainty. Mathematics of operations research, 16(1), 119-147.

[3] Espinoza, D., & Moreno, E. (2014). *A primal-dual aggregation algorithm for minimizing conditional value-at-risk in linear programs*. Computational Optimization and Applications, 59(3), 617-638.

[4] Song, Y., & Luedtke, J. (2015). *An adaptive partition-based approach for solving two-stage stochastic programs with fixed recourse*. SIAM Journal on Optimization, 25(3), 1344-1367.

[5] Kleywegt, A. J., Shapiro, A., & Homem-de-Mello, T. (2002). *The sample average approximation method for stochastic discrete optimization*. SIAM Journal on Optimization, 12(2), 479-502.

[6] Pereira, M. V., & Pinto, L. M. (1991). *Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning*. Mathematical programming, 52(1-3), 359-375.

[7] De Lara, M., Carpentier, P., Chancelier, J. P., & Leclere, V. (2014). *Optimization methods for the smart grid. Report commissioned by the Conseil Français de l'Énergie, École des Ponts ParisTech.*

[8] Wets, Roger J-B., June (2012), *Lecture notes in Aggregation Principle in Stochastic Optimization* Available at: http://cermics.enpc.fr/~delara/TEACHING/CEA-EDF-INRIA_2012/Roger_Wets4.pdf.

[9] Bellman, R. (2013). *Dynamic programming*. Courier Corporation.

Mejora en los tiempos de fabricación de módulos habitables mediante la construcción de mapas de valor simulados.

Caso de estudio en empresa Co-ol Ltda

Fernando Ayala Salgado/Juan Riquelme Rodriguez
Departamento de Ingeniería Civil Industrial
Universidad Católica del Norte
Antofagasta, Chile.
fayala@ucn.cl

Carlos Javier Loyola Pugin
Co-ol Ltda.
Antofagasta, Chile
cloyola@co-ol.cl

***Abstract*—Las técnicas modernas de construcción "Off-Site" han evolucionado desde paneles bidimensionales utilizados principalmente en casas pre-fabricadas hacia estructuras tridimensionales modulares, que permiten disminuir considerablemente los tiempos asociados a las labores realizadas "On-Site". Las nuevas técnicas permiten consolidar en obra los distintos módulos que componen una edificación, los cuales salen desde la fábrica con un alto grado de terminación (sobre el 95%), restando sólo la unión de estos mediante esquemas y técnicas pre-determinadas y acordes al diseño global de un proyecto.**

Los beneficios económicos y los ahorros de tiempos asociados al utilizar sistemas industriales de construcción modular IBSMS[1] dejan de ser atractivos para los clientes si es que los tiempos de fabricación igualan o llegan a niveles similares a la construcción "On-Site", por lo que es fundamental contar con herramientas de medición que permitan controlar de manera integral el proceso de manufactura.

Keywords — construcciones modulares; contenedores marítimos; campamentos modulares; IBSMS; VSM.

I. INTRODUCCIÓN

La fabricación de IBSMS, se ajusta a las necesidades específicas de cada cliente, los módulos se construyen en base a una estructura ensamblada mediante diferentes perfiles de acero soldados entre sí. Para un módulo prefabricado, el revestimiento exterior, interior, pintura, equipamiento y confort obedecen a los requerimientos del cliente, además su construcción debe cumplir con lo establecido en las diferentes Normas Chilenas de Construcción[1]. Sin perjuicio de lo anterior, todo proyecto modular cuenta con al menos cinco etapas o especialidades que intervienen en dicho proceso, cuales son: Fabricación de la estructura en acero, sellado y pintado, electricidad, carpintería, gasfitería, y en forma paralela, se controla el cumplimiento de las tareas involucradas en las distintas fases, a lo largo de todo el ciclo de construcción.

El presente estudio comienza con la construcción de mapas de procesos y con los diagramas de precedencia[7] para identificar la ruta crítica, despues se recopila la información estadistica desde los sistemas de información de la empresa y se ajustan las curvas de probabilidad asociadas a los tiempos de cada una de las tareas[3]. La información anterior se utiliza para construir el VSM, después se utilizan técnicas de simulación para generar escenarios ficticios cuyo objetivo es obtener los datos estadísticos necesarios para construir los VSM asociados a distintas configuraciones de planta[4,8], con el objetivo de mejorar los tiempos de fabricación.

Diversos artículos hallados en la literatura [2,5,6] mencionan los beneficios de aplicar VSM como una herramienta de manufactura esbelta aplicada en líneas de ensamblaje, este estudio, a diferencia de los antes mencionados, analiza la implementación del VSM en ISBSM para una planta que cuenta solamente con una celda de manufactura, es decir, la fabricación comienza y termina en el mismo lugar. La fábrica tiene restricciones de espacio, lo que impide establecer líneas de producción. En este contexto, el movimiento de materiales y tecnicos de distintas especialidades, se realiza desde las instalaciones y bodegas hasta el módulo que se encuentra en proceso.

[1] Industrialized Building System Modular System

REFERENCIAS

[1] Normas Chilenas NCh 200-203, 223, 283, 350-352, 380, 381, 398, 427, 431, 432, 476, 700, 712, 849, 935, 1007, 1071, 1079, 1515, 1909, 1928, 1972, 1974, 1989, 2001, 2012, 2015, 2077(ISO 7176/1), 2123, 2251, 2457, 2556, 2785, 2786.

[2] Muhamad Faiz Musaa, Mohammad Fadhil Mohammada, Mohd Reeza Yusofa, Rofizlan Ahmada, "Industrialised Building System Modular System (IBSMS) Organisational Readiness Framework," Procedia - Social and Behavioral Sciences 222, Junio 2016, pp.83 – 92.

[3] Sang Hyeok Han, Mohamed Al-Hussein, Saad Al-Jibouri, Haitao Yu,

Sponsor/s; CO-OL Ltda., Universidad Católica del Norte
"Automated post-simulation visualization of modular building

production assembly line," Automation in Construction 21, 2012, pp. 229–236.

[4] Gholamreza Heravi, Mohammad Firoozi, "Production process improvement of buildings' prefabricated steel frames using value stream mapping," Int J Adv Manuf Technol 89, 2017, pp.3307–3321.

[5] Muhamad Faiz Musa, Mohd Reeza Yusof, Noor Sahidah Samsudin, Faridah Muhamad Halil, "The Industrialised Building System Modular System (IBSMS) Framework," Enviroment - Behaviour Proceeding Journal, 2(5), March 2017, pp.105-113.

[6] Muhamad Faiz Musa, Mohd Reeza Yusof, Mohammad Fadhil Mohammad, Noor Sahidah Samsudin, "Towards the adoption of modular construction and prefabrication in the construction enviroment: A case study in Malaysia," ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, vol. 11, nº 13, July 2016, pp.8122-8131.

[7] Mahdi Nasereddin, Michael A. Mullens, Dayana Cope, "Automated simulator development: A strategy for modeling modular housing production," Automation in Construction 16, 2007, pp.212–223.

[8] Haitao Yu, Mohamed Al-Hussein, "Lean Transformation in a Modular Building Company: A Case for Implementation," Journal of Management in Engineering, 29(1), 2013, pp.103-111.

Simulación del proceso de packing de frutas usando redes de colas

Mario Rivas Marchant
Departamento de ingeniería industrial.
Universidad de Talca
Chile
mrivasm@utalca.cl

Jonathan Moya Carvajal
Ingeniero de proyectos
Universidad de Talca
Chile
jmoyac@alumnos.utalca.cl

***Abstract*—En este trabajo se muestra el diseño y análisis de un modelo de simulación para un proceso agroindustrial usando una estructura similar a una Red de Jackson. La finalidad de este enfoque es validar su aplicación en el estudio de sistemas reales y de la construcción de modelos para la gestión y optimización de los procesos involucrados en procesos agroindustriales. Se comienza estableciendo la base teórica que sustenta la fundamentación de los procedimientos y la metodología propuesta para el desarrollo de esta investigación.**

La metodología empleada corresponde a la propuesta realizada por varios autores [1]la cual considera desde la obtención y análisis de datos hasta la evaluación de escenarios, con sus respectivos resultados, para evaluar los cambios que se producen determinando indicadores de gestión. En este caso, el sistema estudiado corresponde a una empresa de packing y exportación de manzanas de la región del Maule, Chile. El diseño de este sistema se abordará como una red de colas siguiendo la idea de una red de Jackson por las características de los procesos que la constituyen, básicamente flujos bidireccionales y reprocesos que afectan al comportamiento del sistema.

Los escenarios planteados consideran cambios en la dotación del personal y en los porcentajes de calidad admitidos en los procesos de revisión. En definitiva, el sistema simulado permite evaluar rendimientos, considerando la importancia que la empresa de a la calidad de sus productos en procesos intermedios y de salida, o bien, al costo marginal de su producto, al aumentar o disminuir su dotación de personal. Para ello se evaluaron probabilidades de estado para distintos tipos de calidades y variedades de manzana, así como también, se muestreó el procedimiento de trabajo del personal involucrado en los procesos.

La validación del modelo se desarrolló mediante la aplicación de la metodología "Validating Input–Ouput transformations", método propuesto por [2]. El método utilizado considera la comparación de los resultados del modelo de simulación con respecto a resultados del sistema actual registrados en un periodo de tiempo similar. Luego mediante una prueba estadística t de student se comprueba la hipótesis de que los resultados obtenidos son entre si estadísticamente similares y, por ende, el modelo tiene una cercanía aceptable respecto a la realidad. El modelo se implementó en una versión estudiantíl del software Arena disponible en la web

Keywords— Simulación, redes de colas, packing, Simulación de eventos discretos.

I. INTRODUCCIÓN

La simulación en procesos industriales, tal como el que se estudia en este documento, es una herramienta informática basada en el modelamiento de eventos discretos, que permite crear modelos dinámicos de procesos de fabricación o de un sistema logístico entre otros. Permite también comprobar, mediante el modelado de sistemas, hipótesis anteriormente fundadas, analizando también las consecuencias y efectos de las mismas antes de implementarlas en la vida real. Obteniendo una reducción de los costos asociados a la experimentación en el sistema real, disminuyendo también la ocurrencia de errores

El presente documento contiene el estudio del comportamiento y modelación de un sistema productivo, más precisamente, de un proceso de packing de manzanas, el que consiste en seleccionar y embalar, manzanas de exportación para, posteriormente ser comercializadas en países diferentes al origen de la fruta.

El sistema estudiado corresponde a una empresa de la séptima región de Chile quien junto con producir y cosechar las manzanas que exporta, se encarga de empacarlas y transportarlas a su destino final, encargándose de prácticamente todo el proceso logístico de producción y venta de sus productos.

La empresa produce y comercializa distintas variedades de manzanas a diversos clientes nacionales e internacionales. El proceso de packing difiere, en cierta medida, dependiendo del tipo de producto que se está embalando. Los clientes también poseen exigencias de calidad que varían los tiempos de proceso y la dificultad del embalaje.

II. METODOLOGÍA DE LA SIMULACIÓN

A. Formulación del problema.

La investigación se desarrolló con motivo de identificar y analizar las fuentes deficiencias que presentaba el proceso de packing de una empresa exportadora de manzanas, que resultaba en parada frecuente de la línea productiva por sobrepaso de la capacidad de los procesos manuales y diferencias evidentes en los volúmenes de producción durante los días de la semana.

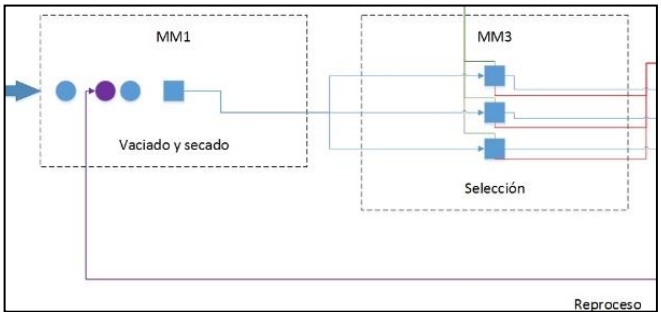


Figura 1: Extracto del diagrama de red de colas que caracteriza el sistema en estudio

B. Modelo conceptual.

Con el fin de facilitar la comprensión del sistema que se estudia y que se pretende modelar, se desarrolló un modelo conceptual representado mediante un diagrama de proceso que muestra las interacciones entre los procesos y subprocesos que componen el sistema, así como también los flujos de datos e información que deberán ser ingresada al modelo una vez que se realice la simulación.

C. Colección de datos.

La obtención de datos para el desarrollo de este documento consistió en el análisis de reportes diarios de producción, correspondientes a los meses marzo a octubre del año 2012, durante los cuales la planta está dedicada a la selección y embalado de manzanas de temporada.

Dadas las características de los datos, éstos presentan estratificación, es decir, se agrupan en estratos diferenciados pero que contienen datos homogéneos. La estratificación que presentan los datos está condicionada de acuerdo a los siguientes estratos: tipo de línea, tipo de calibre, tipo de empaque, turno, variedad y cliente.

Estos registros contienen información respecto a la cantidad de manzanas fueron alimentadas al proceso, por cada turno, entregando el detalle de la variedad a la cual pertenecen y el calibre que estas poseen. Además, se registra el porcentaje de la producción que fue destinado para ser exportado y cual fue destinado para comercio nacional, bajo la calidad "comercial".

D. Traducción del modelo

El sistema en estudio fue simulado modelado mediante un software de simulación, tomando como base el modelo lógico conceptual del proceso, antes descrito.

Tabla 1. DATOS OBTENIDOS DE LOS REGISTROS DE PRODUCCIÓN, REFERENTES A LA DISTRIBUCIÓN DE CALIDAD COMERCIAL POR VARIEDAD DE MANZANA

Variedad	Bins vaciados promedio	Kilogramos vaciados promedio	Kilogramos promedio por bins	Porcentaje de fruta comercial
Fuji	205	79.237	365	46%
Royal Gala	184	66.007	359	20%
Granny Smith	221	75.812	352	31%
Roja	229	80.729	353	19%

La otra parte es una representación gráfica del modelo, que tiene por objetivo ofrecer al investigador una maqueta en dos dimensiones del sistema modelado, con el fin de ver en tiempo real el desarrollo de los procesos productivos, así como también, la variación de los parámetros inicialmente definidos, en consecuencia, de la ocurrencia de reprocesos o mejor dicho, reingreso de productos ya procesados pero con un nivel de calidad no compatible con los estándares comerciales internacionales.

E. Validación del modelo

La validación de un modelo de simulación es una de las etapas de mayor importancia en todo el proceso. Es la que permite comprobar el nivel de cercanía que presenta el modelo al sistema real que se está estudiando, uno de los objetivos definidos anteriormente.

Existen diversos métodos de validación, entre ellos, difieren en su complejidad y alcances que cada uno ofrece.

En el texto "*Handbook of Statical Methods for Engineer and Scientist"* se proponen algunos métodos para llevar a cabo esta tarea. Por ejemplo [1] proponen un método de validación denominado "Face Validity" argumentando que un modelo debe ser juzgado por su apariencia, para ello es necesario que un experto en el sistema real que se está simulando, analice la composición del modelo desde sus relaciones matemáticas hasta el modelo conceptual que lo caracteriza, para de esta manera, detectar errores inmediatamente, generando un algoritmo recursivo de detección y corrección de errores.

Validating Input – Output transformations Es otro método propuesto por [2] en el mismo documento, indica que la validación debe desarrollarse como un análisis de sensibilidad de las variables críticas del sistema, considerando al modelo como una función que transforma ciertos parámetros de entrada en datos de salida medibles.

En el texto indica que el principio básico de este método consiste en hacer una comparación de los datos de salida de del modelo operativos, con respecto a los datos de salida registrados en el sistema real.

La comparación se lleva a cabo mediante un test "t" que permitirá comprobar hipótesis acerca de la similitud de tales datos.

Para efectos de este documento se considerará este último método para la validación del modelo de simulación.

Tabla 4. DATOS OBTENIDOS DE SIMULACIONES RESPECTO A LA CANTIDAD DE KILOGRAMOS DE MANZANAS ROYAL GALA PROCESADOS

Kilogramos de manzana RG en modelo de simulación			
66.424	67.507	66.424	67.507
65.341	65.702	66.063	m66.063
66.785	66.785	66.785	67.868
66.785	66.785	64.258	66.063
65.702	66.036	66.063	65.702

Con la información contenida en la tabla N°4 se procederá a hacer comparativas con el sistema que permitan validar el modelo de simulación siguiendo los siguientes pasos:

- Planteamiento de una hipótesis Nula

Dado que lo que se desea comprobar es la similitud de las salidas del sistema versus las del modelo de simulación, se supondrá que es cierto y se realizará un test T de medias, donde las hipótesis se configuran como sigue:

$$H_0: \mu(modelo) = \mu(real)$$

$$H_1: \mu(modelo) \neq \mu(real)$$

Siendo *Ho* la hipótesis nula que indica que la media de los kilogramos procesados de manzana en el modelo es estadísticamente similar a la media de los datos generados mediante el modelo de simulación. La hipótesis alternativa *H1* indica lo contrario.

- Calcular el estadístico de prueba

El estadístico de prueba es el parámetro que permite corroborar la veracidad o falsedad de la hipótesis identificando sui su valor forma parte o no de la región critica de aceptación.

$$t_0^* = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad (1)$$

Con:

$\overline{X}_1$ = 66.107 (Calculado según datos de producción del año 2012)
$\overline{X}_2$ = 66.332 (Calculado a partir de datos simulados con el modelo)

S_1 = 9.282
S_2 = 827
n_1 = 22
n_2 = 20

El valor critico de $t0*$ es $t0*$= 0.113446

Los grados de libertad que permiten determinar qué valor de la tabla T- Student, será utilizado para corroborar la hipótesis nula y validar el modelo de simulación para la variedad Royal Gala. Para ello se hace uso de la siguiente fórmula:

$$v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\left(\frac{S_1^2/n_1}{n_1 + 1}\right)^2 + \left(\frac{S_2^2/n_2}{n_2 + 1}\right)^2} - 2 \quad (2)$$

Reemplazando los valores en la fórmula anterior, es posible obtener determinar el número de grados de libertad que tendrá el estimador obtenido desde la tabla T- Student ubicada en el apartado de anexos.

III. DISEÑO DE EXPERIMENTOS

Una vez validado el modelo, se desarrollaron experimentos modificando algunos parámetros de diseño del modelo, por ejemplo, se consideró el aumento de la velocidad de las cintas en un 30% respecto a la del sistema actual. También se evaluaron escenarios de incremento de velocidad de la cinta junto con el aumento de la dotación de personal en procesos manuales críticos, entre otros escenarios. La tabla 5 presenta algunos de los escenarios planteados y los resultados obtenidos de tales experimentos.

Tabla 5. RESULTADOS PROMEDIO DE CORRIDAS DE SIMULACIÓN PARA LOS DIFERENTES EXPERIMENTOS DESARROLLADOS.

	Porcentaje de calidad	Bins re-procesados	Porcentaje de frutas revisadas	Cajas C1	Cajas C2
Situación actual	0.901	3	0.990	425	332
Aumento velocidad (30%)	0.838	4	0.970	566	384
Aumento velocidad (30%) y dotación	0.867	3	0.961	665	406

IV. CONCLUSIONES.

Los procesos manuales son en definitiva los que generan más ineficiencias en el proceso. Los procesos automatizados son más confiables desde el punto de vista de tener una capacidad más estable. No obstante, los sistemas automatizados de selección de frutas no son los suficientemente certeros para compararlos directamente con la capacidad del ojo humano. Queda claro que los procesos de selección de manzanas y confección de cajas con manzanas son los procesos más críticos y que tienen directa influencia con la calidad del producto final y en la necesidad de reprocesar cajas de manzanas.

V. REFERENCIAS

[1] Naylor y Finger, 1967.

[2] J. Banks, D. Goldsman y J. S. Carson, Discrete Event Computer Simulation.

Modelo de Costos de Ciclo de Vida basados en Actividades de la Gestión de Repuestos

Orlando Durán, Javier Vidal
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Quilpué, Chile
orlando.duran@pucv.cl; javiervidalfort@gmail.com

Paulo Sergio Afonso
DPS, Universidade do Minho, acronyms acceptable
Guimaraes, Portugal
psafonso@dps.uminho.pt

***Abstract*—El costeo de ciclo de vida es una técnica de apoyo al proceso de toma de decisiones que permite a los gestores decidir por diferentes estrategias para un Sistema productivo en términos de su estructura, organización y de la logística que soporta las operaciones. Entre diferentes técnicas utilizadas para dichas estimaciones, está el costeo basado en actividades. Como dicho anteriormente, la logística es un ámbito donde se deben tomar decisiones de diseño que pueden resultar ser cruciales en el desarrollo de cualquier sistema productivo. Conforme el valor de los activos físicos utilizados es mayor, se aprecia la misma tendencia en el uso de repuestos. Algunos trabajos reportan que los niveles de costos relativos a la gestión de repuestos puede llegar a ser 5 veces mayor que los costos de un equipo a lo largo de su vida útil. Este trabajo propone un modelo de gestión de costos de ciclo de vida basado en actividades para la gestión logística de repuestos no reparables. A través del modelos se pueden establecer actividades de estimación, simulación y optimización. Se presenta el modelo y, al final de este trabajo, se muestra un estudio de caso como validación de su utilidad.**

Keywords— Costo de Ciclo de Vida, Costos Basados en Actividades, Gestión de repuestos.

I. INTRODUCCION

La gestión de repuestos constituye un elemento fundamental en la gestión de activos físicos y del mantenimiento. Se estima que el costo de mantenimiento de activos de alto valor puede llegar al 40% del valor total del activo, y los costos de gestión de sus repuestos pueden llegar al 50% de ese costo. Por otro lado, los costos totales de ciclo de vida de un activo físico pueden llegar a ser de 10 a 100 veces superiores al costo del activo en cuestión. De ahí se desprende la importancia de llegar a estimaciones precisas de dichos costos. A través del costeo del ciclo de vida, los gestores de repuestos pueden decidir sobre estrategias óptimas para la gestión del abastecimiento, la definición de estrategias de inventarios y modelos de control y reabastecimiento. Este trabajo propone un modelo de costos de ciclo de vida basado en actividades para la gestión logística de repuestos no reparables.

II. MARCO DE REFERENCIA

A. Ciclo de Vida

Todo sistema o equipamiento productivo pasa durante su ciclo de vida por diferentes fases, entre las más usuales encontramos su adquisición, puesta en marcha, vida útil, fase de envejecimiento y descarte final. Una de las formas tradicionales para representar las mencionadas fases es la curva de la bañera (Figura 1). En ella, se muestra el comportamiento de la tasa de fallas a lo largo del tiempo. Después de la adquisición, se inicia una fase llamada de fallas infantiles, donde la tasa de fallas (λ) decrece en el tiempo. Luego sigue una fase llamada vida útil, donde se mantiene constante, para luego, en la parte final entrar en la fase llamada fase de desgaste, comienza a aumentar en el tiempo hasta el punto donde se decide el descarte del equipo o instalación. Durante esas fases, la confiabilidad, uno de los principales parámetros operativos de cualquier equipo, se puede expresar a través del tiempo medio entre fallas (Mean Time Between Failures, MTBF). Este parámetro expresa de cierta manera el ritmo o frecuencia con que un determinado repuesto no reparable se consumirá. Por otro lado, desde el punto de vista de la gestión del mantenimiento, diversas estrategias pueden implementarse, (tanto preventivas como correctivas) lo que también afectará el ritmo de consumo del repuesto en bodega.

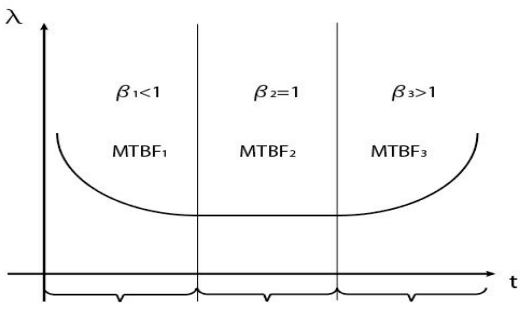


Fig. 1. Curva de la Bañera de un activo físico.

La figura 2 muestra el efecto en el ritmo de los consumos de repuestos al utilizar dos tipos de políticas de reemplazo: a edad constante y a fecha constante.

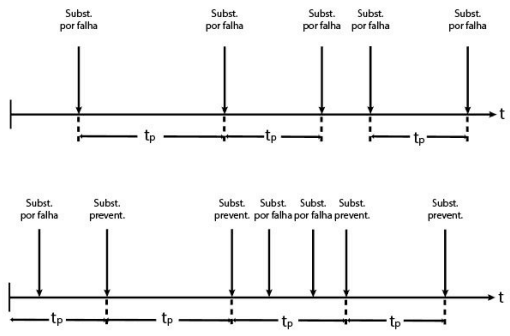


Fig. 2. Dos políticas alternativas de programación de la sustitución preventiva de componentes

B. *Costeo del Ciclo de Vida basado en Actividades*

El método de costeo del ciclo de vida basado en actividades ha emergido como una potente herramienta para esos fines. Esta técnica se basa en el principio que los costos son incurridos por actividades dentro de una organización, y que estas actividades se ejecutan para producir o procesar de alguna manera los objetos de costeo. Por otro lado, estas actividades se realizan en mayor o menor ritmo dependiendo de la fase del ciclo de vida en que se encuentra el sistema o activo. Por lo tanto, es posible estimar costos de ciertos objetos de costo a lo largo de períodos del ciclo de vida usando este enfoque. En vez de enfocarse en la rastreabilidad de recursos directamente, CCV basado en actividades se enfoca en rastrear el costo de las actividades realizadas en los procesos de gestión logística. En términos simples el CCV basado en actividades consiste en aplicar la metodología de costeo basado en actividades, variando período tras el período (según etapa de su ciclo de vida) los montos de gastos de cada recurso involucrado (para la realización de las actividades), las intensidades con que se realiza cada actividad, y por tanto, con que cada recurso es consumido por cada actividad, y por último, los grados de intensidad en que cada actividad se ejecuta en relación a cada objeto de costo. Todas estas intensidades o consumos variarán a lo largo del ciclo de vida de un sistema o activo físico.

III. MODELO

Se propone un modelo basado en actividades para la estimación del costo logístico para t tipos de repuestos no reparables distintos durante el ciclo de vida cv. El modelo es el siguiente:

$$CLT_{k\,cv} = \sum_{y=1}^{cv} \sum_{k=1}^{t} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \frac{a_{ki\,y}\; x\; r_{ij\,y}\; x\; cr_{j\,y}}{(1+ti_y)^y}$$

donde

$i = [1,m] Actividades$
$j = [1,n] Recursos$
$y = [1,cv] Años$
CLT: $Costo\ logistico\ total\ del\ repueso\ k\ para\ un\ ciclo\ vida\ cv$
a_{ki} : $Proporción\ que\ el\ repuesto\ k\ consume\ de\ la\ actividad\ i$
cr_j: $Monto\ total\ de\ costo\ del\ recurso\ j$
r_{ij} : $Proporción\ que\ la\ actividad\ i\ consume\ del\ recurso\ j$
cv: $Ciclo\ de\ vida$
k: $Tipo\ de\ repuesto$
ti_y: $Tasa\ de\ interés\ exigido\ para\ el\ periodo\ y$

Este modelo permite estimar los costos logísticos de ciclo de vida utilizando diferentes tasas de fallas, variadas políticas de inventarios y diferentes estrategias de mantenimiento, todos aspectos que redundan en las intensidades y frecuencias en las actividades se ejecutan.

En la próxima sección, y como una forma de validar el modelo propuesto, se presentan los resultados de un estudio de caso donde se utiliza la política de revisión continua para gestionar los stocks, considerando dos tipos de repuestos cuyos patrones de falla a lo largo del ciclo de vida se comportan de manera diferente.

IV. ESTUDIO DE CASO

En este caso de estudio se aplica el modelo de costeo propuesto en la gestión de dos tipos de repuestos no reparables (A y B) durante un ciclo de vida de 20 años. Con fines de comparación, el presente caso considera dos tipos de repuestos no reparables: A y B. Para el repuesto tipo A se tiene una tasa de falla (λ) variable durante su ciclo de vida, mientras que el repuesto B presenta una tasa constante de fallas durante el ciclo de vida. Para el repuesto A presenta una tasa de falla decreciente en su primera fase y en la última fase es creciente, mientras que λ permanece constante en su fase intermedia. Se realizaron los cálculos de las funciones de falla, $f(t)$, acumulada de falla, $F(t)$ y de confiabilidad, $R(t)$, con las cuales pudo obtener el comportamiento de la tasa de falla ($fallas/año$) asumiendo un funcionamiento de 8760 [hrs] durante cada periodo de año y.

De los dos tipos políticas de inventarios que pueden existen para los repuestos no reparables, se adoptó una política de revisión continua, estableciéndose el tamaño de lote por pedido Qk constante e igual a 20 unidades para ambos repuestos para todas las fases del ciclo de vida.

Las actividades de la logística de repuestos consideradas en este estudio, se muestran en la Tabla I. Además, para cada actividad se identifica el *driver* de actividad utilizado. En la Tabla II se muestran los recursos asociados a la ejecución de dichas actividades (junto con sus respectivos *drivers*).

TABLE I. ACTIVIDADES DE LA LOGÍSTICA DE REPUESTOS

i	Actividad	Driver
1	Recepción	Unidades recibidas
2	Almacenaje	Unidades recibidas
3	Almacenamiento	Unidades
4	Deposito	Unidades
5	Picking	Unidades
6	Cuidados	Unidades recibidas
7	Embalaje	Unidades
8	Embarque	Unidades
9	Compras	N° de compras
10	Despachos	N° de despachos
11	Informes	N° de informes

TABLE II. ACTIVIDADES DE LA LOGÍSTICA DE REPUESTOS

j	Recurso	Driver
1	Mano de Obra	tiempo
2	Gestión	% de obra directa
3	Equipos de carga	tiempo
4	Equipos móviles	km
5	Estructura IT	N° trabajadores
6	Edificaciones	Área
7	Auxiliares	tiempo
8	Energía	tiempo

La figura 5 muestra las tasas de falla para las piezas A y B para el ciclo de vida completo.

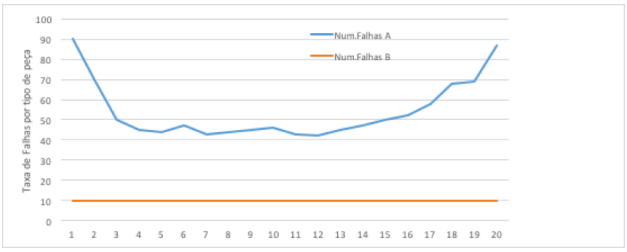


Fig. 3. Tasas de falla para las piezas A y B.

La figura 4 muestra el comportamiento de los costos logísticos a lo largo del ciclo de vida del sistema

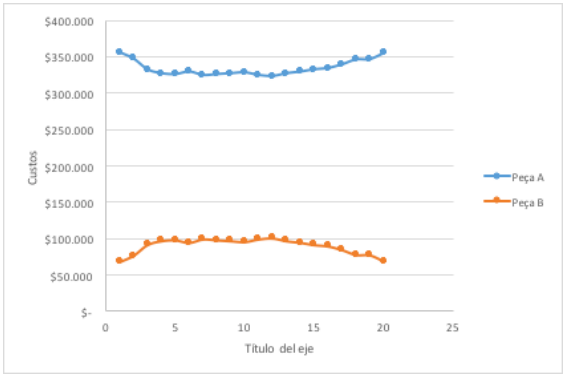


Fig. 4. Custos logísticos das peças de reposição ao longo do ciclo de vida

El propuesto modelo permite el cálculo del valor presente de la totalidad de los costos ejecutados a lo largo del ciclo de vida y referentes a la gestión de stocks de los diversos tipos de piezas de repuesto. Además, este modelo permite una diversidad de experimentos y análisis de escenarios. Entre los escenarios podemos citar, combinar diversas políticas de inventario y de sustitución de componentes, adquisiciones extraordinarias, así como incorporar sustituciones extraordinarias. Todos estos escenarios redundan en alteraciones en la demanda o consumo de piezas a lo largo del ciclo de vida, o dicho de otra forma, la cantidad de unidades que entran y salen del almacén de piezas de repuesto, con el consabido impacto en la ejecución de ciertas actividades del tipo logístico. Todo ello permitirá realizar comparaciones de los efectos que los cambios en las mencionadas políticas acarrearán en los costos totales del ciclo de vida.

V. CONCLUSIONES

Se propone un modelo cálculo y gestión de costos de la gestión de repuestos no reparables a lo largo del ciclo de vida de un sistema. Este modelo incorpora aspectos de la confiabilidad de diferentes componentes expresados a través de sus específicas distribuciones del tipo Weibull. Estos componentes pueden presentar diferentes patrones para las tasas de fallas y son administrados a través de las mismas actividades, las que a su vez, consumen los mismos recursos durante el ciclo de vida. El modelo permite estimar el valor pre sente de los costos calculados por el método basado en actividades y permite realizar comparaciones de diversas estrategias de sustitución y políticas de stocks además de permitir incorporar eventos únicos y extraordinarios en cualquier fase del ciclo de vida del sistema simulado.

Los trabajos futuros apuntan a realizar simulaciones de Montecarlo, análisis de riesgo y optimización.

AGRADECIMIENTOS

El autor principal agradece el apoyo del Proyecto Fondecyt Regular N° 1170915. Design and optimization of a life cycle based critical spare parts management system. This work has been supported by COMPETE: POCI-01-0145-FEDER-007043 and FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia within the Project Scope: UID/CEC/00319/2013.

REFERENCIAS

[1] P. Afonso, “Total Cost of Ownership for Supply Chain Management: A Case Study in an OEM of the Automotive Industry”. In: Advances in Production Management Systems. Competitive Manufacturing for Innovative Products and Services. APMS 2012. IFIP Advances in Information and Communication Technology, vol 398. Springer, Berlin, Heidelberg, 2013.

[2] O. Duran, M. Macchi, I. Roda, “On the relationship of spare parts inventory policies with Total Cost of Ownership of industrial assets”. IFAC-PapersOnLine 49(28): 19-24, 2016.

[3] J. Emblemsvag “Life- cycle costing: using activity-based costing and monte carlo methods to manage future costs and risks” Wiley john Wiley & Sons, Inc.2003.

[4] D. Kayrbekova, “Activity-Based Life-Cycle Cost Analysis : design, operation and maintenance in Arctic environment” Doctoral thesis, Universitetet i Stavanger 2011.

[5] E. Pamplona, “A obtenção de direcionadores de custos adequados: o ponto crucial do custeio baseado em atividades”. Proceedings do 14o ENEGEP, João Pessoa, PB, outubro de 1994.

[6] M.S.Shamma, S. Vinodh, K. Jayakrishna. “Integrated life cycle assessment and activity based life cycle costing approach for an automotive product”. Scientia Iranica E. 1179:1188, 2014.

[7] M. Varila, M.Seppänen, E. Heinonen, “Effects of Automation on Cost Accounting: A Case Study in Warehouse Logistics” 7th manufacturing accounting research conference.2005.

Session WB1
Graduate Student Paper Contest

- *Optimization of the Open-pit/Panel Caving Joint Production Plan*; Rodríguez, Manuel; Morales, Nelson; Widzyk-Capehart, Eleonora.
- *Solving strong Stackelberg equilibrium in stochastic games.*; Bucarey, Víctor; Della Vecchia, Eugenio; Ordóñez, Fernando.
- *Integer Programming Methods for the Strategic Open Pit Production Scheduling Problem*; Rivera Letelier, Orlando; Goycoolea, Marcos; Moreno, Eduardo.
- *Planificación de Fermentación en Bodegas Vitivinícolas*; Monardes, Carlos; Mac Cawley, Alejandro; Vera, Jorge; Cholette, Susan; Maturana, Sergio.

Optimization of the Open-pit/Panel Caving Joint Production Plan

Manuel Rodriguez
Mine Planning Laboratory
DELPHOS, AMTC
DIMIN, University of Chile
Avda. Tupper 2007, Santiago, Chile
Email: mrodriguez@delphoslab.cl

Nelson Morales
Mine Planning Laboratory
DELPHOS, AMTC
DIMIN, University of Chile
Avda. Tupper 2007, Santiago, Chile
Email: nelson.morales@amtc.cl

Eleonora Widzyk-Capehart
Mine Planning Laboratory
DELPHOS, AMTC
DIMIN, University of Chile
Avda. Tupper 2007, Santiago, Chile
Email: eleonora.widzykcapehart@amtc.cl

***Abstract*—Today, many open-pit mines are starting to deplete their resources and could be forced to leave the ore in the deepest parts of the pit, which could lead to a loss of possible economical revenue. Therefore, open-pit mines are developing new strategies to extract the mineral via underground mining systems. For massive orebodies, the most profitable extraction methods are those that consider the caving of the rock, in particular, the block/panel caving methods, due to their low operational costs and their high productivity. Methodologies applied to define the optimum decision for transitioning from open pit to underground mines are often limited or biased because they tend to give priority to the open pit operation, analyzing until which phase to extract from the open pit to continue with the underground operation.**

In this paper, a new methodology is proposed to maximize the NPV and the copper fine flow to the plant based on the scheduling sequence. Open-pit and panel caving envelopes are calculated, considering or not a potential crown pillar between them for stability purposes. Subsequently, the block scheduling and NPV maximization of both systems is made, considering operational and geomechanical constraints to analyse their influence on the scheduling.

This methodology has been applied in both synthetic block models and mining scale cases. The production plans, NPV variations and block scheduling are analysed based on the different groups of parameters. Results indicate that the transition period and production plans, where both mining systems extract mineral together and the remaining periods where panel caving is the only system extracting ore, are heavily influenced by the caving sequence and the constraints related to the underground mine.

Using this procedure, the economic benefit of the panel caving mine and the feasibility of the different sequences that can be applied to the model can be studied. This model will allow mine planners to define the best strategy for the production capacity, sequencing and geomechanical decisions, while maximizing NPV and the copper fine sent to the plant, ensuring the safety of the workers.

I. Introduction

Transition is defined as the process of passing from one method of exploitation to another. This process can be triggered by the economic unfeasibility of extracting ore through the first method and thus perceive positive economic benefits of exploitation by another method. The most common example is the transition from an open pit (where grades decrease and mining costs increase as the mine becomes deeper) to an underground mine (allowing the extraction of mineral at a lower cost).

A common case corresponds to the transition to self-supported underground mines. This case is relatively simpler than caving operations because geomechanical constraints allow partially decoupling of the open pit and underground operations. However, operational constraints for scheduling in this case are more complex due to precedence between pillars and stopes for different activities [1]. Therefore, some authors have studied the problem of optimizing economic envelopes. [2] and [3] propose an algorithm that is applied in non-massive underground methods. The algorithm works by sequentially evaluating different floors for economic envelopes and, thus, obtain the sequence combination with the greatest economic benefit.

For massive caving methods, such as panel caving, a similar approach to the one described was proposed in [4], which included the incorporation of crown pillars and dilution using the Laubscher's method. For this caving methods also, optimization of the simultaneous production scheduling was modelled by [5], who considered different expansions and sectors for the open pit and the underground method, which have already been sequenced in a compatible way. Optimization models for scheduling have also been proposed for panel caving, for example, [6] showed, through the application of precedence and capacity constraints, the importance of selecting the optimum starting point for the underground mine, which would affect the value of the project. Due to the large number of variables and constraints, simplification can be achieved by using material strata [7], where each strata is susceptible to be extracted by open-pit or underground. Through the use of vertical extraction constraints, a strata is fixed from which only the upper strata can be extracted by open-pit and the lower strata by underground. Another approach is to group extraction points into clusters [8], based on column tonnage, mean grade, and physical location. This reduces the number of decision variables and the constraints associated with the model and, thus, reducing the computation time.

The objective of this work is to establish a methodology for the optimization of joint production plans of an open pit and an underground panel caving operation, at the block model level.

The model aims to generate the highest NPV and schedule for each mine. A mathematical program modelling both operations and their potential interactions is proposed and applied to case studies.

II. Methodology

The proposed model considers two important stages in its formulation: the calculation of economic envelopes and the block-by-block scheduling of these envelopes.

A. Determination of economic envelopes

This stage consists of the delimitation of the block model in 2 envelopes corresponding to the Open-Pit envelope and the Panel Caving envelope. The technical/economic parameters that define these regions of the model must be established, including metal prices, mine costs, plant and refining costs, and metallurgical recovery. For the case of the Panel Caving envelope, the development cost per area to be applied to the blocks at the base of the envelope and the required minimum column height must also be included. There are two possible ways to define the dimensions of each of these zones: predefine a floor for each envelope or apply an optimum floor algorithm, in this case Open-pit/Panel Caving, with the grades diluted in the latter.

B. Block-by-block scheduling

Two types of variables are considered:

$$x_{itd}^{OP} = \begin{cases} 1, & \text{if block i is extracted through OP by period t} \\ & \text{to destination d} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{itd}^{UG} = \begin{cases} 1, & \text{if block i is extracted through UG by period t} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

The interpretation of variable x_{it} is by time-period, that is $x_{it} = 1$ if and only if block i has been extracted (and processed) at some period with $1 \leq s \leq t$. It is useful to introduce the following auxiliary variables for $i \epsilon B$: $\Delta x_{i1} = x_{i1}$, and $\Delta x_{it} = x_{it} - x_{(it-1)}$ for t = 2, 3, ..., T. Then, $x_{it} = \sum_{s=1}^{t} \Delta x_{is}$ and $\Delta x_{i1} = 1$ if, and only if, block i is extracted exactly at time-period t. Here, destination 1, 2 and 3 correspond to dump, plant and stockpile, respectively. The objective function which maximizes the NPV is as follows:

$$\max \sum_{t \epsilon T} \left(\frac{1}{1+\delta}\right) \left(\underbrace{\left(\sum_{i \epsilon B_{ug}} (v_i^{ug} - c_i^{ug}) \Delta x_{it}^{ug} \right)}_{1} - \underbrace{\left(\sum_{p \epsilon P_{ug}} C_{dev} Pev_p \right)}_{2} + \underbrace{\left(\sum_{d \epsilon D_{op}} \sum_{i \epsilon B_{op}} (v_{id}^{op} - c_{id}^{op}) \Delta x_{it}^{op} \right)}_{3} + \underbrace{\left(\sum_{s \epsilon S_{op}} (v_s - c_s) f_{st} \right)}_{4} \right)$$

Where δ represents the discount rate, v_i^{ug} and c_i^{ug} represent the value and cost of block i in the underground mine, C_{dev} corresponds to the deviation penalty cost and Pev_p the production deviation from drawpoint p, v_{id}^{OP} and c_{id}^{OP} represent the value and cost of block i when sent to destination d in the open-pit mine, and v_s and c_s correspond to the value and cost of the flow f_{st} of material sent from the stockpile to the plant.

Here, each term of the formula corresponds to:

1) Underground profit.
2) Drawpoint production deviation penalty.
3) Open-pit profit.
4) Stockpile profit.

Subject to the following constraints, depending on the part of the model that is considered :

1) Open-pit constraints:

- Mine/plant capacities.
- Precedences.
- Blending.
- Stockpiles capacities.

2) Underground constraints:

- Mine capacity.
- Crosscut capacity.
- Production and development rates.
- Horizontal, vertical and caveback precedences.
- Draw rates.

3) Transition constraints:

- Maximum number of periods for joint production.

III. Case study

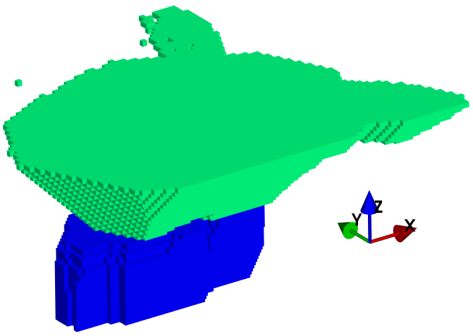
To exemplify the method, a block model of copper and gold, with blocks of size 20x20x20 [m] was used. The model has an average copper grade of 0.13% and an average gold grade of 2.35 [ppm]. For this study, two options were evaluated: a sequential method, where each mine's scheduling is optimized separately to, subsequently, manually create the transition, while the second option was an integrated approach, where the optimization evaluated both options at the same time. For the latter, two different approaches were made: with a crown pillar of 200 [m] and with a direct contact between the envelopes. Each approach was evaluated using two different initial caving points in the underground layout: Points A and B (Figures 1a and 1b).

IV. Results

The resulting NPV and transition periods are shown in Figure 2, while the optimized production plan for the caving sequence starting at A with no crown pillar is shown in Figure 3.

In each case, the underground envelope is extracted completely given its high grades and the penalty in the drawpoint production, forcing these to always be in production. The crown pillar has no major influence over the transition period, dude to the higher grades being in the upper section of the open-pit. Because the crown pillar only reduces the size of the open-pit envelope, keeping the size of the underground, and the grades are decreasing in depth, the upper blocks are extracted prior to the extraction of the underground because of the high benefits it delivers.

Case A starts earlier because it has a higher concentration of copper and gold in its vicinity. On the other hand, Case



(a) Envelopes to be scheduled

(b) Initiation points

Case study	Crown Pillar	Starting Point	Transition period [year]	NPV [MUSD]	NPV starting at period 30 [MUSD]
Integrated	No CP	A	35	1,298	489
		B	41	1,291	367
	200 m	A	21	1,074	449*
		B	21	1,072	441*
Sequential	No CP	A	50	1,289	342
		B	50	1,288	304

Fig. 2: Schedule summary for the case study (*NPV evaluated starting at period 20)

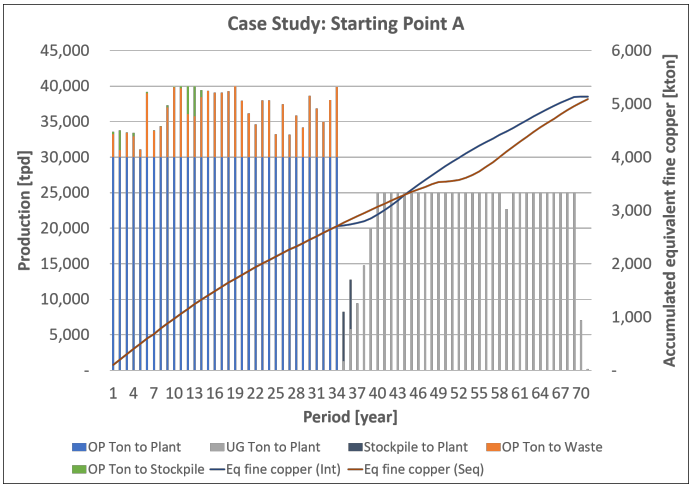


Fig. 3: Production plan with caving sequence starting at A

B has a lower concentration, which decreases the influence in the transition period.

V. Conclusion

This model allows an evaluation of the transition alternative from the beginning or for already operating mines, using block models with a previous extraction. The model extends previous efforts, which were either limited in scope or could not work at a block level. The model not only allows the user to determine the optimal transition period but also provides the block scheduling with the maximum copper/gold production and NPV. This will allow planners to have a guide for the evaluation of the transition for any type of mineralization, given its versatility to be able to evaluate different types of sequences in both the open pit and underground. Furthermore, it allows the addition of ramps and more stocks in the open-pit model, tools that were not evaluated due to the considerable increase in computation time in previous studies.

Acknowledgment

We would like to thank Diego Mancilla from DELPHOS Mine Planning Lab for his valuable help in the development of some aspects of the mathematical model. This work has been supported by CONICYT FB0809 Basal Project and by the CSIRO CHILE International Centre of Excellence in Mining and Mineral Processing, CORFO Grant Code 10CEII-9007, which funded the research undertaken by Manuel Rodríguez.

References

[1] B. King, M. Goycoolea, and A. Newman, "Optimizing the open pit-to-underground mining transition," *European Journal of Operational Research*, vol. 257, no. 1, pp. 297–309, 2017.

[2] E. Bakhtavar, K. Shahriar, and K. Oraee, "Transition from open-pit to underground as a new optimization challenge in mining engineering," *Journal of Mining Science*, vol. 45, no. 5, pp. 485–494, 2009.

[3] E. Bakhtavar, K. Shahriar, and A. Mirhassani, "Optimization of the transition from open-pit to underground operation in combined mining using (0-1) integer programming," *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, vol. 112, no. 12, pp. 1059–1064, 2012.

[4] C. Julio, "Cálculo de envolvente óptima para la transición de explotación desde minería cielo abierto a subterránea, bajo incertidumbre geológica," 2015.

[5] R. Epstein, M. Goic, A. Weintraub, J. Catalán, P. Santibáñez, R. Urrutia, R. Cancino, S. Gaete, A. Aguayo, and F. Caro, "Optimizing long-term production plans in underground and open-pit copper mines," *Operations Research*, vol. 60, no. 1, pp. 4–17, 2012.

[6] M. Smoljanovic, E. Rubio, and N. Morales, "Panel caving scheduling under precedence constraints considering mining system," in *Proceedings of 35th APCOM Symposium, Wollongong, NSW, Australia*, 2011, pp. 407–417.

[7] A. M. Newman, C. A. Yano, and E. Rubio, "Mining above and below ground: Timing the transition," *IIE Transactions*, vol. 45, no. 8, pp. 865–882, 2013.

[8] P. Yashar, A.-N. Hooman *et al.*, "A multi-step approach for block-cave production scheduling optimization," *International Journal of Mining Science and Technology*, vol. 23, no. 5, pp. 739–750, 2013.

[9] A. Moss, S. Diachenko, and P. Townsend, "Interaction between the block cave and the pit slopes at palabora mine," *JOURNAL-SOUTH AFRICAN INSTITUTE OF MINING AND METALLURGY*, vol. 106, no. 7, p. 479, 2006.

[10] W. Visser and B. Ding, "Optimization of the transition from open pit to underground mining," in *Proceedings of the Fourth AACHEN International Mining Symposium-High Performance Mine Production*, 2007, pp. 131–148.

Solving strong Stackelberg equilibrium in stochastic games.

Víctor Bucarey
and Fernando Ordoñez
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile
Beauchef 851, Santiago, Chile
Email:vbucarey@ing.uchile.cl

Eugenio Della Vecchia
FCEIA
U. Nacional de Rosario
Pellegrini 250, Rosario, Argentina
Email:eugenio@fceia.unr.edu.ar

***Abstract*—In this work we face the problem of finding strong Stackelberg equilibrium in stochastic games. We study a familiy of stochastic games where equilibrium in stationary policies exist and prove the convergence of value iteration and policy iteration procedures. Preliminary computational results evaluate the performance of these algorithms for stochastic games in the form of security games. Finally, we show that is not always possible to achieve strong Stackelberg equilibrium via dynamic programming.**

I. Introduction

In this work we face the problem of computing a strong Stackelberg equilibrium (SSE) in a stochastic game (SG). Given a set of states we model a two player perfect information dynamic where one of them, called *Leader* or player A, observes the current state and decides, possible up to probability distribution f, between a set of available actions. Then other player, called *Follower* or player B, observes the strategy of player A and plays his best response noted by g. We represent a two-person stochastic discrete game $\mathcal{G}$ by

$$\mathcal{G} = (\mathcal{S}, \mathcal{A}, \mathcal{B}, Q, r_A, r_B, \beta_A, \beta_B, \tau) \ .$$

where $\mathcal{S}$ represents the states of the games, $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ represents space of actions of both players. We denote $\mathcal{A}_s$ and $\mathcal{B}_s$ the available set of actions of both players in state s. $Q = Q^{ab}(z|s)$ represents the transition probability of going from a state s to a state z given the actions a and b were performed by players A and B respectively. $r_A^{ab}(s)$, $r_B^{ab}(s)$ represents the one-step rewards functions depending on the actual state, and the actions performed by the players. β_A and β_B are the discount factors for both players. τ represents the number of periods in the dynamic.

Stochastic games were first introduced by Shapley [1] who also gives the first algorithm to find Nash Equilibrium in zero-sum SG based on a dynamic programming algorithm. SG have been used to model interaction in economics [2], computer networks [3], and security [4], among others applications. Feedback policies are policies depending on the actual state s and time epoch t. Stationary policies can be defined as feedback policies that do not depend on the time step. In our setting, players aim to maximize their expected discounted sum of payoffs from 0 until τ considering feedback and stationary polcies. To the best of our knowledge there is no prior work on efficient algorithms to find stationary strategies in Stackelberg games for $\tau \to +\infty$ when they exist.

In the security applications that motivate this work, such as patrolling the streets to prevent crime, the decision of where to patrol next should not depend on the history of previous patrolling actions and a time independent policy is easy to communicate to real world security agents. Therefore, the focus of this work is computing Stackelberg equilibria in feedback or Markovian policies.

A complete review about Nash equilibria computation and Learning in SG can be found in [5]. In [6] authors study the relationship between Stackelberg strategies and correlated equilibrium in SG. They also shows that it is NP-hard to find Stackelberg equilibrium in SG. In contrast to MDP settings, Stackelberg equilibrium in stationary policies can be arbitrary suboptimal as is showed in [7] providing a Mixed integer non linear program to compute a SSE in general SG when players are restricted to stationary policies. They extend this formulation in [8] to policies that depends on history of bounded length.

Some applications of Stackelberg equilibrium in SG are the following:

- The problem of coordinate a group of robots for planet exploration is presented in [9]. They model it as a multi-objective SG and the solution concept used is the Stackelberg equilibrium.
- Adversarial patrolling games [10] and robotic patrolling games where a robot has to detect an intruder [11].
- Optimal policies to detect fare evasion under execution uncertainty is presented in [4] as solutions of Bayesian Stackelberg SG.

II. Algorithms and main results

A. Myopic follower strategies case ((MFS))

In this section we discuss algorithms for the case where the value function of the follower v_B do not affect in its

best response. Let define the functional g of best response as follows:

$$g(f, v_B) = \arg\max_{b \in \mathcal{B}} \sum_{a \in \mathcal{A}_s} f(a) \left[r_B^{a,b}(s) + \beta_B \sum_{z \in \mathcal{S}} Q^{a,b}(z|s) v_B(z) \right]. \tag{1}$$

Here we follow the convention that the argmax is unique because in case of indifference between options, the follower select the one that favors the leader. In case the leader is also indifferent, then, in order for $g(f, v_B)$ to be well defined, the follower selects the action with the lowest index. Note that since $g(f, v_B)$ optimizes (1), $g(f, v_B)$ is at least as good as any mixed strategy.

We say that a stochastic game $\mathcal{G}$ has Myopic follower strategies (MFS) if at every step of the game the functional g is independent of v_B, that is $g(f, v_B) = g(f)$. In particular, we distinguish two important cases with MFS:

- Myopic follower: We define a game as having a myopic follower if $\beta_B = 0$. Note that in this case the follower at any step of the game does not take into account the future rewards, but only the instantaneous rewards.
- Leader-Controller Discounted Games: This case is a particular case of the Single-controller discounted game where the controller is the leader. In other words, the transition law is in the form $Q^{ab}(z|s) = Q^a(z|s)$.

B. Stackelberg operator and Value function iteration

Let $\mathcal{F}(\mathcal{S})$ be the set of all bounded functions of the space state $\mathcal{S}$ into $\mathbb{R}$. Given a stochastic game $\mathcal{G}$ and a strategy f, we define the operator $T_A^f : \mathcal{F}(\mathcal{S}) \to \mathcal{F}(\mathcal{S})$ by the following expression:

$$T_A^f(v_A)(s) = \sum_{a \in \mathcal{A}_s} f(a) \left[r_A^{ag(f)}(s) + \beta_A \sum_{z \in S} Q^{ag(f)}(z|s) v_A(z) \right]. \tag{2}$$

Now we define the Stackelberg operator, $T_A^f : \mathcal{F}(\mathcal{S}) \to \mathcal{F}(\mathcal{S})$, for (MFS) case as follows:

$$T_A(v_A)(s) = \max_{f \in \mathbb{P}(\mathcal{A}_s)} T_A^f(v_A)(s). \tag{3}$$

This operator computes in every state the strong Stackelberg equilibrium value of being in state s for each $s \in \mathcal{S}$ and the future expected rewards are given by function v_A. Given the value function v_A and a fixed state $s \in \mathcal{S}$ the operator T_A can be computed with a mixed integer formulation or with a multiple LPs algorithm (see [12]).

In [13, Theorem 7.4] it is shown that when the algorithm for finite time horizon ends, it returns both the value for our game and a pair of Stackelberg feedback policies (π^*, γ^*) for the τ-finite horizon game. We propose Algorithm 1 in order to compute SSE in stationary policies, showing its convergence by proving Theorems II.1 and II.2.

Theorem II.1. *Let $\mathcal{G}$ be a SG with MFS, then*

a) *For any stationary strategy f, the operator $T_A^f : \mathcal{F}(\mathcal{S}) \to \mathcal{F}(\mathcal{S})$, defined in (2) is a contraction on $(\mathcal{F}(\mathcal{S}), ||\cdot||_\infty)$ of modulus β_A.*

Algorithm 1 Value function iteration: Infinite horizon

Require: $\varepsilon > 0$

1: Initialize with $n = 1$, $v_A^0(s) = 0$ for every $s \in \mathcal{S}$ and $v_A^1 = T_A(v_A^0)$
2: **while** $||v_A^n - v_A^{n-1}||_\infty > \varepsilon$ **do**
3: Compute v_A^{n+1} by

$$v_A^{n+1}(s) = T_A(v_A^{n-1})(s) \ .$$

Finding f^* and $g^*(f)$ SSE strategies at stage n.
4: n:=n+1
5: **end while**
6: **return** Stationary Stackelberg policies $\pi^* = \{f^*, \ldots\}$ and $\gamma^* = \{g^*, \ldots\}$

b) *The operator T_A defined in (3) is a contraction on $(\mathcal{F}(\mathcal{S}), ||\cdot||_\infty)$, of modulus β_A.*

Theorem II.2. *Let $\mathcal{G}$ be a SG with MSF. Then the sequence of value functions v_A^n converges to v_A^*. Furthermore, v_A^* is the fixed point of T_A, and therefore, for any $n \in \mathbb{N}$,*

$$||v_A^* - v_A^n|| \leq \frac{||r_A||_\infty \ \beta_A^n}{1 - \beta_A}.$$

Given that the best response of the follower in this games are independent of the future expected value v_B ignore its behavior. The stationary pair of policies $(f^*, g(f^*))$ is guaranteed to exist and they are enough to compute the value function for SG with MFS as the fixed point:

$$v_B^* = \sum_{a \in A} f_a^* r_B^{a,g(f^*)} + \beta_B \sum_{z \in \mathcal{S}} Q^{ag(f^*)}(z|s) v_B^*.$$

C. Policy Iteration

The Policy Iteration (PI) algorithm directly iterates in the policy space. This algorithm starts with an arbitrary policy f^0 and then finds the optimal infinite discounted horizon values, taking into account the optimal response $g(f)$. These values are then used to compute new policies. These two steps of the algorithm can be defined as *Evaluation Phase* and *Computation Phase*. This algorithm is described in Algorithm 2. We show convergence of PI by proving Lemma II.3 and Theorem II.4 for SG with MFS.

Algorithm 2 Policy Iteration

1: Choose a stationary Stackelberg pair $(f_0, g(f_0))$.
2: **while** $||u_{A,n} - u_{A,n+1}|| > \varepsilon$ **do**
3: Evaluation phase: Find $u_{A,n}$ fixed point of the operator $T_A^{f_n}$.
4: Improvement phase: Find a strategy f_{n+1} such that

$$T_A^{f_{n+1}}(u_{A,n}) = T_A(u_{A,n}) \ .$$

5: n:= n+1
6: **end while**
7: **return** Stationary Stackelberg policies $\pi^* = \{f^*, \ldots\}$ and $\gamma^* = \{g(f^*), \ldots\}$

Lemma II.3. *If a value function v_A satisfies $v_A \leq T_A^f(v_A)$, then $v_A \leq v_A^f$, where v_A^f is the unique fixed point of $T_A^f(v_A)$.*

Theorem II.4. *The sequence of functions $u_{A,n}$ verifies $u_{A,n} \uparrow v_A^*$. Even more, if for any $n \in \mathbb{N}$, $u_{A,n} = u_{A,n+1}$, then the following it is true that $u_{A,n} = v_A^*$.*

The results exposed in this section strongly rely on the fact that $g(f, v_B)$ is independent on v_B. All the results exposed in this section may fail in the general case.

D. General Case

In general instances the main results for the (MFS) case do not hold. Operator T_A is not sufficient to describe the whole behavior of the values of both players, in particular, v_B has influence in best response in the response of leader and follower. Given a pair of stationary policies f, g, we define the following operators:

$$T_A^{f,g}(v_A)(s) = \sum_{\substack{a \in \mathcal{A}_s \\ b \in \mathcal{B}_s}} f(a)g(b) \sum_{z \in \mathcal{S}} Q^{a,b}(z|s) \left[r_A^{a,b}(s) + \beta_A v_A(z) \right], \tag{4}$$

$$T_B^{f,g}(v_B)(s) = \sum_{\substack{a \in \mathcal{A}_s \\ b \in \mathcal{B}_s}} f(a)g(b) \sum_{z \in \mathcal{S}} Q^{a,b}(z|s) \left[r_B^{a,b}(s) + \beta_B v_B(z) \right]. \tag{5}$$

Using that we can define the Stackelberg operator for the general case as:

$$(T(v_A, v_B))(s) = \left(\max_{f \in \mathbb{P}(\mathcal{A}_s),} T_A^{f, g(f, v_B)}(v_A)(s), T_B^{f^*, g(f^*, v_B)}(v_B)(s) \right). \tag{6}$$

We show via a counterexample that this operator is not contractive in general. Anyway we computationally tested that for a special type of stochastic games, called security games, the VI algorithm converges to the stationary equilibrium policies and this operator is contractive. We adapt the VI procedure to detect if the algorithm will not converge.

III. Computational Results

Our computational tests give us for SG with MFS that PI and VI outperform any mathematical programming formulation in literature. Further, PI scale-up better than VI as the instance grows (see Figure 1).

IV. Conclusions and Future work

In this work we adapt dynamic programming based algorithms to find stationary policies forming SSE. We first show a family of SG where this type of equilibrium exists and is achievable via dynamic programming. In this case, we show that value function iteration and policy iteration converges. For the general case it may not possible. Our computational test show that PI outperforms VI is faster in MFS instances. Our experiments, also shows a special family of instances called Security Games that VI always converge. We do not provide a formal proof to the conjecture of T associated to a Security Game is contractive.

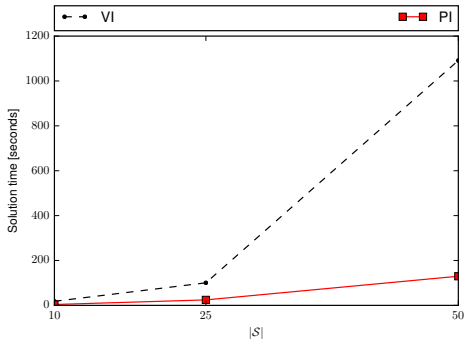


Fig. 1. Performance of PI against VI.

In future work we aim to extend the analysis to other families of stochastic games where the operator T is contractive. A second research line is to analyze the impact of approximate dynamic programming to calculate this type of equilibrium. The third line is to formalize the existence of cyclic policies that forms SSE.

References

[1] L. S. Shapley, "Stochastic games," *Proceedings of the national academy of sciences*, vol. 39, no. 10, pp. 1095–1100, 1953.

[2] R. Amir, "Stochastic games in economics and related fields: an overview," in *Stochastic Games and Applications*. Springer, 2003, pp. 455–470.

[3] E. Altman, K. Avratchenkov, N. Bonneau, M. Debbah, R. El-Azouzi, and D. S. Menasché, "Constrained stochastic games in wireless networks," in *Global Telecommunications Conference, 2007. GLOBECOM'07. IEEE*. IEEE, 2007, pp. 315–320.

[4] F. M. Delle Fave, A. X. Jiang, Z. Yin, C. Zhang, M. Tambe, S. Kraus, and J. P. Sullivan, "Game-theoretic patrolling with dynamic execution uncertainty and a case study on a real transit system," *Journal of Artificial Intelligence Research*, vol. 50, pp. 321–367, 2014.

[5] O. Sigaud and O. Buffet, *Markov decision processes in artificial intelligence*. John Wiley & Sons, 2013.

[6] J. Letchford, L. MacDermed, V. Conitzer, R. Parr, and C. L. Isbell, "Computing optimal strategies to commit to in stochastic games." in *AAAI*, 2012.

[7] Y. Vorobeychik and S. Singh, "Computing stackelberg equilibria in discounted stochastic games (corrected version)," 2012.

[8] Y. Vorobeychik, B. An, M. Tambe, and S. Singh, "Computing solutions in infinite-horizon discounted adversarial patrolling games," in *Proc. 24th International Conference on Automated Planning and Scheduling (ICAPS 2014)(June 2014)*, 2014.

[9] A. Canu and A.-I. Mouaddib, "Collective decision-theoretic planning for planet exploration," in *Tools with Artificial Intelligence (ICTAI), 2011 23rd IEEE International Conference on*. IEEE, 2011, pp. 289–296.

[10] Y. Vorobeychik, B. An, and M. Tambe, "Adversarial patrolling games," in *Proceedings of the 11th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems-Volume 3*. International Foundation for Autonomous Agents and Multiagent Systems, 2012, pp. 1307–1308.

[11] N. Basilico, N. Gatti, and F. Amigoni, "Leader-follower strategies for robotic patrolling in environments with arbitrary topologies," in *Proceedings of The 8th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems-Volume 1*. International Foundation for Autonomous Agents and Multiagent Systems, 2009, pp. 57–64.

[12] V. Conitzer and T. Sandholm, "Computing the optimal strategy to commit to," in *Proceedings of the 7th ACM conference on Electronic commerce*. ACM, 2006, pp. 82–90.

[13] T. Basar, G. J. Olsder, and G. Clsder, *Dynamic noncooperative game theory*. SIAM, 1995, vol. 200.

Integer Programming Methods for the Strategic Open Pit Production Scheduling Problem

Orlando Rivera Letelier
Doctoral Program in Industrial Engineering
and Operations Research
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
Email: orlando.rivera@uai.cl

Marcos Goycoolea
School of Business
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
Email: marcos.goycoolea@uai.cl

Eduardo Moreno
Faculty of Engineering and Sciences
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
Email: eduardo.moreno@uai.cl

***Abstract*—An important and challeging problem in mine planning is the computation of strategic production scheduling for open pit mines. This problem is usually sub-divided into two stages. First, the desing of phases that satisfy operational requirements, and then, the construction of a production scheduling of the mine given the phases previously defined.**

In this work we present a mixed integer programming framework for the second of these stages. We show a mix integer program formulation to model this problem, use the Bienstock-Zuckerberg algorithm to solve the linear relaxation of the formulation, and we compute integer solutions with heuristics based on the linear relaxation solution. We also propose a set of new problem-specific cutting planes for a sub-structure of this problem, that helps to improve considerably the bounds in order to close the optimality gap.

We make computational experiments on large size real mine instances, and show that this methodology allows us to compute near-optimal solutions, reaching gaps in average below 1% in minutes.

I. Introduction

Strategic Open Pit Mine Planning deals with the problem of constructing a production schedule plan for the life of a mine, this is, to define what portion of the mine should be extracted, when should it be extracted and what should be done with it once extracted in order to maximize the economic value of the project subject to the restrictions that naturally arise. A strategic production schedule of a mine can rise significantly the profit obtained from the project, therefore it is important to do this considering all its complexity. It can also be used to evaluate the potential cash flows before starting the operation and it is then a critical component of the investment process.

The strategic open pit mine planning problems starts with an economic blocks model, a discretization of the ore body with information on each block about weight, grade, rock type, etc. The life-of-mine of the project is divided in time periods, tipically years, where decisions are made. This decisions are what blocks will be mined in each period, and what will be done with each block, wether they will be sent to the waste dump or to one of the processing plants. The problem is constrained by geological limitations that impose precedences between the blocks to be mined, and by capacity limits in the yearly ammount of material that can be mined or processed . Other more complex constraints can be present depending on the specific characteristics of the mine considered.

The process of computing a production schedule for open pit mines has usually been sub-divided into two problem stages. The first stage, the Open Pit Phase Design Problem (OPPSP), has as a target to compute a set of phases, partitioning the blocks that will be temptatively mined.

The second stage consists in computing the production schedule using the phases previously defined. In this work we focus in this second stage, known as the Open Pit Production Scheduling Problem given pre-defined phases (OPPSP).

For the OPPSP we use the bench-phase, the set of blocks within a phase in the same height level, as the minimum mining unit. Whenever we mine a fraction of a bench-phase, we mine that fraction from each block within it. We also refer to bench-phases as clusters. Decisions about the destination to send the material mined, wether waste dump or processing plant, are made at the block level, with the most economic profitable part of each bench-phase being sent to processing, and the rest to the dump.

II. Formulation of the Open Pit Production Scheduling Problem

An instance of the OPPSP problem is defined from the following elements:

- A set of blocks $\mathcal{B}$ to be scheduled.
- A set of cluster $\mathcal{C}$, with each block belonging to exactly to one cluster.
- A set of time periods $\mathcal{T} = \{0, 1, \ldots, T\}$, in which the decisions are made.
- A set of destinations $\mathcal{D}$, where blocks are sent once extracted.
- A tonnage q_b for each block. This induce a tonnage for each cluster $q_c = \sum_{b \in c} q_b$.
- A yearly tonnage mining capacity M_t.
- A yearly tonnage destination capacity U_d^t. This could be unlimited for some destinations such as the waste dump.
- Profits $v_{b,d}$ for sending a block b to a destination d.
- A discount rate $r \geq 0$. This induces a profit for sending a block to a destination in a given time period $v_{b,d}^t = \frac{v_{b,d}}{(1+r)^t}$.

- A set $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{C} \times \mathcal{C}$ of precedence relationships between clusters. This is such that if $(c_1, c_2) \in \mathcal{A}$ then to start mining the cluster c_1, it requires the cluster c_2 to be previously mined.

Other constraints can be added to model more complex restrictions, such as the limits for some contaminant, or a smooth change in the use of the capacity of a processing plant between others, that we do not consider in this study.

With this, the following variables can be defined

- $x_{c,t}$ representing the fraction of the cluster c that is mined in time period t.
- $y_{b,d,t}$ representing the fraction of the block b sent to destination d in time period t.

With this, the formulation of the OPPSP is the following:

$$\max \sum_{b\in\mathcal{B}} \sum_{d\in\mathcal{D}} \sum_{t\in\mathcal{T}} v^t_{b,d} y_{b,d,t}$$

s.t.

$$\begin{aligned}
x_{c,t} &= \sum_{d\in\mathcal{D}} y_{b,d,t} && \forall t \in \mathcal{T},\ \forall c \in \mathcal{C}, \forall b \in c \\
\sum_{t\in\mathcal{T}} x_{c,t} &\leq 1 && \forall c \in \mathcal{C} \\
\sum_{t=1}^{\tau} x_{c_1,t} &\leq \sum_{t=1}^{\tau} x_{c_2,t} && \forall (c_1, c_2) \in \mathcal{A},\ \forall \tau \in \mathcal{T} \\
\sum_{c\in\mathcal{C}} q_c x_{c,t} &\leq M_t && \forall t \in \mathcal{T} \\
\sum_{b\in\mathcal{B}} q_b y_{b,d,t} &\leq U^t_d && \forall d \in \mathcal{D},\ \forall t \in \mathcal{T} \\
y_{b,d,t} &\geq 0 && \forall b \in \mathcal{B}, \forall d \in \mathcal{D}, \forall t \in \mathcal{T} \\
x_{c,t} &\text{ satistifies integrality} && \forall c \in \mathcal{C},\ \forall t \in \mathcal{T}
\end{aligned}$$

The integrality constraint on $x_{c,t}$ could be simply that $x_{c,t} \in \{0, 1\}$, or a relaxed precedence-integrality, allowing to mine a fraction of the cluster, but imposing that all the predecesors of a clusters must be completely mined in order to start mining it.

III. Methodology

To solve the OPPSP we apply several strategies. We first reduce the size of the problem using pre-processing methods. These include eliminating useless destinations for blocks and aggregate blocks with the same composition.

Then we compute an optimal solution to the linear relaxation of the problem. In order to do this we use a reformulation of the problem in order to make it more suitable, and then we use the Bienstock-Zuckerberg algorithm [1], [2], [5] to solve it.

We then compute cutting planes to get a tighter relaxation of the problem. For this we consider known cutting planes that can be applied to the Precedence-Constrained Knapsack Problem, such as the clique cuts and the early start cuts [6], [7].

We also developed for this work new cutting planes using the precedence constraints and the processing capacity constraint. We call them the variable right-hand side (VRHS) cuts and the hourglass cuts. Both kind of cuts enforce that clusters cannot start to be mined too soon whenever the processing capacity has been used too much by the blocks that must be extracted before them.

We also use heuristics to get integer solutions fast, implementing the TopoSort heuristic [3] as well a new heuristic that uses the linear programming relaxation solution to define the destination of each block. This reduces largely the problem because the only decisions left to be made are the mining of the clusters, and then we can solve this reduced MIP exactly using branch and bound, since the numbers of clusters is a lot smaller than the number of blocks. We call this the CPIT heuristic.

A. Hourglass cuts

To ilustrate this new cutting planes, we show a simplified version of them, corresponding to the OPPSP in the case of only one time period, one processing plant, and one block per cluster.

Consider an acyclic directed graph $G = (V, E)$, a vector of non-negative weights $w \in \mathbb{R}^V_+$ and a processing capacity limit $L > 0$. We define the mix integer set MCKPP (Mode-constrained knapsack problem with precedences) as the points $(x, y^P, y^W) \in \mathbb{R}^V \times \mathbb{R}^V \times \mathbb{R}^V$ such that:

$$\begin{aligned}
(MCKPP)\quad & \\
& \sum_{v\in V} w_v y^P_v \leq L \\
& x_{v_1} > 0 \implies x_{v_2} = 1, && \forall (v_1, v_2) \in E \\
& y^P_v + y^W_v = x_v, && \forall v \in V \\
& x_v \leq 1, && \forall v \in V \\
& y^P_v, y^W_v \geq 0, && \forall v \in V
\end{aligned}$$

Let $cl(b)$ represent the closure of b, this is, $cl(b) = \{b' \in V : (b, b') \in E\}$. Let $b \in V$, and $S \subseteq cl(b) \setminus \{b\}$ such that $w(S) > L$. Then the following inequality is valid for MCKPP:

$$x_b(w(S) + w_b - L) \leq \sum_{v\in S\cup\{b\}} w_v y^W_v$$

IV. Computational Results

In this section we show the results of an implementation of the methodology proposed. For this, we use a set of real mine instances, some of them taken from the MineLib data base [4] and other private data. A summary of the data used for this experiments can be found on table I, where the column *vars* represents the number of variables in the problem, and *pp vars* the number of variables after applying pre-processing techniques. To create the phases for this problem we used a standard software in the industry, Dassault Whittle [8], and compute 4 phases for each mine.

TABLE I
DESCRIPTION OF INSTANCES USED.

Mine	$\|\mathcal{D}\|$	$\|\mathcal{T}\|$	$\|\mathcal{C}\|$	$\|\mathcal{B}\|$	*vars*	*pp vars*
calbuco	3	21	324	200,241	8,416,926	2,572,213
chaiten	2	25	273	288,073	7,208,650	1,150,501
guallatari	3	21	272	57,527	2,421,846	1,007,730
kd	2	12	53	10,128	122,172	52,497
marvin	2	20	56	8,515	171,420	74,413
mclaughlin	2	20	173	180,749	3,618,440	305,758
mclaughlin_limit	2	15	166	110,768	1,664,010	200,680
palomo	2	40	74	190,319	7,615,720	95,958
ranokau	2	81	186	317,907	25,765,533	5,529,283

To show the effectiveness of the methodology, we rescale to the value 100 the best known solution for each problem. This best solution was obtained by running branch and bound algorithms in parallel using several possible configurations for long time. Table II shows this results, where the column *CPIT Heu.* has the solution obtained with the heuristic, *LP UB* has the value of the linear relaxation of the problem, *CP UB* has the value of the upper bound obtained after applying the cutting planes described, and *Proven gap* shows the optimality gap known just with the heuristic and the cutting planes upper bound.

TABLE II
METHODOLOGY TO SOLVE OPPSP.

Mine	*CPIT Heu.*	*LP UB*	*CP UB*	*Proven gap*	*Tot time.*
calbuco	99.95	108.28	102.17	2.22%	1h 25m 19s
chaiten	100.00	117.26	100.00	0.00%	45m 18s
guallatari	99.94	102.02	100.47	0.53%	26m 27s
kd	99.95	101.75	100.22	0.27%	1.4s
marvin	99.89	105.75	100.57	0.68%	5.7s
mclaughlin	99.87	102.52	100.21	0.34%	1m 28s
mclaughlin_limit	99.86	102.39	100.18	0.32%	42.2s
palomo	99.40	114.87	101.08	1.69%	6m 56s
ranokau	99.72	131.48	101.76	2.05%	1h 4m 31s
geometric mean	99.84	109.21	100.74	0.90%	-

The time showed in table II is composed of all the stages of the methodology, this is, pre-process the problem, solving the linear relaxation with BZ algorithm, computing and separating cutting planes and finding integer solutions with the heuristics. The results on this table show that the methodology achieves proven gaps in average of 0.9% in less than 90 minutes, reduced from an average gap over 9% using the linear relaxation upper bound.

ACKNOWLEDGMENT

This work was partially funded by the government of Chile through CONICYT grants FONDECYT 1151098 (M.G, O.R.L), FONDECYT 1130681 (E.M.), ANILLO ACT 1407 (M.G., E.M., O.R.L.) and CONICYT-PFCHA/Doctorado Nacional/2017-21171357 (O.R.L).

REFERENCES

[1] Daniel Bienstock and Mark Zuckerberg. A New LP Algorithm for Precedence Constrained Production Scheduling. *Industrial Engineering*, pages 1–33, 2009.

[2] Daniel Bienstock and Mark Zuckerberg. Solving LP Relaxations of Large-Scale Precedence Constrained Problems. In Friedrich Eisenbrand and F Bruce Shepherd, editors, *Integer Programming and Combinatorial Optimization: 14th International Conference, IPCO 2010, Lausanne, Switzerland, June 9-11, 2010. Proceedings*, pages 1–14. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2010.

[3] Renaud Chicoisne, Daniel Espinoza, Marcos Goycoolea, Eduardo Moreno, and Enrique Rubio. A New Algorithm for the Open-Pit Mine Production Scheduling Problem. *Operations Research*, 60(3):517–528, jun 2012.

[4] Daniel G. Espinoza, Marcos Goycoolea, Eduardo Moreno, and Alexandra M. Newman. MineLib: a library of open pit mining problems. *Annals of Operations Research*, 206(1):93–114, dec 2013.

[5] Gonzalo Muoz, Daniel G. Espinoza, Marcos Goycoolea, Eduardo Moreno, Maurice Queyranne, and Orlando Rivera Letelier. A study of the Bienstock-Zuckerberg algorithm, Applications in Mining and Resource Constrained Project Scheduling. jul 2016. Submitted to Computational Optimization and Applications.

[6] K. Park and S. Park. Lifting cover inequalities for the precedence-constrained knapsack problem. *Discrete Applied Mathematics*, 72(3):219–241, 1997.

[7] Orlando Rivera Letelier, Daniel G. Espinoza, Marcos Goycoolea, Eduardo Moreno, and Gonzalo Muñoz. Production scheduling for strategic open pit mine planning: A mixed integer programming approach. Submitted to Operations Research, 2017.

[8] GEOVIA Whittle. Dassault Systèmes, Last visited September 2016. `www.3ds.com/products-services/geovia/products/whittle`.

Planificación de Fermentación en Bodegas Vitivinícolas

Carlos Monardes
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile
camonardes@uc.cl

Alejandro MacCawley
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile
amac@ing.puc.cl

Jorge Vera
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile
jvera@ing.puc.cl

Susan Cholette
Department of Decision Sciences
San Francisco State University
San Francisco, USA
cholette@sfsu.edu

Sergio Maturana
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile
smaturan@ing.puc.cl

***Resumen*—Desarrollamos un modelo táctico/operacional para planificar la asignación de cubas de fermentación en bodegas vitivinícolas. Definimos una función objetivo multi-criterio que minimiza de manera combinada el número total de cubas utilizadas y la capacidad total desperdiciada en las cubas utilizadas. El modelo ayuda al enólogo en la decisión de asignar las uvas cosechadas a las cubas de fermentación, donde serán procesadas. Las decisiones tomadas se basan en el tamaño (tonelaje) esperado del lote cosechado, las fechas de cosecha y los tiempos (días) de fermentación. Presentamos un modelo de Programación Entera Mixta (MIP, por sus siglas en inglés) para resolver el problema de asignación de cubas, así como algunos resultados obtenidos a partir de él. Por último, presentamos la extensión natural de este modelo determinístico explicando el rol clave de la incertidumbre en el problema y dónde incorporarla.**

Palabras Clave—Bodegas Vitivinícolas, Cubas de Fermentación, Programación Entera Mixta

I. INTRODUCCIÓN

A nivel mundial, una de las industrias más valoradas dentro del sector Agrícola es la Industria Vitivinícola. En 2015, esta industria alcanzó los 104,3 millones de hectolitros en términos de volumen de producción, y 28.300 millones de euros en valorización monetaria [8]. En Chile, la Industria Vitivinícola ha experimentado un gran crecimiento, doblando sus exportaciones en los últimos 10 años [5], lo cual representa un 10% de las exportaciones del país [2]. En este contexto, la Industria Vitivinícola presenta atractivas oportunidades para la Investigación de Operaciones, debido a que el desarrollo y la aplicación de estas herramientas están aún en una etapa inicial [1, 7]. A continuación, se describe uno de los procesos principales en la elaboración del vino: el proceso de fermentación.

A. El Proceso de Fermentación

Antes y durante la vendimia, el enólogo enfrenta el problema de asignar los lotes de uvas cosechadas a las cubas de fermentación, de manera tal que se mantenga la unicidad de los lotes y al mismo tiempo se haga un uso eficiente de las cubas. A su vez, debe lidiar con la incertidumbre producida por el factor climático, el cual impacta el volumen de los lotes y las fechas de cosecha de la uva, así como la duración de la vendimia. Las uvas cosechadas representan la materia prima del proceso de fermentación, y tienen muy poca duración, por lo cual deben procesadas tan pronto como sea posible. Del mismo modo, si las uvas son cosechadas antes o después de su tiempo óptimo, su calidad probablemente se vea afectada [4]. El enólogo tiene la flexibilidad de adelantar la cosecha, para balancear el uso de las cubas durante la vendimia dándole más tiempo al proceso de fermentación, pero con el costo asociado de tener seguramente una menor calidad en las uvas, así como una menor producción. Eventualmente, en el caso de no disponer de cubas al momento de recibir un lote de uvas, puede tercerizar el servicio de fermentación o incluso pudiera interrumpir la fermentación de un vino de menor calidad, con el fin de no perder la materia prima.

Al momento de la planificación, el enólogo tiene un número limitado de cubas de fermentación, las cuales no tienen la misma capacidad, pero pueden ser usadas más de una vez durante la vendimia. Dependiendo del tamaño del lote, puede ser necesario dividirlo en distintas cubas para su fermentación. Adicionalmente, diferentes tipos de uvas no pueden ser procesadas en la misma cuba, y tienen distintas características tales como el tiempo de fermentación y el espacio de llenado en cuba. El factor biológico asociado a la uva impacta en el tiempo de fermentación necesario para su procesamiento, transformándolo así en una tercera fuente de incertidumbre, ya que diversas características de los lotes como la temperatura ambiente, el azúcar residual en las cubas, el tipo de uva, entre

otras, afectan su duración. En la siguiente sección se describe el modelo.

II. Modelo de Planificación de la Fermentación

Para ser resuelto, este modelo requiere de información relacionada con características de los lotes y de las cubas de fermentación disponibles, la cual es recogida a través de sus parámetros. Para simplificar la dimensionalidad del modelo, optamos por crear, como pre-cálculo, una matriz de conflicto de temporalidad con la finalidad de que no haya dos lotes asignados a una misma cuba en la ventana de tiempo asociada a la instancia. Definimos una función objetivo multi-criterio que minimiza una combinación entre el número total de tanques usados y el espacio total desperdiciado en las cubas usadas. Ambos objetivos tienen sus defensores: algunos investigadores [9] trabajan en reducir el espacio desperdiciado en cubas. Por otro lado, nuestros contactos iniciales indican que las viñas prefieren minimizar el número total de cubas utilizadas, y no forzar explícitamente a un mínimo y máximo nivel de llenado, tal como lo proponen otros autores [5]. El parámetro peso objetivo OW, le entrega al usuario (enólogo) el control de decidir la importancia de minimizar el espacio desperdiciado o la cantidad de cubas usadas. Si bien en muchos casos estos objetivos son compatibles, necesitamos saber si es preferible dividir un lote de 20 toneladas por igual entre dos cubas de 10 toneladas o asignarlo a una sola cuba de 25 toneladas, donde se desperdiciarán 5 toneladas. Incluso, si el enólogo está más preocupado por minimizar los tanques totales utilizados, en la práctica puede valer la pena tener un valor de OW menor a uno, ya que de lo contrario el modelo podría tener poco incentivo para asignar un lote de 20 toneladas a un tanque de 25 toneladas en lugar de un tanque de 40 toneladas. A continuación, se describe en detalle el modelo MIP.

A. Conjuntos

- $t \in \boldsymbol{T}$: Cubas de Fermentación.
- $l \in \boldsymbol{L}$: Lotes de uvas cosechadas.

B. Parámetros

Mientras algunas viñas podrían expresar las capacidades de sus cubas en términos de volumen, tales como miles de litros, nosotros seguimos la convención original de las viñas de expresar las capacidades en toneladas de uva prensada.

- C_t : Capacidad (toneladas) de la Cuba t.
- P_t = 1 si la Cuba t está destinada sólo para procesar vinos blancos, 0 si no.
- S_t : Costo de set-up incurrido cada vez que la Cuba t es usada.
- A_l : Volumen (toneladas) esperado de uva en el Lote l.
- H_l : Fecha esperada de cosecha, medida en días desde el comienzo de la vendimia, del Lote l.
- F_l : Duración (días) esperada de fermentación del Lote l.
- R_l = 1 si el Lote l está destinado a convertirse en vino tinto, 0 si no.
- OW : peso objetivo definido por el usuario, donde $0 \leq OW \leq 1$.

C. Variables de Decisión

- $v_{l,t}$: Volumen del Lote l asignado a la Cuba t.
- $w_{l,t}$: Espacio desperdiciado en la Cuba t dejado por el uso del Lote l.
- $m_{l,t}$ = 1 si el Lote l es asignado a la Cuba t, 0 si no.

D. Cálculos de Pre-solución

Cuando los lotes están listados en orden cronológico por fecha esperada de cosecha, la Matriz de Conflicto $|\boldsymbol{L}| \times |\boldsymbol{L}|$ tendrá una forma triangular superior.

$$CM_{l_1,l_2} = \begin{cases} 1 \text{ si } H_{l_1} + F_{l_1} \geq H_{l_2} \mid H_{l_1} \leq H_{l_2} \text{ y } l_1 \neq l_2 \\ 0 \text{ si no} \end{cases}$$

E. Función Objetivo

Minimizar una combinación entre el número total de cubas usadas y el espacio total desperdiciado en las cubas usadas. El peso objetivo definido por el usuario y los datos de costos de set-up influencian la solución.

$$\min OW \sum_t S_t \sum_l m_{l,t} + (1 - OW) \sum_t \sum_l w_{l,t} \qquad (1)$$

F. Restricciones

Todo el tonelaje de un lote debe caber en la(s) cuba(s) asignada(s).

$$\sum_t C_t \cdot m_{l,t} \geq A_l, \forall l \in L \qquad (2)$$

A medida que el modelo registra el volumen utilizado y el volumen desperdiciado en una cuba, y puede penalizar este último, las dos siguientes restricciones de igualdad imponen que todo el espacio de la cuba sea contabilizado correctamente.

$$\sum_t v_{l,t} = A_l, \forall l \in L \qquad (3)$$

$$C_t \cdot m_{l,t} = v_{l,t} + w_{l,t}, \ \forall l \in L, \ \forall t \in T \qquad (4)$$

Esta clase de restricciones impide que una cuba sea asignada a dos lotes que tendrían un conflicto temporal.

$$m_{l_1,t} + m_{l_2,t} \leq 1, \ \forall t \in T, \ \forall l_1, l_2 \in L \mid CM_{l_1,l_2} = 1 \qquad (5)$$

La siguiente clase de restricciones evita asignaciones de lotes inapropiadas a cubas que sólo pueden procesar vinos blancos.

$$\sum_{l} R_l \cdot m_{l,t} = 0,\ \forall t \in T \mid P_t = 1 \tag{6}$$

Finalmente, las siguientes restricciones definen la naturaleza de las variables de decisiones.

$$v_{l,t} \geq 0,\ \forall l \in L,\ \forall t \in T \tag{7}$$

$$w_{l,t} \geq 0,\ \forall l \in L,\ \forall t \in T \tag{8}$$

$$m_{l,t} \in \{0,1\},\forall l \in L,\ \forall t \in T \tag{9}$$

III. Incorporación de la Incertidumbre

El modelo determinístico debe enfrentar infactibilidad de solución cuando los parámetros de tiempo (fechas de cosecha y/o tiempos de fermentación) o bien el volumen de cosecha varían. El enólogo necesita soluciones robustas que mantengan la consistencia en las asignaciones, sin que haya pérdidas de calidad. Por lo mismo, el proceso de fermentación vitivinícola debe considerar flexibilidad en la capacidad de las cubas, y así hacer frente a la incertidumbre. Debido a que las viñas trabajan con distinto tipo de uvas, y que estas se cosechan en distintos momentos de la vendimia, parece natural considerar estructuras (niveles) de variabilidad para diferentes tipos de uvas, y en distintos momentos dentro de la vendimia.

El siguiente paso para incorporar la incertidumbre consiste en definir la metodología robusta a utilizar, lo cual contempla la definición propia de robustez en las soluciones obtenidas (e.g. a través de la capacidad disponible, o nivel de servicio), el conjunto de incertidumbre y el presupuesto de incertidumbre asociado. Después de ello, crearemos tres variantes del problema con la finalidad de medir, en un comienzo por separado, el efecto de la variabilidad asociada por cada fuente de incertidumbre en la robustez de las soluciones obtenidas. De esta forma obtendremos una relación en cuanto a la sensibilidad en la robustez de las soluciones obtenidas frente a la variabilidad de cada fuente. Finalmente, con esta información buscaremos integrar dos o tres fuentes (las que más impacten al proceso) en un mismo modelo robusto, incorporando las estructuras de variabilidad que el problema presenta.

IV. Resultados y Conclusiones

El modelo determinístico fue implementado en Gurobi 7.5.1 para Windows 64-bit, usando el lenguaje Python 3.6. Las corridas fueron ejecutadas en un procesador Intel Core i7-7500U, obteniendo soluciones en 0,11 segundos (en promedio) para instancias de bodegas con 5 cubas y 6 lotes. El modelo es capaz de entregar "buenas" soluciones, a través de una adecuada asignación de lotes de uvas a cubas de fermentación en una adecuada ventana de tiempo. En el corto plazo deseamos probar este modelo en instancias de bodega más grande, con 150 cubas de fermentación o más, y con similar cantidad de lotes a procesar dentro de un horizonte de planificación.

Nuestro trabajo beneficia a la Industria Vitivinícola al proveer una herramienta que le permitirá al enólogo rápidamente determinar una planificación óptima y usar nueva información para revisar la planificación, reasignando lotes que aún pueden ser cambiados. Debido a la naturaleza del problema, el siguiente paso es incorporar la incertidumbre en el modelo. Esta incertidumbre proviene del clima y la naturaleza biológica de la fermentación de la uva. El clima genera variabilidad en las fechas y volúmenes de cosecha, mientras que la naturaleza biológica de las uvas genera variabilidad en la duración de la fermentación dentro de las cubas.

Referencias

[1] O. Ahumada and J. R. Villalobos, "A tactical model for planning the production and distribution of fresh produce". Annals of Operations Research, vol. 190, no 1, pp. 339-358, 2011.

[2] Banco Central de Chile, "Indicadores de Comercio Exterior, Primer Trimestre de 2017". Reporte Técnico, Departamento Publicaciones de la Gerencia de Asuntos Institucionales. 2017.

[3] S. Dunstall and R. Johnstone, "Applying innovative decision support technologies to achieve harmony and adaptability in an Australian wine supply network". [In Media release, SMART 2005 Conference, Australia. 2005].

[4] J.C. Ferrer, A. Mac Cawley, S. Maturana, S. Toloza and J. Vera, "An optimization approach for scheduling wine grape harvest operations". International Journal of Production Economics, vol. 112, no 2, pp. 985-999, 2008.

[5] L. Hennicke, "Chile: Wine Annual". Global Agricultural Information Network. 2015.

[6] C. Kolympiris, M. Thomsen and J. Morris, "An Optimization Model for Winery Capacity Use". [Southern Agricultural Economics Association Annual Meetings, Orlando (FL), USA, February 5-8, 2006].

[7] L. Moccia, "Operational Research in the Wine Supply Chain". INFOR: Information Systems and Operational Research, vol. 51, no 2, pp. 53-63, 2013.

[8] The International Organisation of Vine and Wine, "STATE OF THE VITIVINICULTURE WORLD MARKET, APRIL 2016". Technical Report. 2016.

[9] A. van der Merwe, J. H. van Vuuren and F.E. van Dyk, "Decision support for grape harvesting at a South African winery". ORiON, vol. 27, no 2, pp. 83-100, 2011.

Session WB2
Integer Optimization Models for Scheduling III

- *Batching y Scheduling en Plantas de Producción Multisitio considerando Políticas Operativas*; Ackermann, Sergio; Fumero, Yanina; Montagna, Jorge.
- *Automatización de la asignación de servicios de transporte privados de pasajeros de acuerdo con múltiples variables*; Araya Córdova, P. J.; Díaz Núñez, Fabián; Moraga, Javier; Quezada, Franco; Vásquez, Oscar C..
- *Optimización de Planes de Producción en Panel Caving incluyendo Actividades de Preparación y Desarrollo*; Vásquez Candia, Javier Alberto; Morales, Nelson; Cornejo, Javier.
- *Convex Hierarchies fail to Schedule Identical Machines*; Verdugo, Victor.

Batching y Scheduling en Plantas de Producción Multisitio Considerando Políticas Operativas

Sergio Ackermann, Yanina Fumero, Jorge M. Montagna
INGAR, Instituto de Desarrollo y Diseño
CONICET-UTN
Santa Fe, Argentina
{sackermann, yfumero, mmontagna@santafe-conicet.gov.ar}

***Abstract*— En ambientes de producción multisitio, la administración adecuada de los recursos de producción es una actividad de fundamental relevancia frente a las exigencias del mercado. En particular, cada instalación productiva puede operar con distintas políticas de acuerdo a sus objetivos, priorizando la calidad y estandarización del producto, la atención al cliente, o la eficiencia global del sistema; las cuales deben ser tenidas en cuenta al momento de planificar la producción de todo el complejo. A nivel operativo, a fin de lograr una operación eficiente del sistema productivo, es necesario resolver el problema de scheduling de la producción sobre todo el complejo, en lugar de hacerlo para cada planta por separado, como ha sido lo usual hasta el momento. En este trabajo se propone un modelo de programación lineal mixta-entera para el problema de scheduling multisitio, donde diferentes políticas operativas son consideradas para las múltiples instalaciones batch. A través de un ejemplo, se muestra el impacto de las políticas en el proceso de toma de decisiones.**

Keywords—Instalaciones multisitio; plantas batch multiproducto; scheduling; batching; politicas operativas

I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, frente a la presencia de un mercado altamente globalizado, caracterizado por demandas de nuevos productos y mayores requerimientos en la satisfacción del cliente, las empresas se ven obligadas a mejorar sus estrategias de operación para ser más competitivas. En este escenario, las actividades de planificación de la producción adquieren una relevancia singular.

En particular, en ambientes productivos que cuentan con múltiples plantas multiproducto de producción discontinua, el scheduling de la producción juega un rol fundamental. Este proceso de toma de decisiones plantea un gran desafío considerando, además, que la política operativa adoptada por cada planta afecta y es afectada por las políticas de operación de las restantes entidades. En las últimas décadas, este problema ha sido ampliamente estudiado a nivel de planta, y varios enfoques basados en programación matemática, como así también diferentes estrategias de resolución, han sido propuestos para resolver el mismo ([1], [2]). La mayoría de los modelos desarrollados resuelven el problema de forma secuencial, donde el número y tamaño de los lotes a producir son conocidos o se calculan en una primera etapa y estos valores se usan como datos en el problema de scheduling. Dicha manera de tratar el problema es muy poco eficiente en el caso en que las plantas cuentan con unidades de diferentes tamaños trabajando en paralelo. Prasad y Maravelias [3] han presentado el primer enfoque que considera la optimización simultánea del batching y scheduling, y desde entonces algunos enfoques en esta área, con ciertas limitaciones y características, han sido presentados ([4], [5]). Más recientemente, Fumero et al. [6] han desarrollado un modelo de programación lineal mixta-entera (MILP) para optimizar simultáneamente las decisiones de batching y scheduling para una planta batch multiproducto multietapa que opera a través de campañas de producción mixtas.

En ambientes multisitio, la solución simultánea de ambos problemas es aún más importante, ya que decidir en qué planta procesar cada lote es una parte importante del problema de optimización. En este sentido, un enfoque con ciertas limitaciones ha sido presentado por Kopanos y Puigjaner [7]. Los autores desarrollaron un modelo MILP para optimizar simultáneamente las decisiones de planeamiento y batching y scheduling de la producción para el caso de un esquema productivo con múltiples plantas, pero donde cada una de ellas está compuesta de una única etapa con diferentes unidades operando en paralelo.

En este trabajo se propone un modelo MILP para la optimización simultánea del batching y scheduling de la producción en el caso de múltiples instalaciones batch multiproducto multietapa de estructura conocida, considerando especialmente el impacto que presentan en la toma de decisiones el uso de las políticas operativas presentadas por Ryu y Pistikopoulos [8]. Dadas las órdenes que demandan los diferentes clientes, el problema consiste en: determinar el número y tamaños de lotes de cada orden que deben ser procesados para satisfacer la demanda, decidir en qué planta de la instalación se procesará cada lote y hallar el secuenciamiento y los tiempos iniciales y finales de cada lote en las unidades correspondientes a la planta seleccionada para procesarlo, de modo que se minimice el tiempo total de procesamiento (makespan), cumpliendo las fechas de entrega de cada orden y la política productiva que se haya adoptado.

II. DESCRIPICIÓN DEL PROBLEMA

Se considera un ambiente de producción constituido por múltiples plantas batch multiproducto, las cuales cuentan con la misma cantidad de etapas de procesamiento. En cada planta, cada etapa cuenta con múltiples unidades no necesariamente iguales y operando fuera de fase.

Las plantas son capaces de procesar un conjunto de productos. Los requerimientos de demanda de un grupo de clientes deben ser satisfechos. Cada cliente emite órdenes de los diferentes productos, cuyo tamaño es conocido y cuenta con una fecha de vencimiento, antes de la cual debe ser finalizado su procesamiento. Cada orden de un producto puede ser completada con uno o más lotes (batches), cuyo número y tamaño son variables del problema.

Para cada planta, se conocen: el tamaño de cada unidad, el tiempo de procesamiento de un lote de cada producto en cada unidad, el factor de tamaño que denota el volumen requerido en cada etapa para obtener una unidad de masa del producto final, el porcentaje mínimo de utilización de cada unidad cuando procesa un cierto producto y los tiempos de changeover dependientes del secuenciamiento de los productos.

En este modelo se asume que no se cuenta con tanques de almacenamiento intermedio, por lo que se adopta la política de transferencia ZW (zero wait), es decir, cuando un lote se termina de procesar en una etapa, debe ser inmediatamente transferido a la etapa siguiente. El tiempo de transferencia se supone muy bajo comparado con los de procesamiento por lo que se supone que se incluyen en éstos.

Para las decisiones de scheduling se adopta una representación basada en slots de tiempo. En cada unidad de cada planta se propone un número fijo de slots, en los cuales puede ser asignado uno o ningún lote. Los slots tienen tiempo de inicio y final desconocidos; si a un slot no se asigna ningún lote, su tiempo final es igual al inicial, mientras que si se asigna un lote, su tiempo final es igual al inicial más el tiempo de procesamiento del lote asignado.

Es importante notar que tanto el número como el tamaño de los lotes a procesar son variables del problema y, por lo tanto, el número de slots propuestos en cada unidad debe ser sobreestimado. Debido a la naturaleza combinatoria del problema, es importante encontrar cotas adecuadas para el número de slots propuestos, las cuales se estiman a partir del dado que se conoce el tamaño mínimo para un lote de cada producto.

III. Formulación Matemática

El modelo MILP desarrollado resuelve simultáneamente el batching y scheduling en instalaciones batch multisitio, donde las plantas cuentan con unidades desiguales en paralelo y operando fuera de fase y donde diferentes políticas de operación pueden ser adoptadas. Se encuentra compuesto por los bloques de restricciones descriptos a continuación:

A. Restricciones de dimensionamiento de lotes

Con estas restricciones se acota el número de lotes que se utilizarán para satisfacer una orden de cierto producto, se restringe su tamaño dentro de los valores máximo y mínimo posible y se impone que la suma de los tamaños de los lotes en que se divide una orden sea igual al tamaño de la misma.

B. Restricciones de asignación y secuenciamiento de lotes

Cada lote seleccionado para completar una orden es asignado a un único slot de alguna planta. Se impone que dicho lote sea asignado al mismo slot de una y sólo una unidad en cada etapa de procesamiento y que ese slot no sea ocupado por otros lotes en las demás unidades de cada etapa.

C. Restricciones de tiempo

Para cada slot propuesto, estas restricciones permiten determinar su tiempo inicial y final. Se impone que los mismos sean iguales en caso de que el slot no sea ocupado por ningún lote o que el tiempo final sea igual al tiempo inicial más el tiempo de procesamiento del lote en caso de que se le asigne uno. Para las etapas de procesamiento intermedio, y en caso de que se procese otro lote en la misma unidad, se suma el tiempo de transición para obtener el tiempo final.

En este conjunto de restricciones se asegura además que el tiempo final de un lote, en la última etapa, sea menor o igual a la fecha de vencimiento de la orden a la cual corresponde dicho lote.

D. Política de transferencia ZW

En este punto se impone, excepto para la etapa final, que el tiempo en que se termina de procesar un lote en una etapa coincida con el tiempo de inicio de procesamiento del mismo lote en la etapa inmediata siguiente, es decir, una vez que un lote se comienza a procesar, el mismo no se detiene en ningún momento.

E. Restricciones relativas a las políticas operativas

Diferentes restricciones deben ser adicionadas al modelo, dependiendo el tipo de política productiva que se desee imponer: coordinación, cooperación o competencia. Bajo la política de coordinación, cada producto es producido en una única planta, lo que permite que cada planta se especialice en unos pocos productos, priorizando así la calidad y estandarización de los mismos. La política de cooperación es impuesta en el caso que se desee que cada cliente sea abastecido por una única planta, a fin de lograr una mejor relación con los mismos. Finalmente, la política de competencia busca lograr la eficiencia global del sistema sin imponer restricciones de producción y abastecimiento.

F. Función objetivo

La función objetivo es la minimización del tiempo total de producción, o también denominado makespan, es decir, el máximo de los tiempos finales de todos los lotes procesados, sujeto a las restricciones antes descriptas.

IV. Ejemplo

Se presenta a continuación un ejemplo que ha sido resuelto usando las tres políticas productivas introducidas en este trabajo. Han sido consideradas dos plantas (denominadas A y B) de tres etapas, que pueden procesar hasta tres productos distintos (P1, P2 y P3) y deben satisfacer la demanda de dos clientes. En la TABLA I se encuentran resumidos los datos de

TABLA 1. PLAN DE PRODUCCIÓN ÓPTIMO SEGÚN POLÍTICA ADOPTADA

Cliente	**Demandas**		**Política de producción**								
			Competencia			***Coordinación***			***Cooperación***		
	Producto	***Cantidad***	***Planta***	***Nº de lotes***	***Makespan***	***Planta***	***Nº de lotes***	***Makespan***	***Planta***	***Nº de lotes***	***Makespan***
Cliente 1	P1	190	A y B	2		A	2		A	2	
	P2	105	B	1		B	1		A	1	
	P3	170	A	2	47.2	A	2	48.5	A	2	49.5
Cliente 2	P1	200	A	2		A	2		B	2	
	P2	210	B	2		B	2		B	2	

demanda como así también los resultados obtenidos en las diferentes soluciones.

En todos los casos el número de lotes producidos resultó ser igual, nueve en total. La planta en la que se procesa cada lote varía de acuerdo a la política adoptada.

En cuanto al makespan, al pasar de la política de competencia a la de coordinación se da un aumento del 2,75%, mientras que al adoptar la de cooperación el aumento es del 4,87% respecto al primero. El hecho que el aumento sea mayor en el caso de cooperación, a priori, no es sorprendente, ya que la misma impone que cada cliente sea abastecido por una única planta, lo que fuerza a que todos los productos sean producidos en la misma planta, incluso si sus tiempos de procesamiento son mayores.

De los resultados se advierte que la política de competencia es la más eficiente. El cliente 1 recibe pedidos de las dos plantas y, por otro lado, el producto P1 es elaborado en las dos plantas. En el caso de la coordinación, la planta A produce P1 y P3, mientras que la planta B hace lo propio con P2. Finalmente para el caso de la política de cooperación, la planta A abastece al cliente 1 y la planta B al cliente 2. El diagrama de Gantt correspondiente a dicha política es presentado en la Fig. 1, mientras que los correspondientes a las demás políticas no han sido incluidos por cuestiones de espacio.

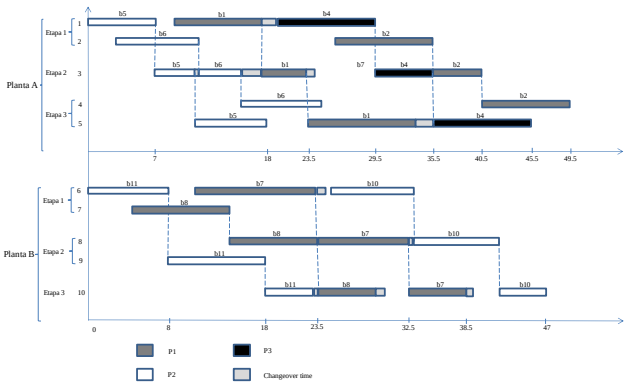


Fig. 1. Diagrama de Gantt: política de cooperación

V. CONCLUSIONES

El modelo permitió encontrar la mejor solución en los tres escenarios planteados por las diferentes políticas operativas. En el caso de estudio se evidencia que existen diferencias en la función objetivo de acuerdo a la política productiva que se adopte. Desde el punto de vista de las operaciones, las diferencias son muy marcadas en cuanto a la asignación de los productos que se procesan a las diferentes plantas y como se satisfacen los requerimientos de los clientes. En este caso el makespan no tiene una diferencia sustantiva entre los distintos escenarios, a lo sumo el 5%. Se tiene por lo tanto una herramienta que permite evaluar la operación óptima del complejo multisitio. Queda a cargo de la gestión de la misma, elegir la política de acuerdo al criterio predominante: eficiencia, mejor servicio al cliente o estandarización superior de la producción.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero recibido por CONICET en el marco del proyecto PIP-2016-00682.

REFERENCIAS

[1] C. A. Méndez, J. Cerdá, I. E. Grossmann, I. Harjunkoski, M. Fahl, "State-of-the-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes," Comput. Chem. Eng, vol. 30 (6−7), pp. 913-946, 2006.

[2] I. Harjunkoski, C. T. Maravelias, P. Bongers, P. M. Castro, S. Engell, I. E. Grossmann, J. Hooker, C. Méndez, G. Sand, J. Wassick, "Scope for industrial applications of produc-tion scheduling models and solution methods," Comput. Chem. Eng, vol 62, pp. 161-193, 2014.

[3] P. Prasad, C. T. Maravelias, "Batch selection, assignment and sequencing in multi-stage multi-product processes," Comput. Chem. Eng, vol 32, pp. 1106-1119, 2008.

[4] A. Sundaramoorthy, C. Maravelias, "Simultaneous batching and scheduling in multistage multiproduct process" Ind. Eng. Chem. Res, vol 47, pp. 1546-1555, 2008.

[5] A. Sundaramoorthy, C. Maravelias, "Modeling of storage in batching and scheduling of multistage process," Ind. Eng. Chem. Res, vol 47, pp. 6648-6660, 2008.

[6] Y. Fumero, G. Corsano, J. M. Montagna, "Simultaneous batching and scheduling of batch plants that operate in a campaign-mode, considering nonidentical parallel units and se-quence-dependent changeovers," Ind. Chem. Eng, vol 53, pp. 17059-17074, 2014.

[7] G. M. Kopanos, L. Puigjaner, "Multi-site scheduling/batching and production planning for batch process industries," Comput. Aided Chem. Eng, vol 27, pp. 2109-2114, 2009.

[8] J. Ryu, E. N. Pistikopoulos, "Design and operation of an enterprise-wide process network using operation policies. 1. Design," Ind. Eng. Chem. Res, vol 44, pp. 2174-2182, 2005.

Automatización de la asignación de servicios de transporte privados de pasajeros de acuerdo con múltiples variables

P. J. Araya-Córdova, Fabián Díaz-Nuñez, Javier Moraga, Franco Quezada and Óscar C. Vásquez
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
Email: {*patricio.arayac, fabian.diaz, javier.moraga, franco.quezada, oscar.vasquez*}@usach.cl

***Abstract*—Las empresas pertenecientes al transporte de pasajeros se enfrentan diariamente al problema de asignación de vehículos, basándose en un conjunto de variables relacionadas tanto con sus clientes externos, i.e. demandantes del servicio, como de sus clientes internos, i.e. propietarios choferes de los vehículos, buscando garantizar una calidad en el servicio, así como también la equidad en el salario recibido por los trabajadores que realizan los mismos. Esta asignación es realizada a medida que las solicitudes de transporte son recibidas, y por tanto al momento de analizar el desempeño de una decisión, no toda la información está disponible. Motivado por esta problemática, en este trabajo se propone un algoritmo online que permite la asignación de servicios demandados considerando: el ingreso equilibrado entre los trabajadores a través del dinero ganado durante un período de tiempo definido, el valor del último servicio solicitado y ejecutado, el valor del nuevo servicio, y los tiempos de trabajo efectivo de los vehículos involucrados en la decisión. El algoritmo propuesto se evalúa comparando su desempeño frente a un modelo de programación entera mixta de asignación con información completa y el algoritmo de asignación utilizado en un caso de estudio, analizando sus resultados.**

***Index Terms*—Asignación online; Modelo de Programación Entera Mixta; Servicio de transporte de pasajeros.**

I. Introducción

En la literatura, el problema de asignación de vehículos y su automatización ha sido abordado desde diferentes perspectivas, considerando en general su versión *offline*, en donde toda la información necesaria se encuentra disponible en el momento de realizar la asignación [2]. Sin embargo, aplicaciones reales en donde solo parte de la información necesaria se encuentra disponible solo ha sido estudiado recientemente. Esta versión del problema denominada *online*, presenta una mayor dificultad al evaluar el desempeño de un algoritmo de resolución dado y los bajos tiempos de execución requeridos [1].

Este tipo de problemas de asignación en su versión online es enfrentado día a día por las empresas de transportes, en particular aquellas que deben gestionar la asignación de una flota de taxis u otro transporte colectivo y en donde, además de los objetivos clásicos como la calidad de servicio, son combinados con los objetivos propios de los dueños de los vehículos de transporte.

Este artículo propone un algoritmo online que busca una mejora en el sistema de asignación de transporte de pasajeros, los cuales deben cubrir los servicios solicitados de forma de abastecer la demanda con una cantidad definida de vehículos, considerando principalmente el horario de trabajo de los choferes, y el dinero ganado por cada uno según las horas trabajadas dentro de la jornada laboral acordada; considerando para ello la aplicación en un caso de estudio.

El resto de este artículo es como sigue. En la Sección II se describe el sistema de asignación actual del caso de estudio. En la Sección III se presenta el Modelo de programación entera mixta de asignación con información completa, que sirve como punto de partida para evaluar la eficiencia del algoritmo Online de asignación. En la Sección IV se presenta el Algoritmo Online de asignación, estableciendo las nuevas consideraciones del nuevo modelo planteado. Luego en la Sección V se aplica y se evalúa el modelo propuesto. Finalmente, se exponen las conclusiones al final del artículo.

II. Sistema de Asignación Actual

Se considera que existe un conjunto de vehículos los cuales se clasifican en tres tipos según el tamaño y capacidad, teniendo distintos usos para cada uno. Además, existen distintas bases distribuidas dentro del territorio en la que opera, las cuales albergan a los vehículos luego de terminar un servicio de transporte de pasajeros, pudiendo entonces, iniciar un nuevo servicio desde algunas de estas localizaciones dependiendo de la cercanía al lugar de retiro del pasajero.

Al solicitar un servicio se busca la disponibilidad de un vehículo de acuerdo a los requerimientos del cliente, los cuales se encuentran ordenados en ”ficheros” definidos de acuerdo a los valores en dinero de los servicios que se solicitan, donde cada uno de los vehículos pueden pertenecer a todos los ficheros establecidos, ordenándose de acuerdo al último servicio realizado, por lo que el primer vehículo de la lista

es el único que no ha realizado un servicio en relación a los vehículos pertenecientes al mismo fichero. En consecuencia, la asignación de la solicitud entrante se realiza según el valor del servicio, la posición del vehículo en el fichero y la disponibilidad del mismo.

Así, al buscar la disponibilidad del vehículo se incurre en la arbitrariedad de la asignación, sin considerar el tiempo que lleva trabajando el colaborador, el cumplimiento de las condiciones pactadas o el dinero que ya ha ganado dentro de un periodo definido de trabajo.

III. Modelo de Programación Entera Mixta de Asignación con información completa

Se desarrolla un modelo de programación entera mixta de asignación con información completa basándose en tres supuestos principales, los cuales se describen a continuación:

- *Satisfacción del cliente*: Se asume que la decisión de asignación busca la satisfacción de los clientes a través del cumplimiento de tiempos asociados al servicio.

- *Ingreso equilibrado*: Se asume que la decisión de asignación busca la satisfacción de los choferes (clientes internos) a través de un ingreso equilibrado en función de su responsabilidad y tiempo de trabajo realizado. Se asume un mes como período de estudio.

- *Elección de una Base*: Se asume que el chofer decide volver a la base más cercana desde el punto donde termina un servicio. Al comienzo de su jornada, el chofer tiene una base definida.

El modelo desarrollado se utiliza para medir el rendimiento del algoritmo online de asignación, dado que este último asigna a medida que se solicitan los servicios, sin tener la información completa de los servicios que vendrán posteriormente.

IV. Algoritmo Online de Asignación propuesto

El modelamiento de la situación sin información a priori, se presenta en esta sección.

El algoritmo online considera los tres supuestos mencionados en el algoritmo offline de asignación y se consideran tres nuevos supuestos, los que se describen a continuación:

- *Servicio de momento*: Se asume que un servicio será de momento, si este es solicitado con menos de una hora de antelación.

- *Ingreso equilibrado*: Se asume que la decisión de asignación busca la satisfacción de los choferes, clientes internos, a través de un ingreso equilibrado en función de su responsabilidad, tiempo de trabajo realizado y el dinero que haya ganado en un periodo definido anterior al turno actual de trabajo.

- *Elección de un vehículo*: Se asume que la elección de un vehículo al momento de asignar un servicio, se realiza comparando entre dos móviles según el tiempo trabajado, el dinero ganado y la proporción del valor del nuevo servicio a asignar en relación al valor del último servicio asignado y realizado.

Para el nuevo algoritmo se incluyen los siguientes parámetros, los cuales se describen a continuación:

h_i : Tiempo en que el servicio es solicitado
A_1 : Dinero ganado por el vehículo en un período definido
A_2 : Dinero ganado por el vehículo en un período definido
d : Tiempo de trabajo dentro del turno del vehículo 1
d' : Tiempo de trabajo dentro del turno del vehículo 2
δ : Proporción entre los tiempos trabajados entre el vehículo 2 y 1
C : Valor del último servicio realizado por el vehículo 1
γ : Proporción entre el último servicio ejecutado por el vehículo 1 y el nuevo servicio a asignar

La asignación se realiza al solicitar un servicio, donde si la cantidad de vehículos disponibles es mayor a 1, se ordenan de forma no creciente según el tiempo en base y se realiza la comparación entre los dos primeros de la lista, considerando: el dinero ganado por cada vehículo, el tiempo de trabajo dentro del turno de cada uno y el valor del último servicio realizado por el vehículo que lleva más tiempo en base en relación al valor del nuevo servicio a realizar.

Entonces, estando ambos vehículos disponibles y se solicita un nuevo servicio, se plantean dos casos los cuales se describen a continuación:

- *Caso 1*: Se asigna nuevamente el servicio al primer vehículo de la lista, donde la función objetivo queda de la siguiente forma:

$$2\left(\frac{d'(C+\gamma C+A_1)-dA_2}{2dd'}\right)^2 \tag{1}$$

- *Caso 2*: Se asigna el nuevo servicio al segundo vehículo de la lista, quedando entonces que cada vehículo realiza un servicio cada uno, donde la función objetivo queda de la siguiente forma:

$$2\left(\frac{d'(C+A_1)-d(A_2-C\gamma)}{2dd'}\right)^2 \tag{2}$$

Luego con (1) y (2) se busca el punto de indiferencia ,donde:

$$\delta=\frac{d'}{d} \tag{3}$$

Obteniendo las siguientes raíces:

$$\delta* = \frac{A_2 - A_1 - C}{C\gamma + 2C + 2A_1} \pm \frac{\sqrt{(C + A_1 - A2)^2 + (C\gamma + 2C + 2A_1)(C\gamma + 2A_2)}}{C\gamma + 2C + 2A_1} \quad (4)$$

De (4) se obtienen los valores de que resultan según los parámetros de cada vehículo, donde si el cociente entre el tiempo d' y d de los vehículos 2 y 1 respectivamente, se encuentra entre los valores de obtenidos en (4), el vehículo 2 se elimina, continuando con el siguiente de la lista, según el orden no creciente por tiempo en base, en tanto, si el cociente entre los tiempos de trabajo dentro del turno es mayor o menor a los valores obtenidos de (4), el vehículo 1 se elimina y se continúa la comparación entre el segundo de la lista y el tercero de la misma. Esta comparación se realiza entre todos los vehículos disponibles para la ejecución del servicio, hasta obtener el mejor vehículo de la lista para realizar el servicio solicitado.

V. Aplicación y evaluación del método de asignación

Para la evaluación del método se utiliza una muestra correspondiente a un mes de funcionamiento de la empresa de transporte de pasajeros. Esta muestra contiene 67 vehículos que tienen asociadas 1353 disponibilidades y 7309 servicios a realizar. Para ello se realizan tres experimentos distintos, en el primero de ellos se asignan los servicios del primer día de operación, el segundo experimento corresponde a la asignación de la primera semana de operación y, finalmente, el tercer experimento se realiza utilizando el periodo completo de operación correspondiente a la muestra entregada. Cada uno de estos experimentos se ejecuta utilizando el algoritmo de asignación actual y el algoritmo de asignación propuesto con el objetivo de analizar los resultados obtenidos con cada algoritmo en los distintos periodos de tiempo definidos. En tanto el modelo de programación entera mixta no fue posible considerarlo en los experimentos definidos ya que su ejecución supera la capacidad de cómputo del equipo utilizado, siendo poco factible de ejecutar este algoritmo en la práctica dado el tamaño del problema y la información que se tiene al momento de asignar. A continuación, se presentan los resultados de cada experimento.

En el Experimento 1, para el algoritmo actual de asignación se tiene que el mínimo valor es de 14.9 mientras que el valor máximo corresponde a 349.31, obteniendo una media de 112.12, además el 50% de los vehículos gana entre 72.82 y 143.69. En tanto el algoritmo propuesto concentra el dinero ganado del 50% de los vehículos entre 73.24 y 129.47, disminuyendo la dispersión de los datos.

En el Experimento 2, el algoritmo actual de asignación tiene un valor mínimo de 12.79 mientras que el valor máximo corresponde a 138.67, obteniendo una media de 68.29, además el 50% de los vehículos gana entre 48.40 y 84.42. Por otra parte, el algoritmo propuesto en comparación al algoritmo actual, posee valores de dinero por minuto mayores, donde el 50% de los mismos se encuentran entre 59.67 y 99.84.

El Experimento 3 muestra los resultados de dinero ganado por minuto correspondiente a un mes, donde para el algoritmo actual de asignación, el mínimo valor es de 27.68 mientras que el valor máximo corresponde a 170.33, obteniendo una media de 64.44, además el 50% de los vehículos gana entre 38.18 y 99.38. En tanto el algoritmo propuesto concentra el dinero ganado del 50% de los vehículos entre 52.61 y 102.45, disminuyendo la dispersión de los valores entre los cuartiles 1 y 3.

La Tabla I, presenta los resultados obtenidos de la función objetivo definida en la Sección III para cada experimento realizado:

TABLE I
Resultado Función Objetivo por experimento

Algoritmo	Experimento 1	Experimento 2	Experimento 3
Actual	197024.99	47780.26	75166.23
Propuesto	222305.41	40398.54	67601.23

VI. Conclusión

De acuerdo a los resultados obtenidos de los distintos experimentos realizados y en relación a los valores de la función objetivo propuesta, es posible analizar que, para periodos cortos de tiempo, el algoritmo actual tiende a ser mejor que el algoritmo propuesto ya que inicialmente ninguno de los vehículos tiene valores asignados en tiempo trabajado como en el dinero ganado, por lo que la asignación de un servicio es posible para cualquier servicio. En relación al experimento 2 y 3 es posible analizar que la brecha entre los valores de las funciones objetivos se va aumentando, por lo que el algoritmo funciona de mejor forma para periodos más grandes de operación. Es por esto que la propuesta, y de acuerdo a los resultados obtenidos, permite asignar minimizando la dispersión del dinero por unidad de tiempo para cada uno de los vehículos involucrados en la decisión. Por otra parte, queda pendiente la evaluación del algoritmo propuesto en relación al modelo de programación entera mixta, donde para trabajos futuros queda la posibilidad de proponer otra función objetivo que cumpla de mejor forma los objetivos buscados en este trabajo.

References

[1] A. Borodin and R. El-Yaniv. *Online computation and competitive analysis*. Cambridge University press, 2005.

[2] P. Toth and D. Vigo. *Vehicle routing: problems, methods, and applications*, volume 18. SIAM, 2014.

Optimización de Planes de Producción en Panel Caving incluyendo Actividades de Preparación y Desarrollo

Javier Vásquez Candia
Laboratorio de Planificación Minera
DELPHOS, AMTC, DIMIN
Universidad de Chile
Avda. Tupper 2007, Santiago, Chile
Email: jvasquez@delphoslab.cl

Nelson Morales Varela
Laboratorio de Planificación Minera
DELPHOS, AMTC, DIMIN
Universidad de Chile
Avda. Tupper 2007, Santiago, Chile
Email: nmorales@delphoslab.cl

Javier Cornejo Gonzalez
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile
Avda. Tupper 2007, Santiago, Chile

***Abstract*—Los planes de produccion en minería subterránea determinan dónde, cuándo y cómo extraer el mineral considerando factores técnicos y económicos. Sin embargo, usualmente, la Preparación Minera (construcción de la infraestructura necesaria para recuperar el mineral en los puntos de extracción) es realizada separadamente de la Planificación de la Producción (extraccion de mineral), lo cual puede afectar el cumplimiento del Plan de Producción de Mineral. Por lo anterior, para determinar planes de producción factibles es necesario considerar la mayor cantidad de variables que influyen en la elaboracion de dichos planes. El objetivo de este trabajo es resolver un problema de producción subterránea de una mina explotada por Panel Caving, considerando actividades de Preparacion Minera y Extracción de Mineral simultáneamente. Para conseguir lo anterior, una metodología es propuesta que integra ambos procesos, más los aspectos operacionales más relevantes en la construcción de un plan de producción. Luego, una herramienta computacional basada en programación entera mixta (MIP) es usada y las actividades mineras son modeladas. Los resultados muestran que esta metodología permite obtener un plan minero óptimo, que integra, simultáneamente, las actividades de preparación y producción. Este plan optimiza la estrategia de consumo de reservas considerando una tasa de desarrollo y producción por periodo. Finalmente, permite al planificador de minas obtener un plan integrado y factible para la planificación a mediano y largo plazo de la mina.**

I. Antecedentes

Uno de los aspectos más importantes de la planificación minera en minería subterránea de métodos por hundimiento es definir el orden de extracción de las columnas de mineral buscando siempre extraer las mayores leyes al inicio para maximizar el Valor Presente Neto (VPN). Para que esto ocurra, es necesario contar con una infraestructura que permita recuperar el mineral en los puntos de extracción. Por lo tanto, el orden en el cual los bloques de las columnas son extraídos y la construcción de los niveles productivos que aseguran el acceso y la extracción del mineral deben ser tomados en cuenta en la planificación de minas, además de los factores técnicos y operacionales propios del sistema de explotación. Lo anterior, significa que el proceso global de planificación minera es complejo, por lo que es una práctica común descomponerlo en diferentes tareas secuenciales y, por lo tanto, abordar el proceso general en planes específicos de forma discretizada e independiente. Desafortunadamente, la desagregación de los procesos de planificación en diferentes etapas significa que el plan de producción final no necesariamente captura el máximo valor de un proyecto [1]. De hecho, como las etapas en los procesos de planificación se llevan a cabo secuencialmente, las decisiones se van realizando con información agregada en cada proceso y los modelos no capturan la complejidad de los próximos pasos aguas abajo, por lo tanto, las decisiones posteriores son sujetas a la inicial. En términos globales, los resultados son sub-óptimos. Un ejemplo de desagregación es realizar separadamente la planificación de la producción y la planificación de la preparación minera. Por lo anterior, la motivación de este paper viene del desacople del programa de extracción (dónde, cuándo y cómo extraer un bloque) y programa de preparación (conjunto de actividades de excavación, obras civiles, infraestructura y montaje llevados a cabo para realizar la extracción de mineral). Más específicamente, la motivación nace cuando este desacople causa un exceso de inversión en desarrollo minero porque el área preparada no es usada en el periodo o la extracción planificada se ve afectada debido a la falta de infraestructura preparada. Un ejemplo de esto lo entrega Díaz y Morales [2], que indicaron que en 2002, Codelco División El Teniente tuvo un 61% de cumplimiento de desarrollo y un 70% de cumplimiento en producción. Este trabajo tiene como objetivo proponer una metodología que permite la optimización de un plan minero, considerando la producción de mineral y la preparación minera. Un software de agendamiento llamado UDESS (Universal Delphos Sequencer and Scheduling) es usado, el cual es un agendador y secuenciador de actividades basado en un modelo de optimización cuya función objetivo es maximizar el Valor Presente Neto en un horizonte de tiempo dado, sujeto a restricciones. Para llevar a cabo esta investigación, la construcción y producción de una mina Panel Caving es modelada y analizada.

II. METODOLOGÍA

La metodología de trabajo consiste en realizar el modelamiento de las etapas de producción y preparación de una mina explotada por Panel Caving. Luego, ambos etapas son llevadas a la herramienta de optimización UDESS para lograr un agendamiento óptimo integrado, sujeto a restricciones. Para evaluar la metodología propuesta, un caso estudio es propuesto y dos experimentos son realizados.

1) Solamente optimización de la producción (manera tradicional), sin considerar la Preparacion minera, excepto restricciones de Capacidad Mina.
2) Optimización de la Producción y Preparación simultaneamente (propuesta).

III. UDESS: HERRAMIENTA DE OPTIMIZACIÓN

La herramienta computacional UDESS (Universal Delphos Sequencer and Scheduling) es un agendador y secuenciador de actividades desarrollado por el Laboratorio de Planificación Minera Delphos, de la Universidad de Chile. UDESS esta basada en programación matemática entera mixta que permite resolver agendamientos en minería subterránea, minería de transición y cielo abierto. El software es actualmente usado para propósitos académicos y de investigación.

A. Funcionamiento

UDESS funciona bajo un concepto de actividades o tareas, las cuales se relacionan mediante precedencias, de forma que el inicio de ciertas actividades está limitado por la consecución de otras. Además, cada actividad posee atributos o recursos que son consumidos durante el horizonte de agendamiento. Los resultados de UDESS corresponden a una carta Gantt en donde se especifica cuánto progresar en cada una de las actividades definidas sobre el horizonte de planificación. Esta "output" es luego exportable a Excel para su análisis e implementación.

B. Función Objetivo

La función objetivo es la siguiente:

$$VPN = \sum_{i=0}^{T} \beta^{\gamma t} \sum_{i \in A} (v_i \cdot p_{i,t} - v_i^{+} \triangle s_{i,t} - v_i^{-} \triangle e_{i,t}) \quad (1)$$

donde $\beta = \frac{1}{(1+\alpha)^{1/12}}$ es el factor de actualización mensual, α la tasa de descuento anual, y $\gamma t = \sum_{s \leq t} k_s$ corresponde al tiempo acumulado hasta el periodo t. Por otro lado, v_i corresponde al ingreso o costo de cada actividad y $p_{i,t}$ el progreso que alcanza. A su vez, los términos $\triangle s_{i,t}$ y $\triangle e_{i,i}$ vienen dados por:

$$\triangle s_{i,t} = \begin{cases} s_{i,1} & , t = 1 \\ s_{i,t} - s_{i,t-1} & , t > 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\triangle e_{i,t} = \begin{cases} e_{i,t} - e_{i,t-1} & , t < T \\ e_{i,T} & , t = T \end{cases} \quad (3)$$

Los términos anteriores nos permite identificar el periodo de inicio y el periodo de término de una actividad, lo que ocurre cuando el valor de alguno de estos sea 1.

A partir de la precedencias entre actividades y restricciones, el software agenda las tareas de forma de producir el máximo beneficio.

IV. MODELAMIENTO

A. Generalidades del Modelamiento en Panel Caving

A continuación se muestra las principales generalidades del modelamiento de una mina Panel Caving.

- Se considera que las columnas, numeradas $i = 1, 2, ..., N$ son discretizadas en $p = 1, 2, ..., P$ bloques. Por otro lado, el valor económico de cada columna b_i será como la suma de cada valor de p, es decir, $b_i = \sum_{p=1}^{P} b_{i,p}$, el tonelaje será $w_i = \sum_{p=1}^{P} w_{i,p}$ y la velocidad de extracción $u_i = u(p_1, p_2, ..., p_P)$..
- El valor neto económico de cada columna b_i considerará los ingresos por procesar y vender el mineral, menos los costos de extracción, pero no considerará los costos de desarrollos ni preparación.
- Asociada a cada columna de extracción, se considerará una actividad de preparación y desarrollo $D_i = 1, ..., N$ con un beneficio b_i negativo correspondiente al costo de preparación correspondiente.
- Asumiremos que ya hay una secuencia de columnas a ser extraídas y, por simpleza, asumiremos que se comienza con la columna $i = 1$, se sigue con $i = 2$ y así sucesivamente. Notar que esto es una SECUENCIA y por lo tanto especifica el orden, pero no la cantidad de columnas a habilitar por período.
- Habrán $t = 1, 2, ..., T$ años para planificar. Se considera un número máximo de columnas H_t a habilitar por año, sujetas a las consideraciones geomecánicas.
- No es necesario extraer la totalidad de una columna. La altura final (envolvente) dependerá del beneficio relativo que esto preste respecto del valor económico de nuevas columnas que pudieran ser habilitadas.
- Hay una capacidad W_t de toneladas a ser extraídas en cada período $t = 1, 2, ..., T$.
- Nos interesa maximizar el VPN de la secuencia.

La figura 1 muestra el diseño conceptual del modelamiento.

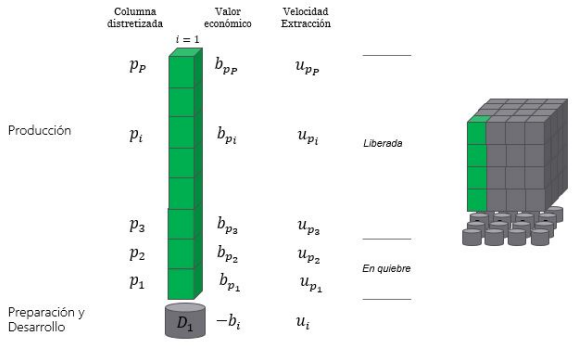


Fig. 1. Modelamiento de una columna.

B. Consideraciones geométricas

Para modelar la extracción de los bloques, es necesario cumplir con ciertos requisitos geométricos. El principio del método minero es usar la gravedad para extraer el mineral fracturado. La figura muestra la precedencia más lógica del método minero. El número del bloque indica el orden de extracción.

El 30% inicial de la columna de roca debe ser extraido cuidando la geometría de hundimiento (ver Figura 2) y controlando las velocidades de extracción debido a que se están propagando las fracturas.

Por otro lado, según [3], es necesario mantener un ángulo de extracción entre 35°a 45°para controlar la sismicidad (ver Figura 2).

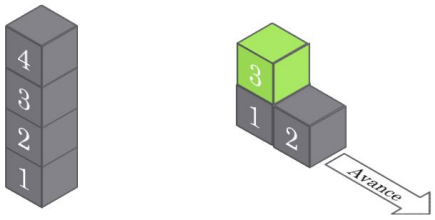


Fig. 2. Modelamiento de una columna (izq) y Modelamiento del Ángulo de Extracción (der) en UDESS

V. Resultados

A. Planes de Producción

La figura 3 muestra los planes de producción obtenidos para ambos experimentos. La tasa de producción de ambos no muestra diferencias. De acuerdo a las leyes medias de cobre, presentan un comportamiento similar decreciente durante el horizonte de extracción sin desviaciones significativas.

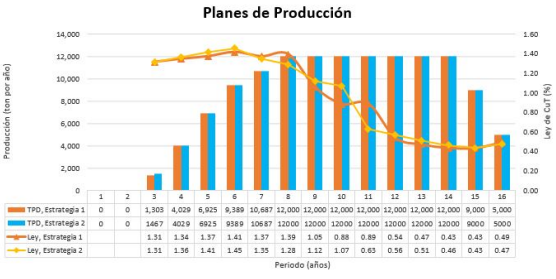


Fig. 3. Planes de Producción.

El experimento 2 fue simulado sin restricciones de Desarrollo ni Preparación. Este alcanza un VPN de $ 683 millones. Sin embargo, cuando el Desarrollo y Preparación son impuestos, el valor decrece considerablemente. Esta situación se debe a que la ejecución del plan no considera las restricciones de constructibilidad. En otras palabras, la producción propuesta por el modelo no puede ser ejecutada debido a la falta de Desarrollo y Preparación Minera.

B. Envolvente de Extracción

La Figura 4 muestra la envolvente de extracción para los experimentos 1 y 2. En ambos casos, se puede ver que las restricciones geométricas son satisfechas y que el ángulo de extracción es mantenido entre 35°y 45°en condiciones de régimen [4].

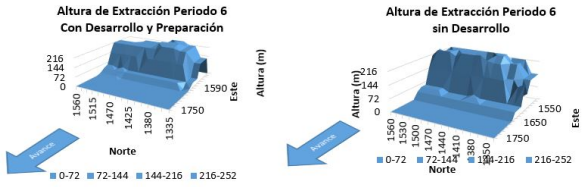


Fig. 4. Envolventes de Extraccion
Envolventes de Extraccion.

VI. Conclusiones

Una metodología para resolver un problema de producción subterránea incluyendo las actividades de desarrollo y preparación minera fue propuesta. Los resultados muestran que UDESS permite obtener un plan minero óptimo, que aborda, simultáneamente, actividades de Preparación y Producción, en los niveles de Producción y Hundimiento. Finalmente, este trabajo propone una metodología que resuelve un problema de agendamiento en métodos mineros con una vista integral entre Desarrollo y Preparación, y Producción, que logra acoplar ambos procesos en la planificación de minas a mediano y largo plazo.

Agradecimientos

Los autores desean agradecer el apoyo prestado por el Laboratorio de Planificacion Minera Delphos y CONICYT Proyecto Basal FB0809 (Advanced Mining Technology Center).

References

[1] Morales, N. Rubio, E. Madariaga, E. Alarcón, M. (2012). 'Integrating constructability of a project into the optimization of production planning and scheduling', MassMin 2012: 6th International Conference & Exhibition on June 10-14, 2012, Sudbury, Ontario, Canada. Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum.

[2] Díaz, G. Morales, E. (2008). 'Tunneling and construction for 140,000 tonnes per day – El Teniente mine – Codelco Chile', MassMin 2008: 5th International Conference & Exhibition on June 9-11, 2008, Luleå Sweden, Chile, pp. 83-96.

[3] Contreras, J. Cornejo, J. Caviedes, C. (2016). 'Metodología para Estimación de la Tasa de Incorporación de Área en Panel Caving, Codelco – División El Teniente', 1st International Conference on Underground Mining on October 19-21, 2016, Santiago, Chile.

[4] Cornejo, J. Pinochet A. Caviedes, C. (2016). 'Geometric Control for Strategic Mine Planning at El Teniente Mine', MassMin 2016: 7th International Conference & Exhibition on May 9-11, 2012, Sydney, Australia. AusIMM, 2016.

Convex Hierarchies fail to Schedule Identical Machines

Victor Verdugo
École normale supérieure
Universidad de Chile
vverdugo@dii.uchile.cl

***Abstract*—Sherali-Adams [1] and Lovász-Schrijver [2] developed systematic procedures to strengthen a relaxation known as *convex hierarchies* for integer programming. They are a strong tool for developing approximation algorithms, matching the best relaxations known for hard problems like Max-Cut and Sparsest-Cut. In this work[1] we provide lower bounds for these hierarchies over the *configuration linear program* for scheduling identical machines in order to minimize the makespan.**

I. Introduction

Scheduling. Machine scheduling is a classical family of problems in combinatorial optimization. In this work we study the problem, known as $P||C_{\max}$, of scheduling a set J of n jobs on a set M of identical machines to minimize the *makespan*, i.e., the maximum completion time of a job, where each job $j \in J$ has a *processing time* p_j. A job cannot be preempted nor migrated to a different machine, and every job is released at time zero. This problem admits a polynomial-time approximation scheme [4], [5], which is the best possible approximation result since the problem is strongly NP-hard [6]. The convex relaxations studied for the problem are weaker than those algorithmic results.

A straightforward way to model $P||C_{\max}$ with a linear program (LP) is the *assignment LP* which has a variable x_{ij} for each combination of a machine $i \in M$ and a job $j \in J$, modeling whether job j is assigned to machine i. The goal is to minimize a variable T (modeling the makespan) for which we require that $\sum_{j \in J} x_{ij} \cdot p_j \leq T$ for each machine i.

$$
\begin{aligned}
[\text{Assign}]\colon \min \quad & T \\
\sum_{i \in M} x_{ij} &\geq 1 \quad \text{for every } j \in J \\
\sum_{j \in J} x_{ij} p_j &\leq T \quad \text{for every } i \in M \\
T &\geq p_j \quad \text{for every } j \in J \\
x_{ij} &\geq 0 \quad \text{for every } i \in M, j \in J.
\end{aligned}
$$

An LP based on machine configurations. The assignment LP is dominated by the *configuration LP* which is, to the best of our knowledge, the strongest relaxation for the problem studied in the literature. Suppose we are given an estimate $T > 0$ on the optimal makespan, which can be obtained by performing a binary search-like procedure. A *configuration* is a multiset of processing times $C \subseteq \{p_j : j \in J\}$ satisfying that $\sum_{p \in C} p \leq T$, i.e., it is a feasible assignment for a machine when the time availability is equal to T. Let $\mathcal{C}$ be the set of all feasible configurations. The multiplicity function $m(p, C)$ indicates the number of times that the processing time p appears in the multiset C. For each pair of machine i and configuration C, there is a variable y_{iC} that models whether we want to assign exactly a set of jobs with processing times as in configuration C to machine i. Letting n_p be the number of jobs $j \in J$ with processing time $p_j = p$, we can write

$$
\begin{aligned}
\sum_{C \in \mathcal{C}} y_{iC} &= 1 \quad \text{for every } i \in M, \\
\sum_{i \in M} \sum_{C \in \mathcal{C}} m(p, C) y_{iC} &= n_p \quad \text{for every } p \in \{p_j : j \in J\}, \\
y_{iC} &\geq 0 \quad \text{for every } \ i \in M, C \in \mathcal{C}.
\end{aligned}
$$

Integrality gap. The configuration LP $\text{clp}(T)$ does not have an objective function and instead we seek to determine the smallest value T for which it is feasible. In this context, for a convex relaxation $K(T)$ we define the *integrality gap* to be the supremum value $T_{\text{opt}}(I)/T^*(I)$ over all problem instances I, where $T_{\text{opt}}(I)$ is the optimal value and $T^*(I)$ is the minimum value T for which $K(T)$ is feasible. The Assignment LP relaxation has an integrality gap of 2 (see [7]).

Convex hierarchies. An interesting question is whether other convex relaxations have better integrality gaps. Convex hierarchies, parameterized by a number of *levels* or *rounds*, are systematic approaches to gradually tightening the integrality gap between the integer formulation and corresponding relaxation, at the cost of increased running time for solving the relaxation. Popular among these methods are the Sherali-Adams (SA) hierarchy [1], the Lovász-Schrijver (LS_+) SDP hierarchy [2] and the Lasserre/Sum-Of-Squares hierarchy [8], [9], which is the strongest of the three. For a comparison between them and their algorithmic implications we refer to [10]–[12].

Positive results. For many problems the approximation factors of the best known algorithms match the integrality

[1]The results presented in this extended abstract are part of the author's work *Semidefinite and linear programming integrality gaps for scheduling identical machines*, recently accepted for publication [3] in *Mathematical Programming* and also presented at the *Conference on Integer Programming and Combinatorial Optimization (IPCO) '16.*

gap after performing a constant number of rounds of this hierarchies. In [13] it is shown that one round of LS_+ yields the Goemans-Williamson [14] relaxation for Max-Cut, and the third level of LS_+ is at least as strong than the ARV relaxation for Sparsest-Cut [15]. Also for Max-Cut, the integrality gap of the SA hierarchy drops to $1+\varepsilon$ after $f(1/\varepsilon)$ rounds for dense graphs [16]. In [17] it is provided approximation algorithms matching the best upper bounds for the Knapsack and Set-Cover problem using the LS_+ hierarchy. In the scheduling context, for the problem of minimizing the makespan of unit size jobs and precedence constraints with a constant number of machines, there exists a $(1+\varepsilon)$-approximation algorithm using $(\log(n))^{\Theta(\log\log n)}$ rounds of SA [18]. For minimizing weighted completion time on unrelated machines, one round of LS_+ leads to the current best algorithm [19].

Negative results. Lower bounds on the integrality gap of LS_+ are known for Independent Set [20], Vertex Cover [21]–[24], Max-3-Sat and Hypergraph Vertex Cover [13], and k-Sat [25]. For the Max-Cut problem, there are lower bounds for the SA [16] and LS_+ [23]. For the Min-Sum scheduling problem (i.e., scheduling with job dependent cost functions on one machine) the integrality gap is unbounded even after $O(\sqrt{n})$ rounds of Lasserre [26].

Our Results

The key question of this work is the following: is it possible to obtain a polynomial time $(1+\epsilon)$-approximation algorithm based on applying the SA or LS_+ to one of the known LP-formulations of our problem? We answer this question in the negative. We prove that even after $\Omega(n)$ rounds of SA or LS_+ to the configuration LP the integrality gap of the relaxation[2] is still at least $1+1/1023$.

Theorem 1: For each $n \in \mathbb{N}$ there exists an instance with n jobs such that:

1) *The configuration LP has an integrality gap of at least* $1024/1023$.
2) *After applying $r = \Omega(n)$ rounds of the SA/LS_+ hierarchy to the configuration LP the obtained relaxation has an integrality gap of at least* $1024/1023$.

Since PTAS's are known for $P||C_{\max}$ [4], [5], Theorem 1 implies that the SA and the LS_+ hierarchies do *not* yield the best possible approximation algorithms. For SA/LS_+ n rounds suffice to bring the integrality gap down to exactly 1, so results in 2) are almost tight in terms of number of rounds.

References

[1] H. Sherali and W. Adams, "A hierarchy of relaxations between the continuous and convex hull representations for zero-one programming problems," *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, vol. 3, pp. 411–430, 1990.

[2] L. Lovász and A. Schrijver, "Cones of matrices and set-functions and 0-1 optimization," *SIAM Journal on Optimization*, vol. 1, pp. 166–190, 1991.

[2]Since the configuration LP dominates the assignment LP, our result holds if we apply $\Omega(n)$ rounds of SA or LS_+ to the assignment LP.

[3] A. Kurpisz, M. Mastrolilli, C. Mathieu, T. Mömke, V. Verdugo, and A. Wiese, "Semidefinite and linear programming integrality gaps for scheduling identical machines," *Mathematical Programming*, 2017.

[4] D. Hochbaum and D. Shmoys, "Using dual approximation algorithms for scheduling problems theoretical and practical results," *Journal of the ACM*, vol. 34, pp. 144–162, 1987.

[5] N. Alon, Y. Azar, G. J. Woeginger, and T. Yadid, "Approximation schemes for scheduling," in *SODA*, 1997, pp. 493–500.

[6] M. Garey and D. Johnson, ""Strong" NP-completeness results: motivation, examples, and implications," *Journal of the ACM*, vol. 25, pp. 499–508, 1978.

[7] D. Williamson and D. Shmoys, *The design of approximation algorithms*. Cambridge University Press, 2011.

[8] J. Lasserre, "Global optimization with polynomials and the problem of moments," *SIAM Journal on Optimization*, vol. 11, pp. 796–817, 2001.

[9] P. Parrilo, "Semidefinite programming relaxations for semialgebraic problems," *Mathematical programming*, vol. 96, pp. 293–320, 2003.

[10] M. Laurent, "A comparison of the Sherali-Adams, Lovász-Schrijver, and Lasserre relaxations for 0-1 programming," *Mathematics of Operations Research*, vol. 28, pp. 470–496, 2003.

[11] E. Chlamtac and M. Tulsiani, "Convex relaxations and integrality gaps," in *Handbook on semidefinite, conic and polynomial optimization*. Springer, 2012, pp. 139–169.

[12] T. Rothvoß, "The lasserre hierarchy in approximation algorithms," *Lecture notes for the MAPSP*, 2013.

[13] M. Alekhnovich, S. Arora, and I. Tourlakis, "Towards strong nonapproximability results in the Lovász-Schrijver hierarchy," in *STOC*, 2005, pp. 294–303.

[14] M. Goemans and D. Williamson, "Improved approximation algorithms for maximum cut and satisfiability problems using semidefinite programming," *Journal of the ACM*, vol. 42, pp. 1115–1145, 1995.

[15] S. Arora, S. Rao, and U. Vazirani, "Expander flows, geometric embeddings and graph partitioning," *Journal of the ACM*, vol. 56, no. 2, p. 5, 2009.

[16] W. F. de la Vega and C. Mathieu, "Linear programming relaxations of maxcut," in *SODA*, 2007, pp. 53–61.

[17] E. Chlamtac, Z. Friggstad, and K. Georgiou, "Lift-and-project methods for set cover and knapsack," in *Algorithms and Data Structures*, 2013, pp. 256–267.

[18] E. Levey and T. Rothvoss, "A Lasserre-based $(1+\varepsilon)$-approximation for $Pm|p_j = 1, \text{prec}|C_{\max}$," *CoRR*, vol. abs/1509.07808, 2015. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/1509.07808

[19] N. Bansal, A. Srinivasan, and O. Svensson, "Lift-and-round to improve weighted completion time on unrelated machines," *CoRR*, vol. abs/1511.07826, 2015.

[20] U. Feige and R. Krauthgamer, "The probable value of the Lovász–Schrijver relaxations for maximum independent set," *SIAM Journal on Computing*, vol. 32, pp. 345–370, 2003.

[21] M. Charikar, "On semidefinite programming relaxations for graph coloring and vertex cover," in *SODA*, 2002, pp. 616–620.

[22] S. Arora, B. Bollobás, L. Lovász, and I. Tourlakis, "Proving integrality gaps without knowing the linear program." *Theory of Computing*, vol. 2, pp. 19–51, 2006.

[23] G. Schoenebeck, L. Trevisan, and M. Tulsiani, "Tight integrality gaps for Lovász-Schrijver LP relaxations of vertex cover and max cut," in *Proceedings of the thirty-ninth annual ACM symposium on Theory of computing*, 2007, pp. 302–310.

[24] K. Georgiou, A. Magen, T. Pitassi, and I. Tourlakis, "Integrality gaps of 2-o(1) for vertex cover SDPs in the Lovász–Schrijver hierarchy," *SIAM Journal on Computing*, vol. 39, pp. 3553–3570, 2010.

[25] J. Buresh-Oppenheim, N. Galesi, S. Hoory, A. Magen, and T. Pitassi, "Rank bounds and integrality gaps for cutting planes procedures," *Theory of Computing*, vol. 2, pp. 65–90, 2006.

[26] A. Kurpisz, S. Leppänen, and M. Mastrolilli, "A Lasserre lower bound for the min-sum single machine scheduling problem," in *Algorithms–ESA 2015*, 2015, pp. 853–864.

[27] J. Verschae and A. Wiese, "On the configuration-LP for scheduling on unrelated machines," *Journal of Scheduling*, vol. 17, pp. 371–383, 2014.

Session WB3
OR Models and Applications in Agriculture

- *El Problema de recolección de leche aplicado a un caso real en la Región de Los Lagos*; Soto Concha, Raúl Fernando; Paredes Belmar, Germán.
- *Coordinación de una cadena de suministro frutícola multi-eslabón mediante contrato de ingresos compartidos*; Viedman Agudelo, Stiven Andrés; Peña Orozco, Diego León; Rivera Cadavid, Leonardo.
- *Comparison of CF+DEA methods for evaluating agricultural practices: a Chilean Case Study*; Rebolledo Leiva, Ricardo; González Araya, Marcela; Angulo Meza, Lidia; Iriarte, Alfredo.
- *Neural Networks Detection of Problematic Wine Fermentations Using Data from Classical Chemical Variables*; Hernández, Gonzalo; León, Roberto; Urtubia, Alejandra.

El problema de recolección de leche aplicado a un caso real en la Región de Los Lagos, Chile

Raúl Soto Concha
Facultad de Ingeniería
Universidad de Los Lagos
Puerto Montt, Chile
raul.soto@ulagos.cl

Germán Paredes-Belmar
Departamento de Ciencias de la Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Viña del Mar, Chile
german.paredes@unab.cl

***Resumen*—En este trabajo, se introduce un problema real de recolección de leche para la Región de Los Lagos. Una compañía procesadora de leche, necesita recolectar este suministro para elaborar sus productos. Para ello, dispone de una flota heterogénea de vehículos. Los productores de leche, que están ubicados en una amplia zona geográfica al sur de Chile, proveen el insumo principal para la elaboración diaria. La empresa compra sólo las cantidades de leche que puede procesar, por lo que los vehículos solamente recolectan la leche necesaria. Se busca determinar rutas eficientes de recolección para los vehículos, cumpliendo con las cantidades mínimas requeridas y minimizando los costos de transporte. Se propone un modelo de optimización para resolver instancias pequeñas de forma óptima y la heurística *simulated annealing* para resolver instancias grandes en tiempo reducido.**

***Index Terms*—Simulated Annealing, Recolección de leche, Ruteo Vehicular**

I. Introducción

Gran parte de las plantas procesadoras de leche, se encuentran ubicadas en la X Región de Chile, donde los productores de leche se ubican en una extensa área geográfica. La red de caminos está compuesta principalmente de caminos rurales. Los productores, en general, son proveedores habituales de una compañía, muchas veces de tamaño pequeño, las cuales compran una cantidad limitada de leche. Es decir, compran según la necesidad diaria para fabricar sus productos lácteos, minimizando los costos de transporte.

En este artículo se propone el estudio de un problema de recolección de leche que se asemeja al *Prize-Collecting Vehicle Routing Problem, PCVRP* [1]. La planta procesadora de leche dispone de una cartera de proveedores del suministro, a quienes compra en diariamente. La planta sólo compra la cantidad de leche que necesita a costo mínimo. Para ello, se deben determinar las secuencias de recolección eficientes para cada vehículo (de propiedad de la planta). Los vehículos inician y terminan sus secuencias de recolección en la planta. El costo de transporte se Determina en función de la distancia recorrida por los camiones y del volumen cargado en cada visita.

II. Revisión Bibliográfica

En la literatura relacionada al problema propuesto, aparece el PCVRP, donde se busca determinar rutas de transporte para visitar un conjunto de clientes, a modo de minimizar los costos de transporte. Sin embargo, si un cliente no es visitado, se incurre en una penalización. Además, existe un mínimo de ganancias a obtener por las visitas a clientes. En [1], proponen por primera vez el PCVRP. En [7] desarrollan una heurística Lagrangiana para resolver instancias del PCTSP de hasta 500 clientes. en [12] se estudia el PCVRP con múltiples depósitos y costos no lineales.

En el contexto de la recolección de leche, [3] desarrollan un sistema de recolección para la leche de cabra basado en el periodic vehicle routing problem (PVRP). Los autores plantean un modelo de programación entera mixta, minimizando las desviaciones de excedentes o déficits de recolección. En [2] estudian un problema de recolección de leche con cuatro calidades distintas y una flota de vehículos con remolques y compartimientos, sin permitir mezclas de distintos tipos de leche en un mismo compartimiento. Desarrollan una heurística de búsqueda local dividida en dos etapas para resolver este problema: (1) se resuelve el problema de asignación de productores a vehículos, minimizando el número de camiones a utilizar, y (2) a partir de (1) se resuelve el problema de ruteo, minimizando la distancia total recorrida por los camiones.

En [8] abordan el problema de recolección de leche en Canadá. El objetivo es transportar la leche producida por diferentes predios hacia un conjunto de plantas, comenzando y terminando su ruta en el mismo depósito, minimizando los costos de transporte. Se resuelve con la meta-heurística Tabu Search, que integra los diferentes requisitos del problema. En [4], [5] y [6] resuelven un problemas de recolección y distribución de leche en Canadá, utilizando distintas formulaciones y métodos de solución (exactos y aproximados). En [9] se estudia un problema de transporte anual de leche. Generalizan el trabajo de [4]. El modelo considera las variaciones diarias de la demanda. En [11] resuelven un problema de recolección de leche para un conjunto de centros de recolección. Utilizan camiones con compartimientos para transportar distintos tipos de leche. Recientemente, [10] proponen un problema de recolección de leche con distintos tipos de calidades de leche, permitiendo mezclas de calidades cuando sea convenientes en términos del objetivo global.

A diferencia de la literatura descrita anteriormente, proponemos, modelamos y resolvemos el Prize-Milk Collecting Vehicle Routing Problem (PMC-VRP).El problema consiste

en determinar secuencias de recolección eficientes para cada vehículo con el objetivo de recolectar una cantidad mínima de leche para que la empresa pueda fabricar sus productos. Esto implica que no todos los productores son recolectados. Se busca minimizar los costos de transporte totales. Proponemos un modelo de programación lineal entera que representa el problema y resolvemos una instancia real utilizando un algoritmo de branch-and-cut en pequeñas instancias. Para instancias de mayor tamaño, proponemos resolver el problema mediante la heurística *Simulated Annealing*.

III. Descripción del Problema PMC-VRP

El problema considera una planta procesadora que dispone de una flota heterogénea de camiones (sin acoplado y con un solo compartimiento) para recolectar la leche generada por un conjunto de productores, quienes proveen la leche a la planta. Gran parte de los predios, se ubica en zonas rurales, lejos de la planta y con caminos únicos de acceso. La planta procesadora necesita de una cantidad mínima de leche diaria para fabricar sus productos lácteos. Es decir, la planta sólo compra y recolecta lo que necesita diariamente, con el objetivo de minimizar los costos de transporte. Este es el caso opuesto de una cooperativa agrícola, donde toda la leche producida es recolectada, independiente del volumen o calidad. Esta modalidad de compra y recolección según la demanda necesaria, implica que cada día se debe realizar una planificación rápida y eficiente de rutas. La empresa dispone de una flota de vehículos propia. Se asume que cada camión realiza un solo viaje diario, iniciando y terminando su recorrido en la planta. También se asume, que, si la planta decide comprar leche de un cliente, éste se lleva toda la cantidad ofrecida por el predio; es decir, no se contempla la recolección parcial.

IV. Modelo de Optimización

Sea $G(N_0, A)$ un grafo completo, con N_0 el conjunto de nodos de la red (incluyendo la planta 0 y los productores), y A el conjunto de arcos, tal que $A = \{i \in N_0, j \in N_0 : i \neq j\}$. N es el conjunto de predios productores. C es el costo de transporte por kilómetro, d_{ij} es la distancia (en kilómetros) sobre el arco $(i, j) \in A$. L_i es el costo por litro de leche del productor $i \in N$ y q_i es la cantidad de leche producida por el productor $i \in N$. Finalmente, P es la cantidad mínima de leche requerida por la planta. La variable $x_{ij}^k = 1$ si el vehículo k viaja desde el nodo i al nodo j; $x_{ij}^k = 0$ en otro caso. $y_i^k = 1$ si el vehículo k carga leche desde el predio i. ; $y_i^k = 0$ en caso contrario. La función objetivo y las restricciones se definen a continuación:

$$\text{Min} \quad C \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ij}^k + \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} L_i q_i y_i^k \tag{1}$$

$$\sum_{k \in K} y_i^k \leq 1 \quad \forall i \in N \tag{2}$$

$$\sum_{h \in N_0} x_{hi}^k = y_i^k \quad \forall i \in N, k \in K \tag{3}$$

$$\sum_{j \in N} x_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in K \tag{4}$$

$$\sum_{j \in N_0} x_{ij}^k = \sum_{h \in N_0} x_{jh}^k \quad \forall k \in K, j \in N_0 \tag{5}$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in K} q_i y_i^k \geq P \tag{6}$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij}^k \leq |S| - 1 \quad \forall k \in K, S \subseteq N \tag{7}$$

$$x_{ij}^k, y_i^k \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, k \in K \tag{8}$$

La función objetivo 1 minimiza los costos de transporte de los camiones y los costos de la leche cargada en ellos. Las restricciones 2 establecen que no todos los predios deben ser visitados (recolectados). Si se decide recolectar la producción de un predio, entonces se carga todo lo producido (ofrecido) por el predio, es decir, no existe la recolección parcial. Las restricciones 3 indican que si el vehículo k carga leche del productor i entonces este productor debe estar en la ruta del vehículo k. Las restricciones 4 aseguran que todos los vehículos son utilizados. Las restricciones 5 establecen el balance de flujo para cada nodo y camión. Las restricciones 6 garantiza el cumplimiento de la cantidad mínima de leche requerida por la planta. Las restricciones 7 previenen los subtour en las soluciones y 8 establece el dominio de las variables de decisión.

V. Caso de Estudio

En nuestro caso de estudio, la planta procesadora, cuenta con una flota de camiones de capacidad heterogénea, variando su capacidad entre 7,000 y 15,000 litros. Los predios están distribuidos en una amplia zona geográfica. La planta dispone de 38 predios productores que producen una única calidad de leche. La producción de los predios productores varía entre 400 y 14,000 litros. La planta necesita recibir, al menos, entre 40,000 y 60,000 litros por día de planeación. Notar que la recolección se realiza sobre una base diaria.

Proponemos resolver, en forma óptima, la instancia del caso de estudio, minimizando los costos de transporte y recolección. Dado que el tiempo de resolución en la búsqueda de soluciones óptimas puede ser muy extenso en instancias de mayor tamaño, se propone una heurística de Simulated Annealing para determinar buenas soluciones factibles en tiempos cortos.

REFERENCIAS

[1] Balas, E. 1989 ,The prize collecting travelling salesman problem Networks, vol. 19,pp. 621–636

[2] Caramia, M., Guerriero, F., 2010. A milk collection problem with incompatibility constraints. Interfaces 40 (2), 130–143.

[3] Claassen, G.D., Hendriks, T.H., 2007. An application of special ordered sets to a periodic milk collection problem. Eur. J. Oper. Res. 180 (2), 754–769.

[4] Dayarian, I., Crainic, T.G., Gendreau, M., Rei, W., 2013. An adaptive large neighborhood search heuristic for a multi-period vehicle routing problem. Technical Report CIRRELT-2013-60, Interuniversity Research Center on Enterprise Networks, Logistics and Transportation (CIRRELT) Available at: https://www.cirrelt.ca/DocumentsTravail/CIRRELT-2014-55.pdf (accessed on August 18, 2016).

[5] Dayarian, I., Crainic, T.G., Gendreau, M., Rei, W., 2015. A column generation approach for a multi-attribute vehicle routing problem. Eur. J. Oper. Res. 241 (3), 888–906. http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2014.09.015

[6] Dayarian, I., Crainic, T.G., Gendreau, M., Rei, W., 2015. A branch-and-price approach for a multi-period vehicle routing problem. Comput. Oper. Res. 55,167–184. http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2014.09.015

[7] Dell'Amico, M., Maffioli, F., Sciomachen A., A lagrangian heuristic for the prize collecting traveling salesman problem Annals of Operations Research, 81 (0) (1998), pp. 289–306

[8] Lahrichi, N., Crainic, T.G., Gendreau, M., Rei, W., Rousseau, L.M., 2013. Strategic analysis of the dairy transportation problem. J. Oper. Res. Soc. http://dx.doi.org/10.1057/jors.2013.147

[9] Masson, R., Lahrichi, N., Rousseau, L.M., 2015. A two-stage solution method for the annual dairy transportation problem. Eur. J. Oper. Res. http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2015.10.058

[10] Paredes-Belmar G., Marianov V., Bronfman A., Obreque C., Lüer-Villagra A. 2016. A milk collection problem with blending. Transp. Res. Part E 94, 26-43. doi:10.1016/j.tre.2016.07.006

[11] Sethanan, K., Pitakaso, R., 2016. Differential evolution algorithms for scheduling raw milk transportation. Comput. Electr. Agric. 121, 245–259. http://dx.doi.org/10.1016/j.compag.2015.12.021

[12] Stenger, A., Vigo, D., Enz, S., and Schwind, M., A variable neighborhood search algorithm for a vehicle routing problem arising in small package shipping. Transportation Science, (to appear), doi:10.1287/trsc.1110.0396

Coordinación de una cadena de suministro frutícola multi-eslabón mediante contrato de ingresos compartidos

Stiven Andrés Viedman Agudelo
Escuela de Ingeniería Industrial
Universidad del Valle
Cali, Colombia
stiven.viedman@correounivalle.edu.co

Diego León Peña Orozco
Escuela de Ingeniería Industrial
Universidad del Valle
Cali, Colombia
diego.l.pena@correounivalle.edu.co

Palabras clave: *contrato de suministro, contrato de ingresos compartidos, cadena de suministro frutícola, solución gana-gana, teoría de juegos, cadena de suministro descentralizada*

Introducción

Las cadenas de suministro son sistemas compuestos por distintas entidades que directa o indirectamente que tienen como finalidad satisfacer la demanda del cliente, existe un claro consenso sobre la tendencia de los integrantes de la cadena a buscar la maximización de su propio desempeño, lo cual puede resultar en resultados óptimos para la entidad, pero globalmente ineficientes para la cadena; esta situación presentan un claro desafío en el área de la gestión de cadenas de suministro puesto que deja en manifiesto la necesidad de diseñar soluciones basadas en el desempeño global del sistema, sin dejar a un lado los resultados individuales que son de interés prioritario para las empresas. Este problema puede ser abarcado mediante un conjunto de alternativas que incluye: la integración vertical de la cadena o mecanismos de colaboración y coordinación. El primero supone adquirir todas las empresas que conforman la cadena y optimizar su desempeño como una cadena centralizada, por otro lado los mecanismos de colaboración y coordinación comparten la característica de alcanzar resultados iguales o aproximadamente iguales a los alcanzados en la cadena de suministro integrada sin ser necesaria la adquisición de todas las entidades que la componen.

Según (Giannoccaro, I. & Pontrandolfo, P., 2009) para abarcar este problema, es necesario adoptar mecanismos de coordinación, los cuales modifican los incentivos recibidos por los diferentes agentes involucrados, del mismo modo que los induce a maximizar la utilidad total de la cadena de suministro. Los resultados alcanzados en la cadena de suministro coordinada pueden ser obtenidos por medio de contratos de suministro, los cuales son definidos según (Van Der Rhee, B., et al. 2010) como un método para alcanzar la coordinación en la cadena de suministro mediante la modificación de los términos de intercambio a través de la introducción de parámetros de comercio (variables) entre las partes, de tal modo que se ofrecen incentivos para compartir riesgos y/o recompensas. Entre los contrato de suministro es posible encontrar: contratos de recompra, contratos de cantidad flexible, contratos de reembolso sobre ventas y el contrato de ingresos compartidos, entre otros. Las investigaciones han demostrado que los contratos de ingresos compartidos son apropiados para alcanzar la coordinación en diferentes tipos de cadenas de suministro (Cachon and Lariviere, 2005, citado por Hu, B. et al. 2016), mediante la modificación de dos valores a definir, el precio al por mayor y el coeficiente de distribución de ingresos. Este contrato es tratado en este trabajo para abordar el estudio de una cadena de suministro frutícola de tres eslabones donde intervienen pequeños productores de frutas, el intermediario y el detallista.

Con base en lo anterior, el presente proyecto presenta el diseño de un contrato de ingresos compartidos como mecanismo de coordinación para una cadena de suministro frutícola en la región centro del Valle del Cauca, Colombia. Para ello se recolecta información relevante sobre las características de la cadena de suministro frutícola de pequeños productores, se abordan los elementos conceptuales propios de la cadena de suministro; también los conceptos importantes sobre los escenarios de coordinación y toma decisiones en cadenas centralizadas y descentralizadas, se definen los elementos clave que se incluyen en el modelo de contrato propuesto y finalmente, se presenta el modelo junto al análisis de sensibilidad correspondiente, en el cual se señalan los alcances y limitaciones del contrato.

Comparison of CF+DEA methods for evaluating agricultural practices: a Chilean Case Study

Ricardo Rebolledo-Leiva
School of Industrial Engineering
Faculty of Engineering, Universidad de Talca
Camino a Los Niches km 1, Curicó, Chile
rrebolledo10@alumnos.utalca.cl

Marcela González-Araya
Department of Industrial Engineering
Faculty of Engineering, Universidad de Talca
Camino a Los Niches km 1, Curicó, Chile
mgonzalez@utalca.cl

Lidia Angulo-Meza
Production Engineering Department,
Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Patria, 156, São Domingos, Niteroi – RJ, Brazil
lidia_a_meza@pq.cnpq.br

Alfredo Iriarte
Department of Industrial Engineering
Faculty of Engineering, Universidad de Talca
Camino a Los Niches km 1, Curicó, Chile
airiarte@utalca.cl

***Abstract* — The evaluation of environmental impacts and the efficiency of farming are key factors in the export of products to the world as importers are more concern with sustainable practices and processes. Considering this interest, this work aims at assessing the eco-efficiency through the comparison of two methodologies with the joint use of Carbon Footprint (CF) and Data Envelopment Analysis (DEA) to evaluate37 raspberry orchards in Valle Central of Chile taking into account both operational and environmental aspects. After determining the GHG emissions, output oriented BCC model. The results show only eight efficient orchards. For inefficient ones, DEA models set targets for increasing production and reducing their GHG emissions through the decrease of agrochemicals consumption.**

Keywords: eco-efficiency, Carbon footprint, Data Envelopment Analysis, agriculture production

I. INTRODUCTION

Nowadays, the sustainability is considered a guiding principle for both public policy making and private corporate strategies. The increasing concern for cleaner production has caused pursuing for more sustainable processes. Different methodologies can be used to measure environmental impacts. Among these, the Life Cycle Assessment (LCA) is a strong tool to support environmental informed decisions among product and process. LCA results reflect the process stage contributions to several environmental impacts, which seek to help in the decision-making process [1]. For a global analysis, LCA may be used with other methodologies like Data Envelopment Analysis (DEA).

DEA is a non-parametric tool that uses linear programming to evaluate the efficiency of organizational units, called Decision Making Units (DMUs). The first DEA model was proposed by [2]. In general, DEA models are oriented to inputs or to outputs. Input oriented models seek to minimize the inputs (resources) while maintaining the outputs constant. On the other hand, output oriented models aim to maximize all outputs (outcomes of the process) while maintaining the inputs constant. DMUs used in the analysis are homogenous in the sense that they use the same multiple resources, produce the same multiple products and work under similar conditions [3]. A DMU is efficient if its score is 1 and inefficient otherwise.

The joint implementation of LCA and DEA can assess the operational and environmental performance of multiple units [4]. This approach has the advantage of detecting technical inefficiencies that are the source of needless environmental impacts. LCA proposes indicators to evaluate different impacts to the environment. The CF (Carbon Footprint) is the most known indicator which seeks to assess the GHG emissions that contribute to Climate Change. In 2015, a CF + DEA method was proposed by [5] as a combination of CF and DEA to benchmark operational and environmental performance in terms of GHG emissions. Recently, another CF + DEA method was proposed by [6] to evaluated the eco-efficiency of Chilean blueberry orchards following the definition of the World Business Council for Sustainable Development (WBCSD) [7]. This research aims to compare these two CF + DEA methodologies to evaluate which of them is more demanding in terms of the environmental and operational targets.

II. MATERIAL AND METHODS

In order to make the comparison, it is necessary to follow the steps of the two approaches. First, the four step CF+DEA method proposed by [6] and the five step CF+DEA method proposed by [5] are presented in this section.

A. Four step CF+DEA method

In the first step, the Life Cycle Inventory (LCI) is estimated, i.e., it is necessary to collect the inputs and outputs data relevant for the system. In the second step, the carbon footprint (CF) of each orchard is calculated. 1 kg of harvested raspberry is considered as functional unit. Besides, the system boundary is set from cradle-to-farm gate. The method used to evaluate the CF follows the ISO 14040 general framework [8] and the CF is calculated according to PAS 2050 standard [9] with its

specification for horticulture PAS 2050-1 [10]. The assessment of CF was modeled in Ccalc2 v1.43. The third step corresponds to the eco-efficiency assessment using an output oriented DEA model considering variables returns to scale (BCC model proposed by [11]). The efficiency index, best practices and targets for the inefficient DMUs are identified. The inputs considered for each orchard are: Fertilizers (kg/season) and Pesticides (kg/season). The outputs are: Production (kg/season) and CF (kg $CO_{2\text{-eq}}$/season). The CF is an undesirable output, which means an output we aim to minimize. So, to use this variable as an output, we use a transformation called the multiplicative inverse proposed by [12]. In this way, it is possible to find efficient units that maximize production with low CF emissions simultaneously. The DEA models were implemented in IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.6 on an Intel® CoreTM i5-337U processor, operating at 1.80 GHz. Finally, the last step establishes a method to determine the factor targets to achieve CF reduction. This step proposes to replicate benchmark practices (the best practices of real farmers) for each inefficient raspberry orchard.

B. Five step CF+DEA method

Following [5], the first three steps are the same in the previous method: the first step is data collection of multiple DMUs, i.e. LCI. The second step is evaluating the CF of each current orchard. The third step is benchmarking the operational performance of the orchards through input oriented DEA model. As in the four steps method, a BCC model is used. The variables used are Fertilizers (kg/season), Pesticides (kg/season). The output is only Production (kg/season), emissions are not included in this method. The fourth step is evaluating the CF of virtual DMUs that incorporate the operational benchmarks. The final step is interpreting the results to provide environmental benchmarks for policy making.

III. Results and Disccussion

Data from 37 raspberry orchards located in the Chilean Central Valley were collected. The CF is determined for each of the 37 orchards. The factors contribution on average is fertilizers (93.5%), pesticides (5.1%) and packaging residues (1.4%). This information is used by both methods, steps 1 and 2.

For DEA models (step 3 of both methods), Residues Packaging is not considered given its low contribution to the CF and since its inclusion reduces the discrimination in the DEA efficiency indexes. The efficiency indexes for the two approaches are shown in Table 1. It is possible to observe that they present the same eight efficient orchards, DMU 1, 3, 6, 8, 12, 14, 19 and 25, for output oriented (four step method) and input oriented (five step method) BCC models. The results obtained for the remaining steps are presented for each method.

A. Results for the four step CF+DEA method

The fourth step, concerning the targets for production and CF for inefficient orchards, it is detected that the most substantial increase corresponds to DMU 37, which should increase its production in 19,756 kg. Also, DMU 36 is another critical orchard-season, which must rise its production in 8.273.

TABLE 1.
EFFICIENCY INDEX FOR 4 AND 5 STEPS METHOD.

DMU	Efficiency index four steps method	Efficiency index five steps method
1	1.00	1.00
2	0.50	0.32
3	1.00	1.00
4	0.36	0.14
5	0.95	0.83
6	1.00	1.00
7	0.31	0.08
8	1.00	1.00
9	0.78	0.57
10	0.83	0.74
11	0.96	0.94
12	1.00	1.00
13	0.82	0.77
14	1.00	1.00
15	0.82	0.75
16	0.86	0.83
17	0.92	0.87
18	0.99	0.98
19	1.00	1.00
20	0.92	0.86
21	0.65	0.44
22	0.77	0.68
23	0.64	0.46
24	0.65	0.34
25	1.00	1.00
26	0.88	0.81
27	0.33	0.13
28	0.26	0.07
29	0.12	0.09
30	0.81	0.76
31	0.24	0.17
32	0.74	0.59
33	0.74	0.60
34	0.19	0.04
35	0.85	0.77
36	0.23	0.04
37	0.08	0.02

Concerning CF targets in kg $CO_{2\text{-eq}}$, the average reduction corresponds to 63%. The most serious reduction corresponds to DMUs 5 and 37 which must reduce their emissions by 92%. Followed by DMU 29 with a decrease by 88% of its current GHG emission.

Results for the fertilizers and pesticides targets indicate that the average reduction of CF corresponds to 63%. For the fertilizers, the most significant decrease with 92%, correspond

to DMUs 5 and 37. For pesticides, the critical reductions, 91% and 92%, correspond to DMUs 26 and 37, respectively.

B. Results for the five step CF+DEA method

In the fourth step, the CF for the virtual DMUs are determined by the target proposed by input-oriented BCC model. The new global average for these DMUs is 1017.9 kg $CO_{2\text{-eq}}$. This is 2422.2 kg $CO_{2\text{-eq}}$ less than the first carbon footprint assessment with the current DMUs. So, for the fifth step, the comparison between the CF assessment from LCI of current DMUs (step two) and the carbon footprint for the target DMUs (fourth step), indicates that the average reduction of CF corresponds to 52%.

IV. CONCLUSION

In both methods, a BCC model is used, which considers variable returns to scale, due to differences in orchard size from raspberry producers.

The five steps method pursues a reduction of resources consumption, while maintaining the level of production, since lower resources consumption means a decrease on the environmental impacts. On the other hand, the four steps method is strongly focused to the eco-efficiency definition that seeks to produce more, reducing as much as possible the environmental impacts.

From this comparison, the four-step method proposed targets are more demanding than those form the five-step method. Moreover, only the four steps method provides also targets for production of the inefficient orchards. In this way, the four steps method follows more closely the definition of eco-efficiency as established in [7].

REFERENCES

[1] I. García-Herrero, J. Laso, M. Margallo, A. Bala, C. Gazulla, P. Fullana-i-Palmer, I. Vázquez-Rowe, A. Irabien, R. Aldaco. "Incorporating linear programing and life cycle thinking into environmental sustainability decision-making: a case study on anchovy canning industry". Clean Technologies and Environmental Policy. 1-16. 2017. doi:10.1007/s10098-017-1373-6

[2] A. Charnes, WW Cooper, EL Rhodes. "Measuring the efficiency of decision making units". Eur J Oper Res 1978;2:429–44.

[3] R.G. Dyson, R. Allen, A.S. Camanho, V.V. Podinovski, C.S. Sarrico, E. A. Shale, 2001. "Pitfalls and protocols in DEA". Eur. J. Oper. Res. 132, 245–259.

[4] S. Lozano, D. Iribarren, M. Moreira and G. Feijoo (2009). "The link between operational efficiency and environmental impacts. A joint application of Life Cycle Assessment and Data Envelopment Analysis." Science of the Total Environment 407: 1744-1754.

[5] I. Vázquez-Rowe, D. Iribarren. "Review of Life-Cycle Approaches Coupled with Data Envelopment Analysis: Launching the CFP + DEA Method for Energy Policy Making." The Scientific World Journal, 2015: 10, 2015.

[6] R. Rebolledo-Leiva, L. Angulo-Meza, A. Iriarte, M. González-Araya. "Joint carbon footprint assessment and data envelopment analysis for the reduction of greenhouse gas emissions in agriculture production". Science of The Total Environment, 593–594: 36-46, 2017.

[7] S. Schmidheiny, B. Stigson. Eco-efficiency: Creating More Value With Less Impact. WBCSD: World Business Council for Sustainable Development. 2000.

[8] ISO, 2006. ISO 14040:2006. Environmental Management—Life Cycle Assessment—Principles and Framework. International Organization for Standardization, Geneva.

[9] BSI, 2011. PAS 2050:2011. Specification for the Assessment of Life Cycle Greenhouse Gas Emissions of Goods and Services. British Standards Institution, London.

[10] BSI, 2012. PAS 2050-1:2012. Assessment of Life Cycle Greenhouse Gas Emissions From Horticultural Products. British Standards Institution, London

[11] R.D. Banker. "Estimating most productive scale size using data envelopment analysis". Eur J Oper Res 1984;17:35–44.

[12] B. Golany, Y. Roll. 1989. "An application procedure for DEA". Omega 17 (3), 237–250.

Neural Networks Detection of Problematic Wine Fermentations Using Data from Classical Chemical Variables*

Gonzalo Hernández
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
gonzalo.hernandez.o@usach.cl

Roberto León
Facultad de Ingeniería
Universidad Andrés Bello
Viña del Mar, Chile
roberto.leon@unab.cl

Alejandra Urtubia
Departamento de Ingeniería Química y Ambiental
Universidad Técnica Federico Santa María
Valparaíso, Chile
alejandra.urtubia@usm.cl

Abstract. The opportune detection of problematic wine fermentations is an essential problem that appears in winemaking processes, In this work we studied we apply Artificial Neural Networks as a method to detect this kind of fermentations using the measurements of the classical (typical) chemical variables (density, brix, fructose, glucose, ethanol and glycerol) of 8 normal and 30 problematic laboratory scale of Cabernet Sauvignon wine fermentations. Our main result establishes that, for different parameters of the computational intelligence method, the best typical chemical variables to early detect problematic fermentations are the density, brix, and glycerol, with an average overall prediction rate error of 2%, 9% and 11%, respectively. Moreover, these results were obtained using only the first two days of data. From the biochemical point of view this result is relevant because is produced by the most easy to measure chemical variables giving useful information to the winemakers to timely correct a potential problem in a fermentation process.

Keywords. ANN, Wine Fermentations, Chemical Variables

I. INTRODUCTION

Between 2011 and 2015, the total wine production of 59.2 thousands of hectoliters has placed Chile as one of the top ten wine-producing countries and among the top five major wine-exporting countries, see ref. [1]. This success is mostly explained because of the excellent quality of the Chilean wine in relation with its price. However, the wine quality can be affected in all stages of the winemaking process, but especially at the fermentation stage, a critical part of the winemaking process that typically lasts between 7 and 10 or more days. In the case of Chile, approximately 1% to 3% of wine fermentation processes has been estimated as problematic (stuck or sluggish), see refs [2-8]. Usually, in the wine industry, alcoholic fermentation is monitored with standard measurements (density, reduced sugars, total and volatile acidity, pH, temperature, etc.) made daily. However, when its normal behavior is affected for some stress condition, and the fermentation could be stuck or sluggish, the action of the enologist is try to correct the fermentation in the moment, with the previous information. Many times, this problem can be solved with the employment of traditional practices such as inoculations, nutrient additions and others, but it will be always more efficient to try to avoid them.

II. APPLICATION OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS TO WINE FERMENTATION PROBLEMS

The field of Computational Intelligence consists of heuristics methods that come from Artificial Intelligence, such as Artificial Neural Networks, Support Vector Machines, Fuzzy Logic and Evolutionary Computation, among others, see refs. [9-15]. An Artificial Neural Network (ANN) is a well-known mathematical model of a biological neural network characterized by: a vector of input and output states, a connectivity matrix, a threshold vector, a transition function, a network architecture and a learning rule, see for instance refs. [9,11,13,15]. In wine production, the applications of ANN have been concentrated in the identification and classification processes; see refs. [16-22]. Penza and Cassano (see ref. [18]) chemometrically classified different classes of Italian wines

* Research supported by grants: FONDECYT 1120679 and CONICYT PIA/Basal FB0821.

using a multi-sensor array and different ANN algorithms. Both statistical and ANN methods were used to classify 70 Spanish rose wines that had different denominations of origin, see ref. [19]. From 19 variables studied, the statistical method (SLDA) chose 10 variables and obtained a global percentage of correct classification of 98.8% and a percentage of correct prediction of 97.3%, while the ANN method chose 7 variables and obtained a correct classification for training and prediction of 100%. In ref. [20] a multilayer perceptron technique was applied in order to classify 36 Slovak wine samples of 3 varieties, produced by 4 producers in 3 different years with respect to the variables: variety, producer/location and the year of production. In ref. [21] single layer and probabilistic ANNs were developed for predicting valuable properties of wine antioxidant activity and for identify the wine variety of grapes, harvest year and originating winery.

The authors of this work have applied different Computational Intelligence and Statistical methods to detect problematic fermentations, see refs. [23-27]. In [23,24] different statistical methods were applied. In this case was built by means of laboratory scale wine fermentations a database that contains approximately 22000 data which come from 22 normal, sluggish and stuck fermentations of Cabernet Sauvignon wine. To obtain these data were measured for each fermentation 30 to 35 samples of each of the relevant chemical variables for this kind of process (sugars, alcohols, organic acids, nitrogen compounds, density) by mid-infrared spectroscopy and standard methods. The main result of [23,24] establishes that considering the measurements of sugars, alcohols and density, the statistical methods can predict, with low error, normal and problematic fermentations but using data of the first 96 hours. This result was improved in [25,26] by applying a multilayer perceptron ANN to timely detect the behavior of wine fermentations. It was used the same database of [23,24] and the ANN was defined with one or two hidden layer. As training algorithm was chosen the back-propagation with gradient descent and sigmoid transition function. It was computed the ANN prediction rates using data of the first 72, 96 and 256 hrs. It was demonstrated, by several computational experiments, that ANNs can be applied to detect problematic wine fermentations at 72 hrs. with good accuracy. A similar methodology of [25,26] but with a different prediction method was applied in [27]. In this work the SVM method was used considering three different kernels: linear, third degree polynomial and radial basis function. For the training and testing phase, it was used the same database of [23-26]. The main result of [27] establishes that the SVM method with third degree polynomial and radial basis kernels predict correctly 88% and 85% respectively. These results were achieved for an 80–20% training/testing percentage configuration and a time cutoff of 48 hrs. Therefore, this work improves the previous results obtained in [23-26].

III. Methodology Applied to Detect Problematic Wine Fermentations and Main Results

In this work are used a new set of data consisting of 38 laboratory scale fermentations of cabernet sauvignon wine, 8 of these were normal fermentation and the rest problematic (stuck and sluggish) with a total amount of 1476 measurements distributed in the following way:

- Density and Brix: 342 data for each chemical variable corresponding to 38 fermentations and 9 measurements every 12 hours for each fermentation corresponding to the first 4 days of the process.
- Fructose, Glucose, Ethanol and Glycerol: 198 data for each chemical variable corresponding to 22 fermentations and 9 measurements every 12 hours for each fermentation corresponding to the first 4 days of the process.

A program was developed in Matlab© using the Neural Network Pattern Recognition Toolbox for the computation of the overall prediction rate error for the classical chemical variables, considering only the measurements of one variable at one time. The program determines this error considering a simple network architecture with only one hidden layer, the mean squared normalized error as performance function, and the update of the weights and biases by the Levenberg - Marquardt training function optimization. The overall prediction rate error was determined for several hidden layer sizes (from 4 to 30 neurons), and for different training/testing/validation configurations with each set of examples chosen at random in a balanced way among all the fermentations. In addition, they were considered the measurements of the chemical variables of the first 2 and 3 days.

In table 1 are presented the main statistics of the overall prediction rate error obtained using the data of the first two days of the density, glycerol and brix. The statistics are computed considering all the training/testing/validation configurations and hidden layer sizes.

	Fist Two Days Cutoff		
ChemicalVariables OPRE Statistics	Density	Glycerol	Brix
Average	0.0226	0.0879	0.1099
Standard Deviation	0.0670	0.1158	0.0958
Minimum	0.0000	0.0000	0.0000
Maximum	0.4211	0.5455	0.4474
Median	0.0000	0.0455	0.0790
70% Percentile	0.0000	0.0909	0.1579
80% Percentile	0.0263	0.1364	0.2105
90% Percentile	0.0263	0.2273	0.2105

Table 1. Overall prediction rate error statistics for the density, glycerol and brix considering the first two days of data.

The above results shown that, from the point of view of the ANN method and the overall prediction rate error, the best typical chemical variables to timely forecast normal and problematic wine fermentations are density, glycerol and brix, in order of importance This result is especially important mainly for the following reasons:

- These chemical variables are the easiest to measure in laboratory or production situations.
- It is possible to apply the ANN method to predict with great accuracy normal and problematic wine fermentations using only the data of the first two days of one of the following chemical variables: density, glycerol and brix.

IV. Conclusions

The performance of Artificial Neural Networks was applied to timely forecast normal and problematic wine fermentations using only the data of the typical chemical variables (density, brix, fructose, glucose, ethanol and glycerol) of 8 normal and 30 problematic laboratory scale red wine fermentations. Our main results establish that, first, the best typical variables in this context are density, glycerol and brix, and second, it is only needed the first two days of measurements to obtain excellent results with respect to the overall prediction rate error. These results are important mainly because the data used consist only in 490 measurements, the 50% to 90% percentiles prove that the results are robust since several values of the ANN parameters obtaining very small overall prediction rate error and the maximum value of this quantity reduces if they are used the data of the first three or four days instead of the data of the first two days.

Acknowledgment

Research supported by grants: FONDECYT 1120679 and Conicyt PIA/Basal FB0821.

References

[1] Executive Report Chilean Wine Production, Servicio Agrícola y Ganadero de Chile, 2011 - 2015.

[2] L. Bisson, C. Butzke, Diagnosis and Rectification of Stuck and Sluggish Fermentations, American Journal of Enology and Viticulture 51 (2), 168-177, 2000.

[3] L. Blateyron, J.M. Sablayrolles, Stuck and Slow Fermentations in Enology: Statical Study of Causes and Effectiveness of Combined Additions of Oxygen and Diammonium Phosphate, Journal of Bioscience and Bioengineering 91 (2), 184-189, 2001.

[4] www.techniquesinhomewinemaking.com

[5] P. Pszczólkowski, P. Carriles, M. Cumsille, M. Maklouf, Reflexiones sobre la madurez de cosecha y las condiciones de vinificación, con relación a la Problemática de fermentaciones alcohólicas lentas y/o paralizante en Chile, Facultad de Agronomía, Pontificia Universidad Católica de Chile, 2001.

[6] G. Beltran, M. Novo, J. Guillamón, A. Mas, N. Rozés, Effect of fermentation temperature and culture media on the yeast lipid composition and wine volatile compounds, International Journal of Food Microbiology 121, 169-177, 2008.

[7] C. Varela, F. Pizarro, E. Agosin, Biomass Content Govern Fermentation Rate in Nitrogen-Deficient Wine Musts, Applied and Environmental Microbiology 70 (6), 3392-3400, 2004.

[8] D. D'Amatto, M. Corbo, M. Del Nobile, M. Sinigaglia, Effects of temperature, ammonium and glucose concentrations on yeast growth in a model wine system, International Journal of Food Science and Technology 41, 1152-1157, 2006.

[9] A. P. Engelbrecht, Computational Intelligence: An Introduction, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 2007.

[10] R. Kruse, et al, Computational Intelligence: A Methodological Introduction, Springer, 2013.

[11] C.M. Bishop, Neural Networks for Pattern Recognition, Oxford University Press, 1996.

[12] C.M. Bishop, Pattern Recognition and Machine Learning, Springer, 2006.

[13] S. Theodoridis, K. Koutroumbas, Pattern Recognition, Fourth Edition, Academic Press, 2008.

[14] S. Abe, Support Vector Machines for Pattern Classification, Second Edition, Springer, 2010.

[15] R.B. Ripley, Pattern Recognition and Neural Networks, Cambridge University Press, 2008.

[16] N. Beltran, et al, Feature extraction and classification of Chilean wines, J. Food Eng. 75, 1-10, 2006.

[17] F. Marini, R. Bucci, A. Magri, Artificial neural networks in chemometrics: History, examples and perspectives, Microchemical Journal 88, 178-185, 2008.

[18] M. Penza, G. Cassano, Chemometric characterization of Italian wines by thin-film multisensors array and artificial neural networks, Food Chemistry 86, 283-296, 2004.

[19] S. Perez-Magariñ, at al, Comparative study of artificial neural network and multivariate methods to classify Spanish DO rose wines, Talanta 62, 983-990, 2004.

[20] D. Kruzlicova, et al, Classification of Slovak white wines using artificial neural networks and discriminant techniques, Food Chemistry 112, 1046-1052, 2009.

[21] A. Hosu, V.M. Mircea Cristea, C. Cimpoiu, Analysis of total phenolic, flavonoids, anthocyanins and tannins content in Romanian red wines: Prediction of antioxidant activities and classification of wines using artificial neural networks, Food Chemistry 150, 113-118, 2014.

[22] A. Urtubia, M. Emparan, C. Roman, G. Hernández, J.M. Roger, Multivariate Statistic and Pattern Recognition to detect abnormal fermentations in wine process, Journal of Biotechnology 150 (1), 328, 2010.

[23] A. Urtubia, J.M. Roger, Predictive power of LDA to discriminate abnormal wine fermentations, Journal of Chemometrics, 25 (7), 382-388, 2011.

[24] A. Urtubia, G. Hernández, C. Román, Prediction of problematic wine fermentations using artificial neural networks, Bioprocess and Biosystems Engineering 34, 1057-1065, 2011.

[25] A. Urtubia, G. Hernández, J.M. Roger, Detection of abnormal fermentations in wine process by multivariate statistics and pattern recognition techniques, Journal of Biotechnology 159, 336-341, 2012.

[26] G. Hernández, R. Leon, A. Urtubia, Detection of Abnormal Wine Fermentation Processes by Support Vector Machines, Cluster Computing 19, 1219 – 1225, 2016.

Session WC1
Application of OR Tools

- *Métodos Exactos para Encontrar Secuencias de Soluciones del Problema de Semiasignación*; Medina Durán, Rosa; Malaguti, Enrico; Duran Faundez, Cristian.
- *Programación óptima de minuta para un servicio de alimentación masivo*; Araneda, Lia; Escalona, Pablo; Stegmaier, Raúl.
- *How to sell an item? Relax and find the optimal price*; Pizarro, Dana Maria; Correa, Jose Rafael; Vulcano, Gustavo.

Métodos Exactos para Encontrar Secuencias de Soluciones del Problema de Semiasignación

Rosa Medina Durán
Department of Industrial Engineering
University of Concepcion
Concepción, Chile
Email: rosmedina@udec.cl

Enrico Malaguti
Department of Electrical, Electronic, and Information Engineering
University of Bologna
Bologna, Italy
Email: enrico.malaguti@unibo.it

Cristian Duran-Faundez
Department of Electrical and Electronic Engineering
University of the Bío-Bío
Concepción, Chile
Email: crduran@ubiobio.cl

***Resumen*—Este trabajo presenta tres métodos exactos para encontrar secuencias de soluciones de distintos costos para el problema de semiasignación. El primer método consiste en la resolución iterativa de un modelo matemático. Los otros dos métodos consideran la adaptación, para el problema de semiasignación, de algoritmos presentes en la literatura. Se presentan resultados de los tres métodos para instancias de distintos tamaños y se comparan los tiempos de cómputo de los tres métodos.**

I. Introducción

El problema de semiasignación se define matemáticamente como:

$$Min \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij} \tag{1}$$

$$s.a \quad \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad \forall i = 1,\ldots,n \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = b_j \qquad \forall j = 1,\ldots,m \tag{3}$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad \forall i = 1,\ldots,n; j = 1,\ldots,m \tag{4}$$

En algunas aplicaciones, consideraciones como la calidad u otras características no cuantitativas, hacen necesario generar una secuencia de soluciones de costos distintos, con el menor costo total, para proponer al tomador de decisiones. Este es el caso del problema de semiasignación que podemos encontrar en aplicaciones forestales [1].

Los algoritmos desarrollados en la literatura para encontrar secuencias de soluciones para el problema de asignación, presentan una alta simetría al ser implementados para encontrar secuencias para el problema de semiasignación, por lo cual deben ser adaptados para que encuentren de manera eficiente soluciones de semiasignación que sean diferentes. Es el caso del algoritmo propuesto por Murty [2], mejorado en los trabajos de Pascoal *et. al* [3] y Pedersen *et. al* [4]; el algoritmo propuesto por Chegireddy y Hamacher [5] y el algoritmo de Miller *et. al* [6].

En este trabajo se comparan los resultados de un modelo matemático iterativo, el algoritmo de Murty adaptado al problema de semiasignación y el algoritmo de Miller adaptado al mismo problema para instancias de distintos tamaños.

II. Conclusión

Las conclusiones analizan las ventajas de utilizar uno u otro método para la resolución del problema.

Agradecimientos

Este trabajo fue financiado por el proyecto FONDECYT de Iniciación nº11140244.

Referencias

[1] R. Medina Durán, C. Herrera López, R. Solis Stegmann, and R. Aliste Mieres, "Combinatorial optimization applications in chilean log transport," 2014, 10th International Conference on MOdeling, Optimization and SIMulation - MOSIM14.

[2] K. G. Murty, "An algorithm for ranking all the assignments in increasing order of cost," *Operations Research*, vol. 16, pp. 682–687, 1968.

[3] M. Pascoal, M. E. Captivo, and J. ao Clímaco, "A note on a new variant of murty's ranking assignment algorithm," *4OR*, vol. 1, pp. 243–255, 2003.

[4] C. R. Pedersen, L. R. Nielsen, and K. A. Andersen, "Algorithm for ranking assignments using reoptimization," *Computers & Operations Research*, vol. 35, pp. 3714–3726, 2008.

[5] C. R. Chegireddy and H. W. Hamacher, "Algorithms for finding k-best perfect matchings," *Discrete Applied Mathematics*, vol. 18, pp. 155–165, 1987.

[6] M. L. Miller, H. S. Stone, and I. J. Cox, "Optimizing murty's ranked assignment method," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 33, pp. 851–862, 1997.

Programación óptima de minuta para un servicio de alimentación masivo

Lia Araneda, Pablo Escalona, Raúl Stegmaier
Departamento de Industrias
Universidad Técnica Federico Santa María
Valparaíso, Chile
lia.araneda@alumnos.usm.cl, {pablo.escalona, raul.stegmaier}@usm.cl

***Abstract*—Este trabajo analiza la implementación de un modelo de programación entera mixta, para la programación de la minuta de un servicio de alimentación masivo, que minimiza el costo semanal considerando restricciones de prácticas saludables, costumbres gastronómicas locales, aporte nutricional, variedad y condiciones de precio. El ahorro al utilizar el modelo propuesto es de 29%.**

***Index Terms*—MILP, Problema de la Dieta, Optimización de Minuta.**

I. Introducción

El comedor de la Casa Central de la Universidad Técnica Federico Santa María es el más grande de la región de Valparaíso, entregando 2.400 raciones diarias. La minuta debe considerar platos que se adecúen a aspectos culturales de los usuarios, variedad, ajuste al presupuesto, variabilidad de precios en el mercado, entre otros. La implementación manual resulta altamente ineficiente en términos de costos, siendo la programación matemática una forma eficiente de resolver el problema al considerar aspectos que son imposibles de observar desde una perspectiva humana.

El objetivo de este trabajo es determinar el beneficio al implementar el modelo de programación de minuta para servicios de alimentación masivos.

Este modelo resulta ser una extensión del *Problema de la Dieta*, el cual plantea Stigler [1] como el conjunto de ingredientes que satisfacen requerimientos nutricionales de un hombre con peso y estatura promedios, a un mínimo costo. Este problema es relevante en programación entera y el primero a gran escala, siendo una de las primeras aplicaciones de Dantzig para el algoritmo símplex [2]. Balintfy desarrolla un sistema en computador para planificación del menú en instituciones, lo que redujo hasta en un 15% los costos [3]. Surgieron nuevas técnicas computacionales y modificaciones [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11].

En este caso, la minuta se compone de platos, es multiperiodo y considera grupos de restricciones. Alcanzando un reducción de 21-25% en los costos para un caso similar [12].

II. Formulación del Modelo

La modalidad del servicio de alimentación, consiste en que el usuario arma su ración a partir de una sopa o empanada (según se estime en la minuta), y eligiendo una de dos opciones de los demás platos (entrada, fondo con acompañamiento o contundente, postre). Las opciones se preparan en iguales cantidades hasta agotar stock diario.

Es importante que la minuta sea variada y contemple prácticas saludables porque está destinada a estudiantes de entre 18 y 25 años.

Formulamos un modelo de programación entera mixta que minimiza costos de la minuta semanal en un horizonte de planificación de dos semanas.

La minuta se genera a partir de un listado de platos con su respectiva *receta*, compuesta de *ingredientes* (arroz, tomate, aceite, etc), *gramajes*, *atributos nutricionales* (calorías, proteínas, etc) y *precio*. Los conjuntos del modelo son:

- K: Conjunto de ingredientes, particionado en 17 subconjuntos.
- I: Conjunto de platos, particionado en 31 subconjuntos.
- J: Conjunto de días por periodo.
- T: Conjunto de periodos de planificación en semanas.
- A: Conjunto de atributos nutricionales.

Los parámetros de este modelo son:

- bp_k: Cantidad base de los atributos nutricionales del ingrediente k.
- $prop_a^k$: Cantidad del atributo a (gramos o miligramos) por cada bp_k del ingrediente k.
- min_a: Consumo mínimo diario del atributo a.
- max_a: Consumo máximo diario del atributo a.
- $precio_k$: Precio unitario de referencia del ingrediente k (kilogramo).
- $preciospot_k$: Precio unitario de compra del ingrediente k (kilogramo).
- $bruto_k^i$: Peso bruto comprado del ingrediente k destinado a cada plato i (gramos).
- I_k^0: Inventario inicial del ingrediente k (gramos).
- alm_j^t: Cantidad de almuerzos en día j de semana t.

Adicionalmente se consideran 13 funciones de parámetros para descartar la compra de un ingrediente cuando su precio sea 20% mayor al precio de referencia.

Consideramos tres variables:

- $X_{ij}^t = \begin{cases} 1: & \text{si el plato } i \text{ se sirve en día } j \text{ en semana } t \\ 0: & \text{en caso contrario} \end{cases}$
- Y_k^t: Cantidad de ingrediente k a comprar al comienzo de semana t.
- Inv_k^t: Inventario de ingrediente k al final de semana t.

Tabla I
PLANIFICACIÓN DE MINUTA OBTENIDA A TRAVÉS DEL MODELO

	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5
S	Crema de tomates	Sopa costilla	Crema de espárragos	Crema de verduras	Sopa pollo fideos
e	Mix lechuga choclo tomate	Ensalada papas mayo	Mix habas zanahoria espinaca	Ensalada fría (espirales)	Ensalada chilena
m	Ensalada tomate	Ensalada repollo	Tomate relleno huevo	Huevo golf lechuga	Ensalada repollo
a	Beef de vacuno	Pollo asado	Budín de verduras	Prietas a la chilena	Carne mongoliana
n	Merluza frita	Espirales primavera	Budín de zapallito relleno	Huevo frito	Pollo a la mostaza
a	Papas fritas	Porotos con mazamorra	Alfajores	Arvejitas partidas	Arroz arverjado
	Guiso de verduras mixto	Manzana fuji	Melón tuna	Jalea con durazno	Espirales primavera
1	Leche nevada	Macedonia		Mousse	Pera
	Duraznos al jugo				Plátano
S	Empanada de pino	Sopa costilla	Crema de espárragos	Crema de verduras	Sopa pollo fideos
e	Alcachofa mayo	Quesillo ensalada	Huevo golf lechuga	Alcachofa mayo	Ensalada fría (espirales)
m	Ensalada chilena	Tomate relleno atún	Tomate relleno huevo	Ensalada papas mayo	Ensalada tomate
a	Escalopa kayser	Hamburguesa	Fritos de verduras	Pancutras	Pollo relleno
n	Arroz perla	Huevo frito	Papas fritas	Budín de atún	Omelette de verdura
a	Niños envueltos	Garbanzos guisados	Lentejas guisadas	Melón calameño	Arroz perla
	Durazno	Queque	Jalea con piña	Ensalada de frutas	Guiso de verduras mixto
2	Compota de manzana	Nectarín	Flan		Jalea
					Sandía

La función objetivo minimiza el costo de la minuta y prioriza el uso de productos en inventario:

$$\min_{\mathbf{X,\ Y,\ Inv}} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} (Inv_k^t + Y_k^t) \cdot preciospot_k$$

Existen cinco grupos de restricciones que cumplen las funciones de: incluir prácticas saludables; cumplir con costumbres gastronómicas locales; respetar el aporte nutricional [13]; garantizar una minuta variada; flexibilidad ante alzas de precio. No se consideraron platos con concentraciones excesivas de sodio.

III. RESULTADOS

Se trabajó con 153 platos, 267 ingredientes y 6 atributos nutricionales. Se obtuvo un total de: 2598 variables (1530 binarias y 1068 continuas); 1583 restricciones (594 con igualdad, 916 con desigualdad y 73 dentro de un rango). El modelo fue resuelto a través de CPLEX 12.6.3.0 en un computador con procesador Intel Core i5 de 2.4 GHz y 4 GB de RAM.

La Tabla I muestra un ejemplo de minuta para dos semanas, obtenida en 24 minutos con 3,7% de gap y con un costo de $15.721.900. Al ser implementada nuestra minuta, el ahorro hubiera sido de un 29% en comparación con la minuta que efectivamente se preparó.

Al relajar restricciones condicionadas al precio, se obtiene un costo total de minuta de $14.579.800 con un gap de 2,8% tras 24 minutos de procesamiento, monto 7,3% menor que el caso anterior.

IV. CONCLUSIONES

Tras desarrollar e implementar el modelo de programación matemática, se obtuvo una minuta semanal factible con gap de 3,7% en 24 minutos para el servicio de alimentación masivo, que cumple con las prácticas saludables, costumbres de gastronomía local, prácticas saludables, requerimientos nutricionales y variedad.

El modelo ahorra 180.000 dólares anuales. Esto se debe a la planificación, ya que las preparaciones de mayor costo son asignadas para los días Lunes, donde según las estadísticas, se encuentra la demanda más baja. Para el resto de la semana, donde la demanda se torna más constante, los costos son más bajos y de valores similares.

Se admite el ingreso de nuevas recetas, nuevos ingredientes y actualizar sus precios. Las funciones de parámetros permiten flexibilizar la minuta ante alzas significativas en el valor de los alimentos.

REFERENCES

[1] Garille, S. G., & Gass, S. I. (2001). Stigler's diet problem revisited. Operations Research, 49(1), 1-13.
[2] Dantzig, G. B. (1990). The diet problem. Interfaces, 20(4), 43-47.
[3] Balintfy, J. L. (1975). A mathematical programming system for food management applications. Interfaces, 6(1-part-2), 13-31.
[4] Brown, R. M. (1966). Automated menu planning (Doctoral dissertation, Kansas State University).
[5] Eckstein, E. F. (1967). Menu planning by computer: the random approach. Journal of the American Dietetic Association, 51(6), 529.
[6] Hinrichs, T. R. (1992). Problem solving in open worlds: A case study in design (pp. I-IX). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
[7] Ganeshan, K., & Farmer, J. (1995). Menu planning system for a large catering corporation. In Proceedings of the Third International Conference on the Practical Application of Prolog, Paris (pp. 263-265).
[8] Marling, C. R., Petot, G. J., & Sterling, L. S. (1999). Integrating Case-Based and Rule-Based Reasoning to Meet Multiple Design Constraints. Computational Intelligence, 15(3), 308-332.
[9] Darmon, N., Ferguson, E., & Briend, A. (2002). Linear and nonlinear programming to optimize the nutrient density of a population's diet: an example based on diets of preschool children in rural Malawi. The American journal of clinical nutrition, 75(2), 245-253.
[10] Rosero Noguera, R., Posada, S. L., & Ortiz, D. M. (2011). Linear programming applied to ruminant ration formulation. CES Medicina Veterinaria y Zootecnia, 6(2), 53-60.
[11] Gephart, J. A., Davis, K. F., Emery, K. A., Leach, A. M., Galloway, J. N., & Pace, M. L. (2016). The environmental cost of subsistence: optimizing diets to minimize footprints. Science of the Total Environment, 553, 120-127.
[12] Guala, S., & Marenco, J. (2013). Planificación del menú semanal de colaciones de un hospital de Argentina por medio de programación lineal entera, Workshop ChAGO, ISCI.
[13] Joint, F. A. O. (2004). Human energy requirements. Report of a Joint FAO/WHO/UNU Expert Consultation, Rome, 17-24 October 2001.

How to sell an item? Relax and find the optimal price

José R. Correa
Department of Industrial Engineering
Universidad de Chile
Santiago, Chile
correa@uchile.cl

Dana M. Pizarro
Department of Industrial Engineering
Universidad de Chile
Santiago, Chile
dana.pizarro@ug.uchile.cl

Gustavo Vulcano
School of Business
Universidad Torcuato di Tella
Buenos Aires, Argentina
gvulcano@utdt.edu

***Abstract*—We consider a pricing problem where a firm wants to sell one item to a single buyer in order to maximize her expected revenue. The firm pre-commits to the price function over an infinite horizon. The buyer has a private value for the item and purchases at the time when his utility is maximized.**

***Index Terms*—dynamic pricing, strategic consumers.**

Dynamic pricing is widely used in practice by firms in a variety of industries, ranging from airlines and hotels to supermarkets and clothing outlets [11]. How to optimally adjust prices over time given that consumers strategically time their purchases is a classical question in economics [3], [8], [9] and revenue management [11]. From the seminal work of Myerson [6], the problem of finding the optimal pricing policy has been studied under several model variants, including number of items to sell (single vs. multiple), the relative position of the seller in the market (monopolistic vs. oligopolistic), the degree of rationality of the consumers, the seller's ability to change prices over time, the observability of the customers' arrivals, and the length of the horizon (finite vs. infinite).

The model. The main features of the model we consider are: monopolistic setup, strategic buyer behaviour, dynamic pricing, and limited supply. In particular, we consider a dynamic game between a seller, with one unit for sale, and a single buyer. The seller operates over an infinite time horizon $[0, \infty)$. At the beginning of the game the seller commits to a price function, $p(t)$ $t \in [0, \infty)$, and the buyer decides strategically when to buy. The buyer is present since time 0, and his private valuation v for the item has c.d.f $F : [0, \overline{v}] \to [0, 1]$ and density f. Both the seller and the buyer have a discount rate, μ and λ respectively, with $\lambda > \mu > \geq 0$. The seller's problem is to determine a price function $p(t)$ to maximize her expected revenue and the buyer decides to buy at a time maximizing his expected utility.

Related work. A key feature of our work is that we study a pricing problem in a continuous time setting. The literature considering continuous time pricing models is rather limited (see [3]), and most of the work is over discrete time, e.g. [1], [2]. On the other hand, our work also differs from some recent literature in dynamic mechanism design [2], [4], in the sense that they consider both the buyer and the seller to discount the future at the same rate. However, it is arguably more realistic (see [7]) to assume that buyer is more impatient that the seller and therefore we consider his rate discount to be higher than the seller's. There are alternative models available in the literature in which buyers have a deadline to make a decision of whether to buy or not and when, or an explicit waiting cost, see [5], [7], [10].

Our results. In general, it is hard to come up with an optimization model for this type of problems and even more to solve it. Therefore, we propose a relaxation of the seller's problem and we prove that an optimal solution of this problem also solves the original pricing problem. Furthermore, we provide a characterization of the optimal price function as a solution of an ODE, which can be solved explicitly for some standard valuation distributions.

We are currently working on a model extension in which the seller arrives over time according to some known distribution. If the arrival is observable then the previous approach readily applies and revenue can be maximized. However if this is not the case, the problem is significantly harder and the goal is to find pricing strategies that achieve provable revenues guarantees when compared to the observable case.

REFERENCES

[1] O. Besbes, I. Lobel, "Intertemporal price discrimination: Structure and computation of optimal policies", Management Science, vol. 61, no 1, pp. 92-110, 2015.
[2] S. Board, A. Skrzypacz, "Revenue management with forward-looking buyers", Journal of Political Economy, vol. 124, no 4, pp. 1046-1087, 2016.
[3] L. Briceo-Arias, J. Correa, A. Perlroth, "Optimal continuous pricing with strategic consumers", Management Science, 2016.
[4] A. Gershkov, B. Moldovanu, P. Strack, "Revenue-Maximizing Mechanisms with Strategic Customers and Unknown, Markovian Demand", Management Science, to appear.
[5] K. Mierendorff, "Optimal dynamic mechanism design with deadlines", Journal of Economic Theory. vol 161, pp. 190-222, 2016.
[6] R. Myerson, "Optimal auction design", Mathematics of operations research. vol 6, no 1, pp. 58-73, 1981.
[7] M. Pai, R. Vohra, "Optimal dynamic auctions and simple index rules. Mathematics of Operations Research". vol. 38, no 4, pp. 682-697, 2013.
[8] J. Sobel, "Durable goods monopoly with entry of new consumers", Econometrica. vol 59, no 5, pp:14551485, 1991.
[9] N. Stokey, "Intertemporal price discrimination", Quart. J. Econom. vol 93, no 3, pp. 355371, 1979.
[10] X. Su, "Intertemporal pricing with strategic customer behavior", Management Science. vol. 53, no 5, pp. 726-741, 2007.
[11] K. Talluri , G. van Ryzin, "Theory and Practice of Revenue Management", Springer-Verlag, New York, 2005.

Session WC2
Integer Optimization Models for Mining

- *Resource Augmentation Algorithm for Underground Mine Production Scheduling*; Carrasco, Rodrigo A..
- *Optimal Production Scheduling in Open Pit Mining: a Robust Approach through Learning*; Lagos, Guido; Homem-de-Mello, Tito; Lagos, Tomás; Sauré, Denis.
- *Selección y Asignación Óptima de Equipos de Carguío para el Cumplimiento de un Plan de Producción en Minería a Cielo Abierto*; Gonzalez, Hector; Morales, Nelson; Parra, Andrés.

Resource Augmentation Algorithm for Underground Mine Production Scheduling

Rodrigo A. Carrasco
Faculty of Engineering and Sciences
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
Email: rax@uai.cl

I. Introduction

Mine production scheduling has been historically a very manual process, but one of great importance, since it relates extraction capacity, costs, and the economical benefits of the mining process. In several extraction methods, the mine is segmented into blocks, and the planners need to determine when to extract each of them to maximize some metric, which in general is the net present value (NPV) [24]. One of the main complexities of this schedule is given by a large collection of precedence constraints that need to be satisfied, and respond to both physical limitations/requirements and capacity constraints [30].

Due to its importance, since the early 70s, several researchers have developed OR models and tools related to production scheduling [46]. This has helped planners improve the efficiency and value of the extraction process, and the topic has fostered many areas of development in mathematical programming and heuristics. A survey of the main OR tools used in mine planning, both for surface and underground mines, can be found in [35]. Since this survey was published, several other researchers have studied the production scheduling problem, but most of them have focused in open-pit mining [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [18], [19], [20], [21], [22], [23], [25], [27], [28], [29], [31], [32], [33], [34], [38], [39], [40], [41], [42], [43], [45], whereas only a few have tackled the underground setting [1], [20], [26], [36], [44]. Although many have used MIP formulations, none of the algorithms or heuristics developed count with theoretical approximation bounds, and only with application experiments.

In this work, we present an approximation algorithm, which we apply to the mine production scheduling problem, and in particular to the underground setting. Our algorithm computes an approximate solution for a general family of scheduling problems: we have several jobs, with arbitrary precedence constraints among them, and a non-increasing function $f_i(C_i)$, which represents the benefit associated to finishing a job i at time C_i. The goal is to compute a schedule that maximizes the sum of the benefits of all jobs that are to be processed.

We make several contributions to the problem of production scheduling: we extend the model developed in [17] to the maximization case with general non-increasing functions; we propose an approximation algorithm for maximizing the total sum of benefits from processing all jobs, while respecting all precedence constraints; we show that this algorithm has a constant approximation ratio and resource augmentation ratio; our proof extends to the setting studied in [17], thus extending those results for general non-decreasing cost functions; and we evaluate the performance through experiments using both simulated and real instances. Our numerical results show that the practical performance is significantly superior to the theoretical bounds.

II. Problem Formulation and Approximation Algorithm

The problem setting is as follows. We are given N operations or jobs, where job i has a processing time of $p_i \in \mathbb{N}_+$ time units. Let C_i denote the completion time of job i and let $f_i(C_i)$, with $f_i : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, denote a job-dependent non-increasing function, that represents the gain obtained after processing job i and finishing at time C_i. Furthermore, we have a set Ξ of precedence constraints between the jobs. We do not allow preemption.

Let $\Pi = \{\pi(1), \ldots, \pi(n)\}$ denote the order in which the jobs are processed, i.e. $\pi(i) = k$ implies that the i-th job to be processed is job k. Then, since there are no release dates and f_i is non-increasing, there will not be idle time between jobs, and thus $C_{\pi(i)} = C_{\pi(i-1)} + p_{\pi(i)}$ is the completion time of the i-th job to be processed, where $C_{\pi(0)} = 0$. Note that the completion time of each job is completely determined by the order Π in which jobs are processed.

The objective is to compute a feasible schedule, consisting of an order Π that respects precedence constraints and that maximizes the total gains of all the jobs processed, i.e. maximizes the function, $F(\Pi) = \sum_{i=1}^{n} f_{\pi(i)}\left(C_{\pi(i)}\right)$.

To compute an approximate solution we propose the Resource Augmentation Production Scheduling (RAPS) algorithm, which uses an interval-indexed IP formulation of the problem. The intervals grow geometrically, with a factor $(1+\epsilon)$, which allows the problem to be polynomial in the size of the input, as well as control the approximation ratio between the optimal value and the optimal of our formulation. We use the LP-relaxation solution to compute a feasible schedule, and use a resource augmentation technique to compute an approximation bound as done in [17].

The main result of this paper can be summarized in the following theorem.

Theorem 1. *The RAPS algorithm with $\alpha = \frac{1}{2}$ and $\gamma = (4+\epsilon)$ is a $(4+\epsilon)$-speed, 1-approximation algorithm for the production scheduling problem with convex non-increasing costs.*

Since our proof does not require the use of convexity, we can also extend the results in [17] to arbitrary non-decreasing functions using the same methodology.

Finally, we also analyze the practical performance of our algorithm, showing that it is significantly superior to the theoretical bounds both in terms of the approximation ratio and the resource augmentation requirements.

The performance analysis is done by using a large set of simulated instances, and later further validated using real instances of underground mines in Chile. The real instances were from a *bench and fill* underground mine as described in [37].

For the real instances, we used $f_i(C_i) = w_i(1+r)^{-C_i}$ as the utility function for each job i, which represents the net present value, with rate r, of finishing job i by C_i and w_i represents the profit gained after processing the job.

III. Conclusion

In this work we develop an algorithm to compute a feasible solution for the underground mine production scheduling problem. We analyzed the algorithm using resource augmentation techniques, to show it is a constant-speed, constant-approximation algorithm. Furthermore, we analyzed the performance of the algorithm through a large number of simulated instances, showing that the performance is much better than the theoretical bounds, and that the resource augmentation requirements are minimal. Finally, we validated our results with data from several underground mines in Chile.

Acknowledgment

This project was supported by Anillo Project 1407, *Large Scale Optimization under Uncertainty: Challenges in Strategic Mine Planning*, and Fondecyt Project 1151098, *Production Scheduling: a Mathematical Programming Approach and Applications to Natural Resource Management*.

We would also like to thank Valentina Rojas for sharing the mine data to validate our algorithm.

References

[1] Acuña, E.and Hall, S. H. S., and Fava, L. The Application of a MIP Model to Select the Optimum Auxiliary Fan and Operational Settings for Multiple Period Duties. *INFOR: Information Systems and Operational Research 48*, 2 (may 2010), 95–102.

[2] Albor, F. *Exploring stochastic optimization in open pit mine design*. PhD thesis, McGill University, 2010.

[3] Alipour, A., Khodaiari, A., Jafari, A., and Tavakkoli-Moghaddam, R. A genetic algorithm approach for open-pit mine production scheduling. *International Journal of Mining and Geo-Engineering 51*, 1 (jun 2017), 47–52.

[4] Alipour, A., Khodaiari, A., Jafari, A., and Tavakkoli-Moghaddam, R. Robust production scheduling in open-pit mining under uncertainty: a box counterpart approach. *doi.org 8*, 2 (jul 2017), 255–267.

[5] Amankwah, H., Larsson, T., and Textorius, B. Open-Pit Mining with Uncertainty: A Conditional Value-at-Risk Approach. Springer, New York, NY, 2013, pp. 117–139.

[6] Asad, M., and Dimitrakopoulos, R. A heuristic approach to stochastic cutoff grade optimization for open pit mining complexes with multiple processing streams. *Resources Policy 38*, 4 (dec 2013), 591–597.

[7] Asad, M., and Topal, E. Net present value maximization model for optimum cut-off grade policy of open pit mining operations. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy 111*, 11 (2011), 741–750.

[8] Asad, M.and Dimitrakopoulos, R. Optimal production scale of open pit mining operations with uncertain metal supply and long-term stockpiles. *Resources Policy 37*, 1 (mar 2012), 81–89.

[9] Askari-Nasab, H., Pourrahimian, Y., Ben-Awuah, E., and Kalantari, S. Mixed integer linear programming formulations for open pit production scheduling. *Journal of Mining Science 47*, 3 (may 2011), 338–359.

[10] Azimi, Y., and Osanloo, M. Determination of Open Pit Mining Cut-Off Grade Strategy Using Combination of Nonlinear Programming and Genetic Algorithm. *Archives of Mining Sciences 56*, 2 (2011), 189–212.

[11] Azimi, Y., Osanloo, M., and Esfahanipour, A. An uncertainty based multi-criteria ranking system for open pit mining cut-off grade strategy selection. *Resources Policy 38*, 2 (jun 2013), 212–223.

[12] Badiozamani, M., and Askari-Nasab, H. Integration of reclamation and tailings management in oil sands surface mine planning. *Environmental modelling & software 51* (2014), 45–58.

[13] Badiozamani Tari Nazari, M. *An Integrated Optimization Model for Strategic Open-Pit Mine Planning and Tailings Management*. PhD thesis, University of Alberta, jan 2014.

[14] Bley, A., Boland, N., Fricke, C., and Froyland, G. A strengthened formulation and cutting planes for the open pit mine production scheduling problem. *Computers & Operations Research 37*, 9 (sep 2010), 1641–1647.

[15] Bley, A., Boland, N., Froyland, G., and Zuckerberg, M. Solving mixed integer nonlinear programming problems for mine production planning with stockpiling.

[16] Blom, M., Burt, C., Pearce, A., and Stuckey, P. A Decomposition-Based Heuristic for Collaborative Scheduling in a Network of Open-Pit Mines. *INFORMS Journal on Computing 26*, 4 (nov 2014), 658–676.

[17] Carrasco, R. A., Iyengar, G. N., and Stein, C. Single machine scheduling with job-dependent convex cost and arbitrary precedence constraints. *Operations Research Letters 41*, 5 (sep 2013), 436–441.

[18] Cullenbine, C., Wood, R., and Newman, A. A sliding time window heuristic for open pit mine block sequencing. *Optimization Letters 5*, 3 (aug 2011), 365–377.

[19] De Lara, M., Morales, N., and Beeker, N. Adaptive Strategies for The Open-Pit Mine Optimal Scheduling Problem. *arXiv:1706.08264 [math.OC]* (jun 2017).

[20] Epstein, R., Goic, M., Weintraub, A., Catalán, J., Santibáñez, P., Urrutia, R., Cancino, R., Gaete, S., Aguayo, A., and Caro, F. Optimizing long-term production plans in underground and open-pit copper mines. *Operations Research 60*, 1 (2012), 4–17.

[21] Espinoza, D., Goycoolea, M., Moreno, E., and Newman, A. MineLib: A Library of Open Pit Mining Problems.

[22] Gilani, S., and Sattarvand, J. Integrating geological uncertainty in long-term open pit mine production planning by ant colony optimization. *Computers & Geosciences 87* (feb 2016), 31–40.

[23] Goodfellow, R., and Dimitrakopoulos, R. Global optimization of open pit mining complexes with uncertainty. *Applied Soft Computing 40* (mar 2016), 292–304.

[24] Hartman, H. SME mining engineering handbook. *Society for Mining, Metallurgy, and Exploration Denver 1* (1992), 643–645.

[25] Ibrahimov, M., Mohais, A., Schellenberg, S., Michalewicz, Z., Ibrahimov, M., Mohais, A., Michalewicz, Z., and Schellenberg, S. Scheduling in iron ore open-pit mining. *Int. J. Adv. Manuf. Technol. 72* (2014), 1021–1037.

[26] King, B., Goycoolea, M., and Newman, A. Optimizing the open pit-to-underground mining transition. *European Journal of Operational Research 257*, 1 (feb 2016), 297–309.

[27] Koushavand, B. *Long-Term Mine Planning in Presence of Grade Uncertainty*. PhD thesis, University of Alberta, jan 2014.

[28] Koushavand, B., Askari-Nasab, H., and Deutsch, C. A linear programming model for long-term mine planning in the presence of grade

uncertainty and a stockpile. *International Journal of Mining Science and Technology 24*, 4 (jul 2014), 451–459.

[29] LAMGHARI, A., AND DIMITRAKOPOULOS, R. Network-flow based algorithms for scheduling production in multi-processor open-pit mines accounting for metal uncertainty. *European Journal of Operational Research 250*, 1 (apr 2016), 273–290.

[30] LUXFORD, L. Reflections of a Mine Scheduler. *MassMin 2000* (2000), 119–126.

[31] MEAGHER, C. *On the Directed Cut Polyhedra and Open Pit Mining*. PhD thesis, McGill University, 2010.

[32] MOOSAVI, E., GHOLAMNEJAD, J., ATAEE-POUR, M., AND KHORRAM, E. A hybrid augmented Lagrangian multiplier method for the open pit mines long-term production scheduling problem optimization. *Journal of Mining Science 50*, 6 (nov 2014), 1047–1060.

[33] MORENO, E., ESPINOZA, D., AND GOYCOOLEA, M. Large-scale multi-period precedence constrained knapsack problem: A mining application. *Electronic Notes in Discrete Mathematics 36* (aug 2010), 407–414.

[34] MORENO, E., REZAKHAH, M., NEWMAN, A., AND FERREIRA, F. Linear models for stockpiling in open-pit mine production scheduling problems. *European Journal of Operational Research 260*, 1 (jul 2016), 212–221.

[35] NEWMAN, A., RUBIO, E., CARO, R.AND WEINTRAUB, A., AND EUREK, K. A Review of Operations Research in Mine Planning. *Interfaces 40*, 3 (jun 2010), 222–245.

[36] O'SULLIVAN, D., AND NEWMAN, A. Optimization-based heuristics for underground mine scheduling. *European Journal of Operational Research 241*, 1 (feb 2015), 248–259.

[37] ROJAS, V. Secuenciamiento óptimo de caserones en minería subterránea selectiva (tesis de pregrado).

[38] SARI, Y. *Mine Production Scheduling through Heuristic Memory Based, Improved Simulated Annealing*. PhD thesis, McGill University, 2014.

[39] SATTARVAND, J., AND NIEMANN-DELIUS, C. Past, Present and Future of Metaheuristic Optimization Methods in Long-Term Production Planning of Open Pits. *BHM Berg- und Hüttenmännische Monatshefte 158*, 4 (apr 2013), 146–154.

[40] SETHI, M. *Risk based mine planning price uncertainty*. PhD thesis, may 2012.

[41] SHISHVAN, M., AND SATTARVAND, J. Long term production planning of open pit mines by ant colony optimization. *European Journal of Operational Research 240*, 3 (feb 2015), 825–836.

[42] SILVA, M., DIMITRAKOPOULOS, R., AND LAMGHARI, A. Solving a large SIP model for production scheduling at a gold mine with multiple processing streams and uncertain geology. *Mining Technology 124*, 1 (mar 2015), 24–33.

[43] SONGOLO, M. *Pushback Design using Genetic Algorithms*. PhD thesis, Curtin University, 2010.

[44] TERBLANCHE, S., AND BLEY, A. An improved formulation of the underground mine scheduling optimisation problem when considering selective mining. *ORION 31*, 1 (apr 2015), 1.

[45] THOMPSON, J. *Test of an Innovative Stochastic Design System on an Open Pit*. PhD thesis, Queen's University, 2010.

[46] WILLAMS, J., SMITH, L., AND WELLS, P. Planning of Underground Copper Mining. *In 10th internat. appl. comput. oper. res. in mineral indust. (APCOM)* (1973), 251–254.

Optimal Production Scheduling in Open Pit Mining: a Robust Approach through Learning

Tito Homem-de-Mello* and Guido Lagos†
Business School* and Engineering Faculty†
Universidad Adolfo Ibáñez
Peñalolén, Santiago, Chile
tito.hmello@uai.cl*, guido.lagos@edu.uai.cl†

Tomás Lagos‡ and Denis Sauré§
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile
Santiago Centro, Santiago, Chile
tomas.lagos.gonzalez@gmail.com§, dsaure@dii.uchile.cl‡

Abstract*—In this paper we consider an *optimization with learning* approach to the production scheduling problem in open pit mining under ore-grade uncertainty. That is, the problem of finding an optimal production schedule for the extraction and processing of the mineral in an open pit mine when there is uncertainty in the actual mineral content in the mine. We take the usual approach of discretizing the ore field into a fixed collection of uniformly-sized blocks, so that the problem consists on deciding an optimal extraction and processing sequence for the blocks in the mine. We consider the multi-stage version of the problem, where there is a planning horizon of several time periods and where at each period the decision is: which blocks to extract and which to process, while satisfying extraction and processing capacity constraints. We propose an *optimization with learning* approach intended to tackle two of the main challenges presented by this problem: the scalability of the problem due to its large dimensions, and the robustness to uncertainty due to the inherent volatility of some of the parameters of the problem. Our approach is based on the following two key modelling components. The first is that at each time period we use a *wait-and-see* decision scheme, where we decide which blocks to extract, then the blocks are extracted and the true ore content in the blocks is revealed, and with this new information we decide which blocks to process. The second key component of our approach is that at the end of each time period we update our model of uncertainty by conditioning on the observed mineral content of the newly extracted blocks. We obtain a *data-driven scheduling policy* by proposing an *Approximate Dynamic Programming* scheme to (approximately) solve our Dynamic Programming problem with Learning. We perform computational experiments on a small-to-medium sized mine, and compare the performance of our method to the performance of using non-adaptive state of the art methods.

I. Introduction

In this work we consider the open pit mining scheduling problem under ore-grade uncertainty. This problem consists on deciding an optimal production plan for an open pit mine when additionally there is uncertainty in the actual mineral content of the mine. This is a "difficult" problem since it is characterized by its large scale, its inherent uncertainty, and by the need to provide solutions that are robust to uncertainty. Indeed, scheduling problems in mining are typically of a large to very large scale; for example, a typical large mine is considers a 20-30 year time horizon and contemplates the mining of millions of *blocks* of 1,000 cubic meters each. The operation is also inherently uncertain, mainly due to volatility in mineral prices and because the mineral content in the field is estimated using few and costly prospective drillings. Therefore, all in all this makes the production planning in mining a "high cost high reward" operation, which moreover can only be carried out once.

To tackle these challenges in this work we propose an adaptive optimization scheme which, essentially, at each time period first "observes" the realized uncertain parameters, then "learns" from realizations, and only then "decides" the scheduling plan for the following time period. Our main motivation for taking this approach is to tackle simultaneously two of the main sources of complexity in this problem: *scalability* and *robustness*. Indeed, our optimisation scheme is scalable since it is designed to be ran at the begin of each time period and take a production decision only for the current time period; thus, it focuses in a much smaller problem than the whole-horizon problem. Also, by incorporating a "learning" step in the decision scheme we are actually able to decrease the volatility or variance of the uncertain parameters.

A. Literature review

Production planning in open pit mining has been studied for several decades. Early approaches consisted in Linear Programming relaxations and heuristics, see e.g. [Lerchs and FI, 1964], [Gershon, 1987]. However soon the rapid development in the fields of Integer Programming (IP) and Mixed Integer and Linear Programming (MILP) allowed to devise algorithms that produce optimal or close to optimal production schedules, see e.g. [Smith, 1978], [Klingman and Phillips, 1988], [Newman et al., 2010]. Now, uncertainty in the production scheduling problem only started to be considered around a decade ago. Again, initial approaches consisted on heuristics, e.g. [Leite and Dimitrakopoulos, 2007], but development in the theory of stochastic programming and robust optimization in the last two decades, see e.g. [Shapiro et al., 2009], [Ben-Tal et al., 2009], have allowed to take approaches with theoretical guarantees, see e.g. [Boland et al., 2008], [Lagos et al., 2011]. Particularly, the latter two approaches consider uncertainty in the mineral content and have used *wait and see* decision schemes, where some of the decisions are taken only after the actual mineral content of the mined site is

revealed. Nonetheless, to the best knowledge of the authors up to now there is no work in mining where the observed mineral content is used to *learn* or *update the belief* of mineral content in the nonextracted parts of the mine.

II. Model

In this section we show the main components of our mathematical model. The first main component is posing the scheduling problem in a suitable multi-stage Dynamic Programming form. The second component is how one can incorporate the uncertainty in the Dynamic Programming problem. Lastly, the third part is the the *learning* or *conditional learning* component, where we show how we update our model of uncertainty based on what we have observed up to each time period.

A. Deterministic problem in Dynamic Programming form

We start by posing the model in the form of a deterministic Dynamic Programming form. We essentially use a slightly modified version of the model in [Moreno et al., 2017].

As usual in the open pit mining literature, we use the *block model* of the mine, which consists on a discretization or cubication of the mining site into a set of blocks; in this way the physical properties of the region contained in a block is assigned to the block entity. Blocks are represented as a set $\mathcal{B}$, and moreover we can "lump" a set of contiguous blocks into a *cluster* of blocks. Specifically there is a partition $\cup_{c\in\mathcal{C}}\mathcal{B}_c$ of $\mathcal{B}$ into clusters of blocks; here, $\mathcal{C}$ is the index set of the clusters and $\mathcal{B}_c$ represents the set of blocks in cluster c. The problem takes part in a given set of time periods, say $\mathcal{T}$, where we have to decide if we extract a cluster of blocks or not, and between the extracted blocks we decide which portion of them we process.

The constraints of the problem are as follows. For each time period $t \in \mathcal{T}$ there is a total extraction capacity, say $W_t^{\mathsf{ext}} > 0$, and each cluster c uses an extraction capacity of w_c^{ext}. Similarly, for each period t there is a total processing capacity $W_t^{\mathsf{proc}} > 0$ and each block b uses a processing capacity of w_b^{ext}. Also, there is a set $\mathcal{P}$ of precedence constraints between clusters, basically imposing when a cluster should be extracted before or at the same period of some other cluster.

The reward structure is as follows. Extraction of cluster $c \in \mathcal{C}$ has a fixed cost p_c and for each extracted block b there is a variable profit of $r_b\rho_b - p_b$, where r_b is the profit per unit of mineral, ρ_b is the mineral ore grade in block b, i.e. the amount of mineral in b, and p_b es the processing cost for block b. Also, there is a discount factor of $\delta > 0$ per time period.

Thus, denoting $x_{c,t} \in \{0,1\}$ as the decision of either extracting or not cluster c at time period t, and denoting $y_{b,t} \in [0,1]$ as the proportion of block b that is processed at time t, the multi-period production planning problem can be written as follows.

$$\max \sum_{t\in\mathcal{T}}\sum_{c\in\mathcal{C}}\left[-x_{c,t}p_t^{\mathsf{ext}} + \sum_{b\in\mathcal{B}_c}(r_t^{\mathsf{proc}}\rho_b - p_t^{\mathsf{proc}})y_{b,t}\right] \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad x_{c,t} \geq y_{b,t} \qquad \forall c\in\mathcal{C},\ \forall b\in\mathcal{B}_c,\ \forall t\in\mathcal{T} \quad (2)$$

$$\sum_{c\in\mathcal{C}} w_c^{\mathsf{ext}} x_{c,t} \leq W_t^{\mathsf{ext}} \qquad \forall t\in\mathcal{T} \quad (3)$$

$$\sum_{b\in\mathcal{B}} w_b^{\mathsf{proc}} y_{b,t} \leq W_t^{\mathsf{proc}} \qquad \forall t\in\mathcal{T} \quad (4)$$

$$\sum_{t\in\mathcal{T}} x_{c,t} \leq 1 \qquad \forall c\in\mathcal{C} \quad (5)$$

$$x \in \mathcal{P} \quad (6)$$

$$x_t \in \{0,1\}^{\mathcal{C}},\ y_t \in \mathbb{R}_+^{\mathcal{B}} \qquad \forall t\in\mathcal{T}. \quad (7)$$

In turn, using the customary notation $z_{[t]}$ for $z_{[t]} := (z_1,\ z_2,\ \ldots,\ z_t)$, this problem can be written in the following Dynamic Programming form:

$$V_t\left(x_{[t-1]},\ \rho_{[t-1]}\right) := \quad (8)$$

$$\max\ -\sum_{c\in\mathcal{C}} x_{c,t}p_t^{\mathsf{ext}} + Q_t\left(x_{[t]},\ \rho_{[t-1]}\right) + V_{t+1}\left(x_{[t]},\ \rho_{[t]}\right) \quad (9)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{c\in\mathcal{C}} w_c^{\mathsf{ext}} x_{c,t} \leq W_t^{\mathsf{ext}} \quad (10)$$

$$\sum_{s\leq t} x_{c,s} \leq 1 \qquad \forall c\in\mathcal{C} \quad (11)$$

$$x_t \in \mathcal{P}\left(x_{[t-1]}\right) \quad (12)$$

$$x_t \in \{0,1\}^{\mathcal{C}}, \quad (13)$$

for all $t \in \mathcal{T}$, with $V_{\mathcal{T}+1}$ strictly equal to zero, and where

$$Q_t\left(x_{[t]},\ \rho_{[t-1]}\right) := \max \quad \sum_{b\in\mathcal{B}}(r_t^{\mathsf{proc}}\rho_b - p_t^{\mathsf{proc}})y_{b,t} \quad (14)$$

$$\text{s.t.} \quad y_{b,t} \leq x_{c,t} \quad \forall c\in\mathcal{C}, \forall b\in\mathcal{B}_c \quad (15)$$

$$\sum_{b\in\mathcal{B}} w_b^{\mathsf{proc}} y_{b,t} \leq W_t^{\mathsf{proc}} \quad (16)$$

$$y_t \in \mathbb{R}_+^{\mathcal{B}}. \quad (17)$$

Here we have denoted as $\rho_{[t]}$ the information of the ore grade parameter ρ revealed up to time t, and $\mathcal{P}\left(x_{[t-1]}\right)$ denotes the set of extraction precedences for clusters given that already the clusters $x_{[t-1]}$ have been extracted.

B. Stochastic approaches for ore grade uncertainty

We now consider the problem under ore grade uncertainty and propose a "learning" scheme where the optimization can be taken with an updated uncertainty model based on the observed ore grades up to each period.

Assume now that the ore grade vector $\rho \in \mathbb{R}^{\mathbb{B}}$ is uncertain and is distributed according to some probability distribution. We now focus on the possible optimization approaches that one can take, and momentarily leave aside the issue of the computational tractability of the randomness of the ore grade parameter ρ. There are at least the following three paths to be taken.

1) The first approach, which we call *static approach*, consists on simply taking que expected value of the objective function in (1). This is equivalent to replacing the term ρ_b in (1) by its expected value.
2) A second approach, which we call *dynamic non-adaptive approach*, consists on taking instead the conditional expectation $\mathbb{E}\left[\cdot \left| \rho_{[t-1]} \right.\right]$ inside the objective function in (9), where the conditioning on $\rho_{[t-1]}$ refers to *the marginal distribution of the nonextracted clusters up to time t-1*. That is, replacing it by $-\sum_{c\in\mathcal{C}} x_{c,t} p_t^{\mathsf{ext}} + \mathbb{E}\left[Q_t\left(x_{[t]},\, \rho_{[t-1]}\right) \left| \rho_{[t-1]} \right.\right] + \mathbb{E}\left[V_{t+1}\left(x_{[t]},\, \rho_{[t]}\right) \left| \rho_{[t-1]} \right.\right]$.
3) The third approach we consider, which we call *dynamic adaptive approach*, consists on taking instead the conditional expectation $\mathbb{E}\left[\cdot \left| \widetilde{\rho}_{[t-1]} \right.\right]$ inside the objective function in (9), where we denote as $\widetilde{\rho}_{[t-1]}$ the *conditional distribution of the nonextracted clusters up to time t-1, given the ore grade values of the clusters extracted up to that time*. That is, replacing it by $-\sum_{c\in\mathcal{C}} x_{c,t} p_t^{\mathsf{ext}} + \mathbb{E}\left[Q_t\left(x_{[t]},\, \rho_{[t-1]}\right) \left| \widetilde{\rho}_{[t-1]} \right.\right] + \mathbb{E}\left[V_{t+1}\left(x_{[t]},\, \rho_{[t]}\right) \left| \widetilde{\rho}_{[t-1]} \right.\right]$.

We remark here that the key difference between the dynamic non-adaptive and adaptive approaches is that the former uses the marginal distribution of the nonextracted clusters, while the latter uses the conditional distribution of the nonextracted clusters given the actual values of the already extracted ones. In other words, the non-adaptive approach "knows" the actual values of the already extracted clusters but does not use them to "update its belief" of the distribution of the remaining, nonextracted, clusters; while the adaptive approach knows the values of the already extracted clusters and does use these values to update its belief of the distribution of the remaining clusters.

C. Conditional learning of the mineral content

We now show how we deal with the conditional distribution used in the dynamic adaptive approach.

The key fact for our implementation of the dynamic adaptive approach of Section II-B is that the distribution of the ore grades vector ρ is actually a multivariate normal distribution. Indeed, [Emery et al., 2016] shows that the uncertainty model used in geo-statistics for the distribution of the mineral in continuous space is a Gaussian random field of the second-order stationary type. Moreover, the parameters of this field are fully determined by geo-statistical methods and assumptions, so it can be assumed that these parameters are available for computation. In particular thus, the random vector obtained by evaluating the Gaussian field on the collection of coordinates corresponding to the center of the blocks is actually distributed as a multivariate normal vector with a given (known) mean and correlation matrix. This motivates using this obtained multivariate random vector as an approximation of the distribution of the mineral content in each of the blocks.

The modelling decision of assuming that the ore grades vector ρ is distributed as a multivariate normal vector has very convenient consequences on the computational tractability of the problem. Indeed, given a multivariate normal, the conditioning on a sub-vector of it taking certain values is very easily computed, if the mean and covariance matrix are available. In view of our previous argument, our modelling assumptions allow to assume that these parameters are indeed available for computations.

D. Approximate Dynamic Programming

Lastly, we propose a tractable approximation of our Dynamic Programming problem with adaptivitiy shown in Section II-B by using discretization and sampling schemes to compute the conditional expectations.

III. Computational experiments

We perform computational experiments on the small-to-medium sized vein-type mine used in [Lagos et al., 2011], consisting of 16,000 cubic blocks of volume 1,000 m^3 each. We have 1,000 available ore-grade scenarios and the mean and covariance matrix of the multivariate normal random variable from which the samples were obtained. We compare the performance of our proposed *approximate dynamic adaptive* approach shown in Section II-D, with the performance of the *Sample Average Approximation ADP* approach proposed in [Moreno et al., 2017]. We remark that this approach is essentially the *dynamic non-adaptive* approach of Section II-B when the probability distribution of the random vector ρ is just a uniform distribution over a finite observed samples of ρ.

References

[Ben-Tal et al., 2009] Ben-Tal, A., El Ghaoui, L., and Nemirovski, A. (2009). *Robust optimization*. Princeton University Press.

[Boland et al., 2008] Boland, N., Dumitrescu, I., and Froyland, G. (2008). A multistage stochastic programming approach to open pit mine production scheduling with uncertain geology. *Optimization Online*.

[Emery et al., 2016] Emery, X., Arroyo, D., and Porcu, E. (2016). An improved spectral turning-bands algorithm for simulating stationary vector gaussian random fields. *Stochastic environmental research and risk assessment*, 30(7):1863–1873.

[Gershon, 1987] Gershon, M. (1987). Heuristic approaches for mine planning and production scheduling. *Geotechnical and Geological Engineering*, 5(1):1–13.

[Klingman and Phillips, 1988] Klingman, D. and Phillips, N. (1988). Integer programming for optimal phosphate-mining strategies. *Journal of the Operational Research Society*, pages 805–810.

[Lagos et al., 2011] Lagos, G., Espinoza, D., Moreno, E., and Amaya, J. (2011). Robust planning for an open-pit mining problem under ore-grade uncertainty. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 37:15–20.

[Leite and Dimitrakopoulos, 2007] Leite, A. and Dimitrakopoulos, R. (2007). Stochastic optimisation model for open pit mine planning: application and risk analysis at copper deposit. *Mining Technology*, 116(3):109–118.

[Lerchs and FI, 1964] Lerchs, H. and FI, G. (1964). Optimum design of open-pit mines. In *Operations Research*, volume 12, page B59.

[Moreno et al., 2017] Moreno, E., Emery, X., Goycoolea, M., Morales, N., and Nelis, G. (2017). A two-stage stochastic model for open pit mine planning under geological uncertainty. *Proceedings of the APCOM*.

[Newman et al., 2010] Newman, A. M., Rubio, E., Caro, R., Weintraub, A., and Eurek, K. (2010). A review of operations research in mine planning. *Interfaces*, 40(3):222–245.

[Shapiro et al., 2009] Shapiro, A., Dentcheva, D., and Ruszczyński, A. (2009). *Lectures on stochastic programming: modeling and theory*. SIAM.

[Smith, 1978] Smith, C. (1978). The use of mixed integer programming in planning the depletion of an alluvial diamond deposit. *Operations Research Society of South Africa, September*, pages 28–29.

Selección y Asignación Óptima de Equipos de Carguío para el Cumplimiento de un Plan de Producción en Minería a Cielo Abierto

Héctor González
Laboratorio de Planificación Minera
DELPHOS, AMTC, DIMIN,
Universidad de Chile
Avda. Tupper 2007, Santiago, Chile
Email: hgonzalez@delphoslab.cl

Nelson Morales
Laboratorio de Planificación Minera
DELPHOS, AMTC, DIMIN,
Universidad de Chile
Avda. Tupper 2007, Santiago, Chile
Email: nmorales@amtc.cl

Andrés Parra
Laboratorio de Planificación Minera
DELPHOS, AMTC, DIMIN,
Universidad de Chile
Avda. Tupper 2007, Santiago, Chile
Email: aparra@delphoslab.cl

***Resumen*—Una de las etapas fundamentales en el proceso minero es la planificación, proceso en el cual se determina, entre otras cosas, las capacidades de producción y la infraestructura requerida.**

La búsqueda por una adecuada ejecución de los planes mineros está fuertemente asociada a la adquisición y uso de equipos. La decisión de qué equipos usar, cuantos se deberían comprar y donde deberían estar trabajando a lo largo de la vida de la mina tiene un fuerte impacto en la rentabilidad del negocio y en la producción alcanzada. Estas decisiones se vuelven incluso mas importantes al considerar la gran escala en la cual se trabaja en minería y al uso intensivo de equipos que requieren los procesos asociados.

Este trabajo busca cuantificar la diferencia generada cuando se considera la capacidad asociada a los equipos de carguío para la generación de un plan de producción con respecto a un plan de largo plazo original. Para determinar los planes se consideró la asignación banco/pala óptima, la cual se obtuvo mediante la construcción de un problema de optimización con restricciones en torno a las características de los equipos de carguío, el espacio disponible de operación y la producción esperada.

Los resultados del estudio muestran que los planes de producción obtenidos son distintos a los estimados en el plan de largo plazo, mostrando la variabilidad que se genera en la producción al considerar los equipos de carguío. La presencia de estas fluctuaciones puede indicar que aún se pueden considerar un mayor números de variables dentro la planificación que pueden permitir construir planes más robustos con el fin de garantizar una operación confiable en términos de producción y alimentación a la planta.

I. Introducción

El carguío y transporte es un proceso productivo de alta importancia dentro del negocio minero, según [1], debido principalmente a la gran magnitud de los costos a los cuales está asociado. Esto es consecuencia de la gran cantidad de equipos involucrados, tanto para el carguío como el transporte, el alto grado de mecanización, menor rendimiento productivo por equipo y, sobre todo, a que es un proceso que se encuentra a lo largo de toda la vida de la mina. Extraer la roca desde la mina no es lo mismo que extraer bloques en un modelo. Se deben considerar aspectos relacionados con los equipos mecánicos que se utilizarán para extraer el material y los equipos para trasladarlo desde el fondo de la mina hacia su destinos. La decisión sobre *qué* equipos utilizar, *cuántos* comprar y *dónde* deben estar operando impacta fuertemente el valor del negocio minero. Debido a lo anterior es que la creación y resolución de un modelo que logre responder a las tres preguntas mencionadas motiva este trabajo. Por otro lado, la optimización de los equipos está fuertemente relacionada con la optimización del pit, segun [2]. Mejorando la selección de equipos se disminuyen los costos mina y aumenta la productividad, entre otras cosas, y por tanto pueden cambiar los límites del pit.

El objetivo de este trabajo es la creación de una metodología para apoyar el desarrollo de un plan de asignación de equipos de carguío de manera óptima que permita el cumplimiento de un plan de producción. Para lograrlo, se cuenta con un proyecto real que será utilizado como plan de producción base.

I-A. Metodología

En primer lugar se realizará una revisión de los datos con el fin de crear el gráfico de agotamiento de mineral a lo largo de la vida mina. Dado que se busca la asignación de equipos de carguío a su lugar de trabajo se deberá contar con un catálogo de equipos con las características de interés; costos y capacidades entre otros. A continuación se trabajará en la construcción del modelo de optimización que determine la asignación de los equipos de carguío a las fases de producción a lo largo del tiempo tal que minimice los costos de producción. Por otro lado se construirá una solución de forma manual con el fin de medir las diferencias con los resultados provenientes del modelo construido, el cual utilizará las mismas consideraciones que el modelo. Ya con todos los parámetros e inputs del modelo definidos y la asignación manual terminada, se procede a correr el modelo. El resultado obtenido será comparado con la asignación manual y con el plan de producción base.

II. Desarrollo de Modelo

Dentro de la dinámica en la cual operan los equipos de carguío en una operación minera se pueden considerar numerosos factores que afectan la productividad:

- Disponibilidad Mecánica.
- Factores Operacionales.
- Espacio disponible de operación.
- Precedencias entre bancos de la misma y distintas fases.
- Requerimientos de alimentación a la planta de procesamiento.
- Metas de producción.
- Costos de producción y adquisición de equipos.
- Productividad de los equipos.

Por lo que si un modelo busca anticipar y predecir la producción alcanzada estos factores deben ser incorporados.

II-A. Variables

A continuación se presentan las variables de decisión para el modelo:

$$x_{pbft} = \text{porcentaje de tiempo } t \text{ que la pala } p \text{ está en el banco } b \text{ de la fase } f \tag{1}$$

$$\bar{x}_{pbft} = \begin{cases} 1, \text{si la pala } p \text{ está en el banco } b \\ \text{de la fase } f \text{ en el periodo } t \\ 0, \text{si no} \end{cases} \tag{2}$$

$$z_{bft} = \begin{cases} 1, \text{si el banco } b \text{ de la fase } f \\ \text{está activa en el periodo } t \\ 0, \text{si no} \end{cases} \tag{3}$$

$$\bar{z}_{bft} = \begin{cases} 1, \text{si el banco } b \text{ de la fase } f \text{ terminó de} \\ \text{extraerse en el periodo } t \text{ o posterior} \\ 0, \text{si no} \end{cases} \tag{4}$$

$$w_{pt} = \begin{cases} 1, \text{si compro la pala } p \text{ en el periodo } t \text{ o antes} \\ 0, \text{si no} \end{cases} \tag{5}$$

$$\bar{w}_{pft} = \begin{cases} 1, \text{si la pala } p \text{ está asignada a la fase } f \\ \text{en el periodo } t \\ 0, \text{si no} \end{cases} \tag{6}$$

La ecuación (1) es la variable de decisión que va cuantificando la producción asociada a cada equipo en operación mientras que las variables (2) a la (6) son utilizadas para regular las precedencias y las asignaciones de los equipos a la operación.

II-B. Función Objetivo

A continuación se presenta la función objetivo del modelo:

$$\text{min:} \sum_{t} K_p \cdot w_{pt} \cdot FD_t \quad + \sum_{p,t,f,b} C_p \cdot x_{pbft} \cdot Q_p \cdot D_p \cdot Fll_p \cdot FO_{bf} \cdot T_t \cdot FD_t \tag{7}$$

La función objetivo del modelo (7) busca minimizar los costos asociados a la adquisición de equipos de carguío (K_p) y el costo operacional (C_p) en función del tonelaje extraído. El tonelaje extraído en cada periodo (T_t) queda expresado por la multiplicación de la capacidad por hora del equipo (Q_p) por los factores operacionales correspondientes (D_p:disponibilidad mecánica, Fll_p:factor de llenado, FO_{bf}:utilización), la fracción del periodo que está el equipo operando y la duración del periodo. Los valores son descontados en el tiempo utilizando el factor de descuento (FD_t) que corresponda a la duración del periodo. De esta manera se puede utilizar el modelo con periodos de días, semanas o meses.

II-C. Restricciones

Las variables están sujetas a diferentes restricciones con el objetivo de garantizar que la solución obtenida represente de la mejor manera posible la operación. En particular las restricciones indican que: la variable (1) no pueda superar la duración del periodo asignado; el movimiento de material asociado a la variable (1) debe cumplir la meta productiva para el final del total de periodos; los equipos solo pueden ser asignados si la variable (5) indica que el equipo está disponible; para comenzar los trabajos en un nuevo banco la totalidad del material de los bancos predecesores debe ser extraído, lo cual es indicado con la variable (4); las precedencias están dadas por la secuencia de bancos de la misma fase y distintas fases según criterios operacionales; para poder asignar tiempo de trabajo a un banco, el banco debe estar marcado como activo de acuerdo a la variable (3) y con un equipo asignado de acuerdo a la variable (2); para poder asignar un equipo a un banco se debe contar espacio disponible para su ingreso, el cual se ingresa como un input para cada banco y se va actualizando periodo a periodo de acuerdo al material extraído en ese sector; el total de mineral extraído debe cumplir con los requerimientos de la planta; hay un límite de asignación de un mismo equipo a distintos fases de trabajo en cada periodo;

III. Resultados

III-A. Aplicaciones del Modelo

Con el objetivo de facilitar la representación y forma en que se presentan los resultados, se mostrará de manera simultánea los resultados referentes a la asignación manual de equipos y la obtenida con el modelo. Para esto se realizaron los siguientes ejercicios:

- A: Asignación manual de equipos seleccionando los de menor costo por tonelada.
- B: Asignación manual de equipos seleccionando los de menor inversión.
- C: Asignación de equipos según modelo considerando equipos de menor inversión.
- D: Asignación de equipos según modelo.
- E: Asignación de equipos según modelo con restricción de área.

Del Cuadro I se pude apreciar distintas facultades del modelo. En primer lugar, si se observa la diferencia entre los ejercicios B y C se puede notar la diferencia costos asociadas a la asignación de equipos. Estos casos presentan los mismos equipos, sin embargo, el modelo logra encontrar una mejor secuencia de extracción logrando disminuir los costos.

Cuadro I: Resultados generales

Ejercicio	Equipos Seleccionados	Gap de VAC con modelo [%]
A	2 P01 - 2 P12	-162.2
B	2 P01 - 2 P04 - P05	-42.4
C	2 P01 - 2 P04 - P05	-14.3
D	2 P01 - 2 P02 - 2 P03	-
E	2 P01 - 2 P03 - P04	-0.6

Entre los casos C y D se ve que frente a la misma meta productiva el modelo escoge distintos equipos para disminuir los costos sin comprometer la producción. Es en este caso, el que posee menores restricciones en torno a la selección de equipos en donde el modelo logra alcanzar los menores costos.

Otro resultado interesante mostrado en el Cuadro I es la diferencia entre el caso A y B, esto parece indicar que para el periodo de evaluación de 1 año el costo operacional no es tan relevante en relación al costo de adquisición en términos de decisión, ya que se ve la gran diferencia en el costo total. Esto quizás se revierta para cuando se evalúen varios años de operación, en donde el gran tonelaje a mover permita que el costo operacional sea parte importante de los costos totales.

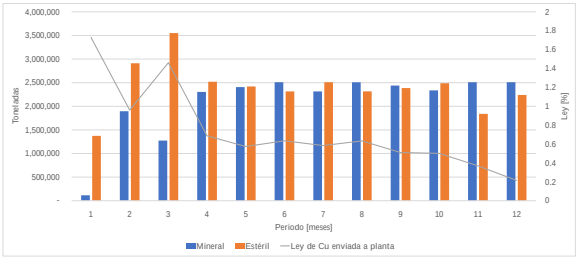


Figura 1: Plan de producción - Ejercicio E

En la Fig 1 se ve el plan de producción generado por la asignación de equipos del caso E. Se puede apreciar que los movimientos de material presentan un ramp-up los primeros periodos para estabilizarse en los siguientes. El plan cumple los requerimientos de planta a partir del 4to mes de producción, esto debido a las restricciones impuestas en las precedencias y en los espacios de operación.

III-B. Modelo vs Largo Plazo

Con respecto a la comparación con el plan de producción obtenido en la planificación de Largo Plazo mostrada en la Fig 2 se puede apreciar que para el mineral en las Fases 2 y 4 la extracción es más lenta que la estimada según el plan de Largo Plazo mientras que la Fase 1 lo hace más rápido después del periodo 4. Esto puede significar que al momento de poner en marcha el plan se presenten problemas con la alimentación de mineral a la planta, sobre todo los primeros meses.

IV. Conclusión

La metodología desarrollada permite, dada una flota de equipos, obtener una asignación a los lugares de trabajo de

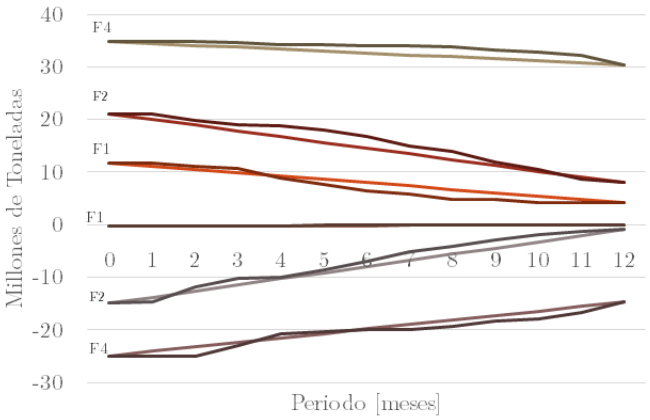


Figura 2: Plan de producción - Ejercicio E

los distintos equipos de carguío, encontrando una secuencia minera de corto/mediano plazo que cumple restricciones de operación y de producción. De esta manera se puede obtener una guía para el planificador, ahorrando tiempo y recursos. Por otro lado, el modelo también puede decidir qué equipos comprar (para el caso de un proyecto greenfield) y asignarlos a los sectores de trabajo.

La consideración de la capacidad de movimiento asociada a equipos reales en vez de a un movimiento diario definido permite obtener un plan que se ajuste mejor a lo que sucede en realidad en la operación minera, permitiendo estimar ingresos y costos de manera más exacta así como también determinar vulnerabilidades en la alimentación a la planta.

Agradecimientos

Quiero agradecer Gonzalo Nelis y a Manuel Rodríguez, miembros del laboratorio Delphos de Planificación Minera por su ayuda a lo largo de este trabajo. También al director del laboratorio, Nelson Morales, por la confianza y apoyo que me dió desde el primer momento.

Este trabajo fue financiado gracias a CONICYT con el Proyecto Basal FB0809 del AMTC y al Proyecto CORFO 14IDL2 30132.

Referencias

[1] B. V. A. Le-Feaux, R. Galdames, *Diseño y operaciones de minas a cielo abierto*, 1st ed., 2008, vol. 1, ch. 13, pp. 165 – 167.

[2] G. H. Bozorgebrahimi. E. Hall, R. A. Blackwell, “Sizing equipment for open pit mining - a review of critical parameters,” no. 3, pp. 2–3, 2003.

Session WC3
Scheduling Applications

- *Una propuesta de logística inteligente para la recolección de residuos orgánicos en la ciudad*; Bearzotti, Lorena; Maturana, Javier.
- *Operating Rooms Scheduling under Waiting Time Constraints: a Tactical Model for the Chilean GES Plan*; Barrera, Javiera; Carrasco, Rodrigo A.; Mondschein, Susana; Canessa, Gianpiero.
- *Planificacion de Cosecha en Vina utilizando Opciones Reales*; Avanzini, Elbio; Mac Cawley, Alejandro; Vera, Jorge; Maturana, Sergio.

Una propuesta de logística inteligente para la recolecciónde residuos orgánicos en la ciudad

Lorena Bearzotti
Escuela de Ingeniería de Transporte
PUCV
Valparaíso, Chile
lorena.bearzotti@pucv.cl

Javier Maturana
Escuela de Ingeniería Industrial
PUCV
Valparaíso, Chile
j.maturana.ross@gmail.com

***Abstract*—La gestión de la basura es un problema creciente en todo el mundo con implicaciones sociales, ambientales, de salud y económicas. Este artículo aborda el problema de generación de valor a partir de la basura orgánica, desarrollando una propuesta de sistema soporte de decisión (DSS- decision support system) que relaciona los grandes generadores de basura orgánica (escuelas, restaurantes, supermercados, etc.) con los responsables de su reciclado (granjas, plantas de biocombustibles, rellenos sanitarios especializados, plantas de compost, etc.) y las empresas que brindan el servicio de transporte. El DSS propone las rutas de recolección y entrega en combinación con la determinación de la flota requerida en función de la demanda y oferta, donde la información puede ser actualizada dinámicamente para reflejar los cambios que se puedan producir.**

Keywords—logística inteligente, basura orgánica, planificación de rutas, estimación de flota.

I. INTRODUCCIÓN

Cada año el volumen de la basura generada se incrementa debido al crecimiento de la población y su centralización en torno a las ciudades. De acuerdo a los últimos estudios, solo la mitad de la población tiene acceso a un sistema de eliminación de basura controlada [1] con las consecuencias sociales, ambientales, de salud y económica que eso implica. Pero la gestión inteligente de la basura es un buen negocio con importantes beneficios, como la reducción de gases efecto invernadero, nuevos puestos de trabajo, reducción de la contaminación (suelo, aguas, aire) y mejores beneficios económicos con la re-incorporación al ciclo productivo.

Considerando la basura orgánica, la solución está relacionada con la prevención de su generación y su re-introducción al sistema productivo, siendo concebida como oportunidad de negocio con impacto en la sustentabilidad.

En este artículo se presenta una propuesta conceptual de un sistema soporte de decisión para la integración de los diferentes actores involucrados (generadores de basura orgánica, organizaciones de reciclado y empresas de transporte) generando las rutas de recolección y entrega, así como también con el dimensionamiento de la flota requerida, brindando información en tiempo real sobre la ubicación de los diferentes camiones con el fin de reducir la incertidumbre para los actores. Esta propuesta tiene un impacto en la gestión inteligente la basura orgánica y generando valor combinando diferentes tecnologías.

En la siguiente sección se presenta una síntesis del estado del arte, mientras que en la sección III se describe la propuesta del sistema soporte de decisión finalizando en la sección IV con las conclusiones y futuros trabajos.

II. ESTADO DEL ARTE

El foco en los trabajos relacionados con la gestión inteligente de la basura se orienta en la basura orgánica para la generación de energía por medio de la incineración, compost o biocombustible. Solo en el último año es posible identificar 272 artículos en el Google Académico usando la palabra clave "*organic waste*". La mayoría de estos trabajos se orientan a cómo la basura orgánica puede ser empleada para la producción de metano y sus derivados [2]. También hay trabajos relacionados con la logística urbana donde se aborda cómo la basura es recolectada y su disposición en los rellenos sanitarios [3][4].

Por otra parte, la ubicación y el número de los rellenos sanitarios requeridos para absorber la basura de las ciudades es otra área de investigación activa en la academia [5]. Mientras que otra área es cómo cómo las nuevas tecnologías pueden ser integradas en propuestas de solución tendientes a dar respuesta a nuevas demandas y requerimientos sobre la gestión inteligente de los diferentes tipos de basura [6].

De la misma manera hay otros trabajos que se focalizan en detallar los requerimientos asociados con la creación de canales de recolección y transporte inteligente para su re-uso y re-introducción en el sistema productivo [7]. Para poder realizar y satisfacer estos requerimientos se evidencia la necesidad de desarrollar propuestas de solución incorporando nuevas tecnologías como IoT (Internet of Things), cloud-computing, arquitecturas distribuidas, sensores, Big Data, etc. Con el uso de éstas nuevas tecnologías es posible monitorear los diferentes contenedores y el uso de información histórica para predecir comportamientos, así como métodos para predecir tiempos de arribos de los camiones para la recolección [3]. También puede ser empleada para estimar la flota requerida y la carga de trabajo [8] y las rutas de recolección [9]. Un sistema soporte de decisión para la recolección y transporte de basura en el contexto de un municipio se basa la toma de datos en tiempo real por medio de dispositivos

inteligentes para calcular la mejor ruta para cada camión de la flota [10].

A partir del análisis de la literatura es possible identificar diferentes áreas de investigación, combinando diferentes tópicos. Una de las áreas identificadas como clave es la logística requerida para transportar la basura desde sus diversas fuentes a las ubicaciones donde la basura orgánica pueden ser reutilizadas. En la próxima sección se plantea un sistema soporte de decisión que facilita la integración de los diferentes actores involucrados en la gestión inteligente de la basura orgánica para la generación de valor.

III. Una propuesta para la logística inteligente en la gestión de la Basura Orgánica

La nueva visión y requerimientos por parte de la sociedad en relación con la gestión de la basura y en particular la basura orgánica es identificar su valor económico y facilitar su re-inserción en el sistema productivo. De acuerdo a esto, las ciudades requieren de una gestión inteligente de la basura, donde la logística cobra un valor relevante, buscando mejorar el uso de los recursos y reducir los impactos negativos de una gestión ineficiente. En esta sección, una propuesta de un sistema soporte de decisión es presentada integrando los principales actores involucrados desde la perspectiva de una logística (urbana) inteligente.

A. Basura orgánica: el poder de la basura

La gestión de la basura es un problema creciente, sin embargo, considerando la nueva visión considera la basura como un valor económico. En este trabajo solo se considera la basura orgánica dada su relación con la sustentabilidad y el impacto con la dinámica de las ciudades, siendo un punto de partida que posteriormente puede ser extendido a otros tipos de basura.

La basura orgánica se produce en cada hogar, instituciones, mercados, comercios, etc. Sin embargo no existe un marco regulatorio para determinar responsabilidades más allá de la necesidad de su recolección y en la actualidad es su disposición en rellenos sanitarios oficiales gestionados por los municipios. Pero considerando la posibilidad de generar valor a partir de la basura orgánica, a partir de la re-inserción en procesos productivos, el uso para rellenos sanitarios especializados buscando la mejora de las tierras, así como también la generación de energía a partir de la incineración o la generación de biocombustibles. Así, la basura orgánica tiene un valor económico.

B. Un modelo conceptual: actores procesos y relaciones

La generación de valor a partir de la basura orgánica pasa por necesidad de coordinar los diferentes actores involucrados en el proceso de logística inteligente. En una simplificación los principales actores son: el **productor** o fuente de la basura, quien tiene la responsabilidad de separar la basura orgánica de los otros tipos de basura, informando al sistema soporte de decisión sobre el tipo y cantidad de basura generada (puede ser automático en caso de contar con sensores adecuados). En una primera instancia el foco está en los grandes generadores de basura orgánica como hospitales, centros educaciones, restaurantes, etc. Por otro lado, el sistema soporte de decisión informa al generador sobre al plan de recolección reduciendo la incertidumbre.

Otro actor relevante es el reciclador, el que a partir de la basura genera valor. En este caso informa al sistema de sus requerimientos (que pueden ir variando diariamente) y es notificado por el sistema del plan de entrega con lo que se reduce la incertidumbre acerca de cuándo la basura arriba, y así puede adecuar sus planes de operación.

El tercer actor es el transporte. El servicio de transporte es el responsable de mover la basura de las fuentes a los destinos buscando maximizar la capacidad usada. Cada camión informa sobre la disponibilidad en tiempos y su capacidad, recibiendo el plan de uso del mismo. Además el camión informa su posición para monitorear el cumplimiento del plan.

Un cuarto actor es la municipalidad que puede comportarse tanto como generador como receptor de la basura, siendo responsable por las políticas de gestión de la basura en la ciudad.

El sistema soporte de decisión ofrece la coordinación e integración entre los actores, planificando las rutas de recolección considerando la posibilidad de priorizar los puntos de recolección, la flota requerida, considerando datos en tiempo real para cambiar los planes dinámicamente, así como las funcionalidades de monitoreo y control de la flota. Además la municipalidad puede analizar el comportamiento de los diferentes actores y cómo éstos se coordinan entre sí.

C. Resultados esperados

El problema de la gestión de la basura está presente en todas las ciudades del mundo, especialmente en Latinoamérica esto es particularmente complejo. Con la propuesta es posible generar valor, dentro de los resultados esperados está la reducción de la incertidumbre para cada actor involucrado, con la consecuente habilidad de tener una mejor reacción cuando algo sucede fuera de los planes, por lo tanto hay más flexibilidad porque hay información acerca de cuándo, cómo y qué tipo de basura está siendo transportada. Otro beneficio es tener más información que permita evaluar y mejorar las políticas relacionadas con la gestión de la basura, mejorando la flota destinada a la recolección, optimizando las rutas y cómo se efectúa el servicio. De esta manera la logística urbana es afectada positivamente con las mejores rutas y una flota optimizada. En consecuencia se puede reducir la polución del aire y el consumo de combustible con una mejora en la gestión de la flota y el diseño de las rutas.

La sociedad puede percibir menos basura orgánica en las diferentes fuentes considerando los planes de recolección, lo que permite organizar sus procesos y como la basura es almacenada en los diferentes puntos. Además puede evidenciar el valor de la misma con la creación de nuevos puestos de trabajo o una revisión de trabajos existentes, donde el transporte es un elemento clave relacionando a los otros actores de una forma más eficiente. Con esta propuesta entonces la sociedad podría observar una reducción en la contaminación en general, dentro de la ciudad y un mejor uso de los rellenos sanitarios, con una mejor gestión de la basura, la

contaminación del aire, suelo y agua puede ser reducida, con un impacto en la satisfacción de los ciudadanos.

De acuerdo con la mesa de trabajo, la principal contribución de esta propuesta es la reducción de la incertidumbre en los planes de recolección y entrega de la basura, teniendo más certeza de cómo se mueve. Facilitando la integración entre los diferentes actores involucrando sus procesos en la toma de decisión. Sin embargo para su aceptación y uso de esta plataforma es necesario llevar a cabo capacitaciones a los diferentes usuarios del sistema.

Actualmente una primera prueba de concepto ha sido realizada en un escenario controlado, permitiendo la validación de los principales conceptos y los modelos de simulación-optimización que permiten la generación de los planes de recolección y entrega, así como el dimensionamiento de la flota requerida en función de la oferta y la demanda de las fuentes de basura orgánica y los centros de reciclado.

IV. Conclusiones y Futuros Trabajos

En la nueva visión de la gestión inteligente de la basura, ésta no es un problema sino una fuente de valor con beneficios relacionados con la sustentabilidad y el uso de recursos naturales.

El principal resultado obtenido de este trabajo ha sido la posibilidad de un trabajo colaborativo en una mesa de trabajo con los actores involucrados en el proceso para agregar valor a la basura orgánica que se produce en las ciudades. Asi, un sistema soporte de decisión para la logística inteligente emerge como un soporte para la colaboración e integración entre los actores. El sistema soporte de decisión genera la flota de camiones requerida para la gestión de la basura orgánica, así como también la generación de las rutas para cada camión para mover la basura desde las fuentes emisoras a los destinos que en su procesamiento generan valor produciendo productos como compost, energía y biocombustible. Otro destino puede ser los rellenos sanitarios especializados controlados por la municipalidad.

Esta propuesta es el primer paso en la gestión holística e inteligente de la basura en las ciudades. Los futuros trabajos se orientan a una mejora de los modelos de simulación-optimización empleados para la generación de la flota y las rutas considerando otros tipos de basura, nuevos generadores y analizando nuevas restricciones (por ejemplo, asociadas con las horas de tránsito en la ciudad, los tipos de camiones a ser utilizadas, y requerimientos especializados de la logística urbana.

Desde la perspectiva de la municipalidad es posible el requerimiento de extender el sistema soporte de decisión con funcionalidades de inteligencia de negocios, que le permita generar conocimientos para el análisis y evaluación de las políticas de gestión de la basura. Esto para evaluar el comportamiento de los actores, identificar patrones y con esa información rediseñar los modelos de simulación-optimización, mejorando así la performance y los procesos en consideración.

Referencia

[1] Hoornweg, D. and Bhada-Tata. P., 2012. What a Waste. A global review of solid waste management. In Urban Development Series Knowledge papers. The World Bank.

[2] Fei-Baffoe, B., Osei, K., Agyapong, E.A. and Nyankson, E.A., 2016. Co-composting of organic solid waste and sewage sludge–a waste management option for University Campus. International Journal of Environment, 5(1), pp.14-31.

[3] Chen, C.H., Yang, Y. T., Chang, C.S., Hsieh, C. M., Kuan, T. S. and Chen, C. H., 2016. The design and implementation of a garbage truck fleet management system. South African Journal of Industrial Engineering, Vol. 27, Issue 1, pp. 32-46.

[4] Yusof, N., Jidin, A. and Rachim, M., 2017. Smart Garbage Monitoring System for Waste Management. MATEC Web of Conference 97, 01098.R. Nicole, “Title of paper with only first word capitalized,” J. Name Stand. Abbrev., in press.

[5] Kasliwal Manasi, H. and Suryawanshi Smithkumar, B., 2016. A Novel approach to Garbage Management Using Internet of Things for smart cities. International Journal of Current Trends in Engineering & Research, 2(5), pp.348-353.

[6] Nelles, M., Grünes, J. and Morscheck, G., 2016. Waste Management in Germany–Development to a Sustainable Circular Economy?. Procedia Environmental Sciences, 35, pp.6-14.

[7] Banacu, C.S., Zecheru, V. and Olaru, B.G., 2016. Project Management In Organic Waste Recycling. In Proceedings of the INTERNATIONAL MANAGEMENT CONFERENCE (Vol. 10, No. 1, pp. 101-106). Faculty of Management, Academy of Economic Studies, Bucharest, Romania.

[8] Anagnostopoulos, T., Zaslavsy, A., Medvedev, A. and Khoruzhnicov, S., 2015, June. Top--k Query Based Dynamic Scheduling for IoT-enabled Smart City Waste Collection. In Mobile Data Management (MDM), 2015 16th IEEE International Conference on (Vol. 2, pp. 50-55). IEEE.

[9] Brouko, A., Dolinina, O. and Pechenkin, V., 2017. Method of the Management of Garbage Collection in the "Smart Clean City" Project. In: Gaj, P., Kwiecien, A. and Sawick, M. (eds.). Computer Networks. CN 2017. Communications in Computer and Information Sciences, Vol. 718. Springer, Cham.

[10] Hua, T.M., Nguyen, T.K., Van Dinh Thi, H. and Thi, N.A.N., 2016, December. Towards a decision support system for municipal waste collection by integrating geographical information system map, smart devices and agent-based model. In Proceedings of the Seventh Symposium on Information and Communication Technology (pp. 139-146). ACM.

Operating Rooms Scheduling under Waiting Time Constraints: a Tactical Model for the Chilean GES Plan

Javiera Barrera
Faculty of Engineering and Sciences
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
Email: javiera.barrera@uai.cl

Rodrigo A. Carrasco
Faculty of Engineering and Sciences
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
Email: rax@uai.cl

Susana Mondschein
Faculty of Engineering and Sciences
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
Email: susana.mondschein@uai.cl

Gianpiero Canessa
Faculty of Engineering and Sciences
Universidad Adolfo Ibáñez
Santiago, Chile
Email: gianpiero.canessa@uai.cl

I. Introduction

Operating rooms (ORs) have been identify as the main source of expenses in hospitals and, at the same time, hospitals represent on average one third of the healthcare expenditure [7]. Therefore it is not surprising that recently many efforts have been dedicated to studies OR performance measures such as utilization, overtime, and on-time start performance. Studies have conclude that this metrics are well below achievable targets at most hospitals offering the potential for significant improvements[2]. Since 1960, a vast amount of research has addressed the management of operating rooms (see [6] and historical references therein). Two main problems have been the focus: the reduction of overtime costs and the under utilization of operating rooms (OR) [3] but there are many others performance measures that capture the different perspectives involved in this decision: patients, managers, staff, and government [4].

The OR planning problem can be studied at different levels: strategic, tactical, and operational. We focus on the middle one, where the long term management of queues becomes important. At the tactical level decisions can be very different depending on the administrative habits of the hospital and also if the OR has to attend non-electives surgeries. For example planning horizons may be from one week to a month, could include one or many specialties, and also consider other downstream units like ICU [5].

In our setting, we consider several ORs, the surgeons availability, and the OR capacity. We do the scheduling procedure for a whole week, in two steps. First, our tactical model selects from a queue of patients those who will be operated during the week. This abstract is focused in this tactical model. Later, an operational model is used to assign a surgery block, a surgeon, and the OR room to each specific patient.

This work is in collaboration of the Instituto de Neurocirugía (IN), in Santiago, Chile. The hospital works under the GES Plan, which consists in a set of guaranties regarding access, quality, opportunity, and financial protection for all Chilean citizens when diagnosed with a pathology within a set previously established. The current GES Plan considers a total of 80 pathologies. If a patient is diagnosed with one of these pathologies, she is officially notified of her rights as an GES patient, and enters a centralized managed database that keeps track of any medical attention she receives from thereafter. The institute treats 20 diagnosis that used the 80% and only two of them are GES. Also according to there experience is very important to use the information of the primiary surgeon to attain a high utilization of the OR rooms.

We developed a mathematical model, based on stochastic dynamic programming, to schedule surgeries to minimize the cost of referrals to the private sector. As we mentioned, we solve the problem in two steps: first we select from a list a subset of patients to be operated the next week and after we assign a surgery block, a surgeon and the OR room to the selected patients. Given the large size of the state space, the first problems is solved using a rolling horizon approach, in the same spirit [1]. In the second part of our approach the surgery time of each doctor/diagnosis pair is used in the schedule. Patients that could not be scheduled in the current week return to the waiting list unless the time guaranty has expired. Our objective is to minimize the cost of referrals due to GES patients and at the same time guaranty a service level to non-GES patients. We developed heuristics to compute good solutions in a reasonable time and analyzed their performance. Our experimental results, both with simulated and real data, show that our algorithms perform close to optimal, and give an important improvement over the current practice. When we

compared the results of our heuristics against those obtained by the hospital manager, in a simulation setting with real data, we improved the utilization of the OR capacity from 80% to more than 90%. We also increased the total number of surgeries performed in a 15% while, at the same time, increased the number of non GES surgeries.

REFERENCES

[1] ADDIS, B., CARELLO, G., GROSSO, A., AND TÀNFANI, E. Operating room scheduling and rescheduling: a rolling horizon approach. *Flexible Services and Manufacturing Journal 28*, 1-2 (2016), 206–232.

[2] DENTON, B., VIAPIANO, J., AND VOGL, A. Optimization of surgery sequencing and scheduling decisions under uncertainty. *Health care management science 10*, 1 (2007), 13–24.

[3] ERDOGAN, S. A., DENTON, B., AND FITTS, E. Surgery planning and scheduling. *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science* (2010), 1–13.

[4] GUERRIERO, F., AND GUIDO, R. Operational research in the management of the operating theatre: a survey. *Health care management science 14*, 1 (2011), 89–114.

[5] HANS, E., WULLINK, G., VAN HOUDENHOVEN, M., AND KAZEMIER, G. Robust surgery loading. *European Journal of Operational Research 185*, 3 (2008), 1038–1050.

[6] MAGERLEIN, J. M., AND MARTIN, J. B. Surgical demand scheduling: a review. *Health services research 13*, 4 (1978), 418.

[7] SAMUDRA, M., VAN RIET, C., DEMEULEMEESTER, E., CARDOEN, B., VANSTEENKISTE, N., AND RADEMAKERS, F. Scheduling operating rooms: achievements, challenges and pitfalls.

Planificación de Cosecha en Viña utilizando Opciones Reales

Elbio Avanzini, Alejandro Mac Cawley,
Jorge Vera y Sergio Maturana
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile
Email: elavanzini@uc.cl

***Abstract*—En ambientes de alta incertidumbre y con decisiones encadenadas en el tiempo, contar con alternativas que flexibilicen el sistema es de gran valor económico. Este trabajo estudia la mejora que introduce la aplicación de opciones reales al ambiente de planificación operacional vs el modelo de horizonte rodante, aplicación tradicional multietapa. Las contribuciones principales son la introducción de las opciones reales como herramienta de planificación operacional en agricultura y la valorización de la mejora respecto a decisiones míopes en futuras instancias del problema. El caso de estudio es la cosecha de uvas para vinería, extrapolable a la realidad de los productos perecederos.**

I. Introducción

La toma de decisiones en el ámbito de los negocios es uno de los procesos de mayor valor agregado. Los modelos utilizados para planificación de recursos consideran incertidumbre especialmente bajo la forma de calidad y faltantes de información. El sector agro-alimentario es un sistema complejo por ser altamente incierto [1], en donde destaca el factor biológico-operacional. En este ámbito la incertidumbre ha sido abordada por la investigación operativa con el fin de mejorar la asignación de recursos [2], [3]. Una de esas formas, y de interés en este trabajo, es la visión estocástica que prevé que una variable tiene más de un valor posible en el futuro y que ese comportamiento está asociado a una distribución probabilística [4], [5] (otras variantes se presentan en: [6], [7], [8]). La existencia de incertidumbre genera la necesidad de acotar sus efectos en la organización, y la incorporación de flexibilidad es una forma de hacerlo [9], [10]. La flexibilidad se define como la capacidad de adaptación de un sistema a un amplio rango de posibles ambientes que pueda enfrentar [11]. Existen diversos tipos dependiendo la decisión que flexibilicen ([12], [13], [14], [15]), pero todas comparten tres elementos: tienen costo asociado, su rendimiento econonómico depende de las instancias de uso, y su ejercicio depende de la capacidad del management para administrarlas [9]. Schütz y Tomasgard [16] indican que el enfoque flexible es de especial utilidad en la espera por nueva información en tanto la flexibilidad represente capacidad de reacción. La opción de ejercitar diferentes tipos de flexibilidades en diferentes momentos es capturado conceptualmente por el campo de las opciones reales, definidas como "derecho, pero no obligación, de tomar un curso de acción determinado ante sucesos definidos" [17]. Aunque el uso de la flexibilidad permite disminuir la asimetría de información [18], la aplicación de opciones reales como herramienta en el ámbito operacional es más bien pobre [19].

Este trabajo busca ampliar la experiencia de uso de la planificación operacional mediante opciones reales comparándola con la de horizonte rodante. Se espera que la planificación basada en OR tenga menor costo por cambio de decisiones que la planificación en horizonte rodante, manteniendo mayor compatibilidad con escenarios futuros. Se estudia además la estabilidad de las soluciones considerando la compatibilidad con eventos futuros y a su vez el efecto en el uso de los recursos desde la gestión. El caso de aplicación elegido es el de cosecha de uva, de importancia en la economía de Chile y un ejemplo de alta incertidumbre con efecto de perecibilidad. En ambas aproximaciones, el sistema se nutrirá de información que se descubre al pasar el tiempo. Este estudio contribuye en tres ejes: el desarrollo de un esquema de planificación basado en la aplicación de OR en un ambiente operacional, la ampliación de la literatura de OR en agricultura, y la comparación con un método hoy extensamente utilizado [20]. A continuación presentaremos un breve repaso de ambas alternativas, luego se describirá el modelo y finalmente se presentará en su versión reducida.

II. Revisión de literatura

A. Horizonte Rodante

La planificación bajo horizonte rodante implica una optimización en etapas sucesivas. Inicialmente se fija un horizonte temporal de interés, y un período de revisión de estas decisiones. Se optimiza para el horizonte temporal y se implementan las acciones hasta el período de revisión; en cada una de estas instancias se incorpora nueva información, iniciando un nuevo ciclo, proceso que se repite hasta el final del tiempo bajo estudio [21], [22], [23]. La planificación bajo horizonte rodante busca, además de la función objetiva particular, disminuir la inestabilidad de las programaciones. La inestabilidad se asocia al cambio de programaciones producidas por la aparición de nueva información y la necesidad de ajustar las decisiones previamente determinadas; como consecuencia de que parte de ellas han sido ya implementadas, puede haber recursos comprometidos que eran óptimos inicialmente y que ahora presentan desventajas y que el sistema deberá considerar en sus costos acutalizados [20]. Un elemento de interés es

la duración del horizonte rodante, tanto por el costo de la información requerida para corridas sucesivas como en la "compatibilidad" de las decisiones óptimas y la respuesta a nuevos eventos [23].

B. Opciones Reales como elemento de Planificación

La idea de Opción Real (OR) fue presentada por Myers [24] y representa un derecho a tomar una decisión sobre un bien real en un futuro afrontando un cierto costo a corto plazo; postergar permite que eventos inciertos se transformen en hechos, y esto mitiga la incertidumbre. Las ORs incorporan la visión de un management activo en las decisiones describiendo de mejor manera el proceso real [25]. A diferencia de la optimizacin tradicional que busca soluciones de compromiso ante variedad de futuros potenciales, las OR permiten enfocarse en las oportunidades y en los caminos para alcanzarlas, mostrando un comportamiento ms prescriptivo [26]. Las OR se clasifican de acuerdo a la decisión que flexibilizan [27], [28] y su valor es acorde a la oportunidad económica que genera.

El uso de opciones ha sido profuso en el análisis de inversiones [29], [30], [31], [32], [33] y en el análisis de estrategias corporativas y valuación de empresas [25], [34], [35], [36]; sin embargo, Köppl y Köppl-Turyna concluyen que las OR son incipientes en agricultura y existe un campo de acción para la investigación [37].

La evaluación de las ORs es uno de los elementos que más estudio ha recibido [38], [39], [40]. El árbol binomial o Binomial lattice [41] es la metodología elegida en este estudio; aunque presenta algunas desventajas especialmente en el rápido crecimiento de las ramas, representa de buena manera el proceso decisorio real [42], [43], [44].

III. Descripción del Caso

El caso estudia el proceso de decisión en cosecha de un productor de uvas cuya intención es lograr elevar el beneficio económico total esperado. Para esto, en cada momento de decisión busca obtener el mayor valor esperado en las acciones que le resten por tomar. El valor de la uva en el mercado es función de su calidad, tomada en referencia a un calidad target, q_t, de manera tal que cualquier desvío de ese nivel tendrá penalización. El precio máximo se mantiene constante durante la ventana de resolución, y es un dato conocido inicialmente. El sistema físico tiene j parcelas y cada una de ellas se ve sometida a un régimen de lluvia por período, $r_{j,t}$ que modifica en un grado bien definido el nivel de calidad de la fruta (considera el total de lluvias a la que se ve sometido el sistema, y no las secuencias específicas). Existen diversas formas de tecnología w que se pueden aplicar en el sistema, cada una con una productividad base, costo y una pérdida de rendimiento en función de las lluvias ocurridas. Las tecnologías tienen diferentes características, considerando en este modelo dos variantes, recolección manual y uso de máquina. El número de decisiones y la temporalidad de las mismas cambia en cada modelo, pero en todos ellos va a decidir sobre dos ejes principales: cantidad de recurso contratado y asignación a tierras específicas. Por último, si al final de temporada quedan restos de uvas en la viña sin ser recolectados, la utilidad total será penalizada.

IV. Modelo Resumido

El modelo se basa en el desarrollado por Ferrer et al. [45], sin embargo, el presentado aquí incorpora la penalidad sobre los sobrantes a final de cosecha, el efecto climático como eje de incertidumbre y a su vez relaja la condición de tours dentro de las parcelas, considerando que no existe costo de movilidad entre las mismas. El horizonte rodante se correrá en instancias de planificación semanales, en tanto que el modelo de opciones reales observará efectos diarios. El modelo de horizonte rodante será determinístico en tanto que el de opciones reales es estocástico. Usaremos para la representación el esquema binomial [41] considerando (lluvia/no lluvia). Para la resolución usaremos el modelo equivalente determinístico [46] [47], en donde haremos uso de restricciones de no anticipación para reflejar la situación real de decisión. La flexibilidad del sistema radica en la elección de los recursos y las cantidades en cada situación, en tanto que la limitación es generada por la ventana de tiempo en la que se implementa la medida y que permanece fija.

La función objetivo del modelo de horizonte rodante es:

$$Max \sum_{j} \sum_{t=1}^{T} (\sum_{w} A_{j,t,w} * y_w * (1 - r_{jt} * phi_w) * P_{qt} - \sum_{w} [\Delta x_t c_\Delta + x_t c + c_{A,j} * \sum_{j} A_{j,t,w} - VR_{jT}) \quad (1)$$

siendo j la parcela, w la tecnología aplicada, t el período del horizonte rodante T, A la asignación de tecnología, y la productividad base, r el estado de lluvia en el momento t, ϕ la merma en productividad efecto de la lluvia, y P el precio de la uva, atado a un nivel de calidad q. El segundo término presenta los costos de los factores: el del cambio neto, el fijo, y el de asignación, respectivamente, y finalmente la penalidad por el valor residual de lo que queda en pie.

La función objetivo para el caso de las opciones reales es:

$$Max \sum_{\omega \in \Omega} \pi^\omega \sum_{t \in \tau, j} \sum_{w} (A^\omega_{jtw} * y_w * (1 - r^\omega_{jt} \phi_w) * P^\omega_{q,t} - \sum_{w} (\Delta x^\omega_t c_\Delta + x^\omega_t c + c_{A,j} * \sum_{j} A^\omega_{j,t})_w - VR^\omega_{j\tau}) \quad (2)$$

siendo π el peso relativo del escenario de acuerdo a DEM (producto de las probabilidades), ω es un escenario específico del set escenarios posibles Ω y τ total de períodos bajo estudio. El set de restricciones de no anticipatividad vuelca el eje a la agrupación de escenarios en vez de al período temporal y afecta a las variables dinámicas incluidas las decisiones.

El modelo de OR presenta una gran velocidad de crecimiento en sus nodos considerando un tiempo de cosecha real, y la tractabilidad es compleja, siendo uno de los temas a abordar para llegar a una resolución factible. La pérdida de calidad por las alternativas de cálculo es asumida como

un costo en el sistema y que será incorporado a la función objetivo. Ambos modelos se comparan en una secuencia de simulación y optimización bajo un set de escenarios (secuencias de lluvias) para observar el costo y el comportamiento de las acciones desplegadas por período.

BIBLIOGRAFÍA

[1] O. Ahumada and J. R. Villalobos, "Application of planning models in the agri-food supply chain: A review," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 196, no. 1, pp. 1–20, 2009.

[2] V. Borodin, J. Bourtembourg, F. Hnaien, and N. Labadie, "Handling uncertainty in agricultural supply chain management: A state of the art," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 254, no. 2, pp. 348–359, 2016. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2016.03.057

[3] L. H. R. Alvarez and E. Koskela, "Optimal harvesting under resource stock and price uncertainty," *J. Econ. Dyn. Control*, vol. 31, no. 7, pp. 2461–2485, 2007.

[4] G. C. Pflug and A. Pichler, *Multistage Stochastic Optimization*, 2014. [Online]. Available: http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-08843-3

[5] J. R. Birge and F. Louveaux, *Introduction to stochastic programming*. Springer Science & Business Media, 2011.

[6] B. Gorissen, I. Yanikoglu, and D. den Hertog, "A practical guide to robust optimization," *Omega*, vol. 53, pp. 124–137, 2015.

[7] D. Bertsimas and M. Sim, "The Price of robustness," *Oper. Res.*, vol. 52, no. 1, pp. 35–53, 2004.

[8] Y. Ben-Haim, "Uncertainty, probability and information-gaps," *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, vol. 85, no. 1-3, pp. 249–266, 2004.

[9] N. Kulatilaka and S. G. Marks, "The Strategic Value of Flexibility: Reducing the ability to compromise," *Am. Econ. Rev.*, vol. 78, no. 3, pp. 574–580, 1988.

[10] N. Kulatilaka, "Valuing the Flexibility of Flexible Manufacturing Systems," *IEEE Trans. Eng. Manag.*, vol. 35, no. 4, pp. 250–257, 1988.

[11] A. K. Sethi and S. P. Sethi, "Flexibility in manufacturing: A survey," *Int. J. Flex. Manuf. Syst.*, vol. 2, no. 4, pp. 289–328, 1990.

[12] L. L. Koste and M. K. Malhotra, "A Perspective on Research," *Decis. Line*, no. July, pp. 5–8, 1999.

[13] R. Beach, A. P. Muhlemann, D. H. R. Price, A. Paterson, and J. A. Sharp, "A review of manufacturing flexibility," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 122, no. 1, pp. 41–57, 2000.

[14] J. Bengtsson, "Manufacturing flexibility and real options: A review," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 74, no. 1-3, pp. 213–224, 2001.

[15] W. Terkaj, T. Tolio, and A. Valente, "A review of manufacturing flexibility," in *Des. Flex. Prod. Syst. Methodol. Tools*. Springer Berlin Heidelberg, 2009, pp. 41–61.

[16] P. Schütz and A. Tomasgard, "The impact of flexibility on operational supply chain planning," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 134, no. 2, pp. 300–311, 2011.

[17] R. de Neufville, "Real Options: dealing with uncertainty in systems planning and design," *Integr. Assess.*, vol. 4, no. 1, pp. 26–34, 2003.

[18] T. Driouchi and D. J. Bennett, "Real Options in Management and Organizational Strategy: A Review of Decision-making and Performance Implications," *Int. J. Manag. Rev.*, vol. 14, no. 1, pp. 39–62, 2012.

[19] A. D. Ajak and E. Topal, "Real option in action: An example of flexible decision making at a mine operational level," *Resour. Policy*, vol. 45, pp. 109–120, 2015. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1016/j.resourpol.2015.04.001

[20] F. Sahin, A. Narayanan, and E. P. Robinson, "Rolling horizon planning in supply chains: review, implications and directions for future research," *Int. J. Prod. Res.*, vol. 51, no. 18, pp. 5413–5436, 2013.

[21] S. Sethi and G. Sorger, "A theory of rolling horizon decision making," *Ann. Oper. Res.*, vol. 29, no. 1, pp. 387–415, 1991.

[22] R. As'ad and K. Demirli, "Production scheduling in steel rolling mills with demand substitution: Rolling horizon implementation and approximations," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 126, no. 2, pp. 361–369, 2010. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2010.04.027

[23] A. Bardhan, M. Dawande, G. Srinagesh, Y. Mu, and S. Sethi, "Forecast and rolling horizons under demand substitution and production changeovers: analysis and insights," *Iie Trans.*, vol. 45, no. 3, pp. 323–340, 2012. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1080/0740817X.2012.712239

[24] S. C. Myers, "Determinants of corporate borrowing," *J. financ. econ.*, vol. 5, no. 2, pp. 147–175, 1977.

[25] L. Trigeorgis and J. Reuer, "Real Options Theory in Strategic Management," *Strateg. Manag. J.*, 2016.

[26] J. Silvente, G. M. Kopanos, E. N. Pistikopoulos, and A. Espuña, "A rolling horizon optimization framework for the simultaneous energy supply and demand planning in microgrids," *Appl. Energy*, vol. 155, pp. 485–501, 2015.

[27] T. E. Copeland and V. Antikarov, "Real Options: A Practitioner's Guide," *Real Options A Pract. Guid.*, pp. 1–50, 2003.

[28] J. Mun, *Real options analysis : tools and techniques for valuing strategic investments and decisions (Vol. 137)*. John Wiley & Sons, 2002.

[29] A. K. Dixit and R. S. Pindyck, *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press, 1994.

[30] B. Chevalier-Roignant, C. M. Flath, A. Huchzermeier, and L. Trigeorgis, "Strategic investment under uncertainty: A synthesis," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 215, no. 3, pp. 639–650, 2011.

[31] C. M. Regan, B. A. Bryan, J. D. Connor, W. S. Meyer, B. Ostendorf, Z. Zhu, and C. Bao, "Real options analysis for land use management: Methods, application, and implications for policy," *J. Environ. Manage.*, vol. 161, pp. 144–152, 2015.

[32] S. Zeng and S. Zhang, "Real Options Literature Review," *IBusiness*, vol. 03, no. 01, p. 43, 2011.

[33] H. B. Nembhard and M. Aktan, *Real options in engineering design, operations, and management*. CRC Press, 2009.

[34] B. Chevalier-Roignant and L. Trigeorgis, *Competitive Strategy*. The MIT Press, 2011.

[35] R. Ragozzino, J. Reuer, and L. Trigeorgis, "Real Options in Strategy and Finance: Current Gaps and Future Linkages," *Acad. Manag. Perspect.*, p. amp.2014.0153, 2016. [Online]. Available: http://amp.aom.org/cgi/doi/10.5465/amp.2014.0153

[36] E. H. Bowman and G. T. Moskowitz, "Real Options Analysis and Strategic Decision Making," *Organ. Sci.*, vol. 12, no. 6, pp. 772–777, 2001. [Online]. Available: http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/orsc.12.6.772.10080

[37] S. Köppl and M. Köppl-Turyna, "Real Options for Agricultural Investments," *Quantiative Methods Econ.*, vol. XIV, no. 1, pp. 253–264, 2013.

[38] G. Rigopoulos, "A primer on real options pricing methods," *Int. J. Econ. Bus. Adm.*, vol. 1, no. 2, pp. 39–47, 2015. [Online]. Available: http://www.aiscience.org/journal/ijeba

[39] E. Schwartz, "The Real Options Approach to Valuation: Challenges and Opportunities," *Lat. Am. J. Econ.*, vol. 50, pp. 163–177, 2013.

[40] J. Savolainen, "Real options in metal mining project valuation: Review of literature," *Resour. Policy*, vol. 50, pp. 49–65, 2016.

[41] J. C. Cox, S. A. Ross, and M. Rubinstein, "Option pricing: A simplified approach," *J. financ. econ.*, vol. 7, no. 3, pp. 229–263, 1979.

[42] L. E. Brandão, J. S. Dyer, and W. J. Hahn, "Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems," *Decis. Anal.*, vol. 2, no. 2, pp. 69–88, 2005.

[43] D. M. Lander and G. E. Pinches, "Challenges to the practical implementation of modeling and valuing real options," *Q. Rev. Econ. Financ.*, vol. 38, no. 3, pp. 537–567, 1998.

[44] H. Dehghani, M. Ataee-pour, and A. Esfahanipour, "Evaluation of the mining projects under economic uncertainties using multidimensional binomial tree," *Resour. Policy*, vol. 39, pp. 124–133, 2014.

[45] J. C. Ferrer, A. Mac Cawley, S. Maturana, S. Toloza, and J. Vera, "An optimization approach for scheduling wine grape harvest operations," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 112, no. 2, pp. 985–999, 2008.

[46] A. Alonso-Ayuso, F. Carvallo, L. F. Escudero, M. Guignard, J. Pi, R. Puranmalka, and A. Weintraub, "Medium range optimization of copper extraction planning under uncertainty in future copper prices," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 233, no. 3, pp. 711–726, 2014. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2013.08.048

[47] L. F. Escudero, A. Garín, M. Merino, and G. Pérez, "The value of the stochastic solution in multistage problems," *Top*, vol. 15, no. 1, pp. 48–64, 2007.

Index of Authors

Index of Authors

Aburto, Luis, 264
Ackermann, Sergio, 332
Afonso, Paulo Sergio, 312
Aguayo, Maichel, 170, 179, 239, 276
Albornoz, Víctor, 164, 285
Alvarez, Claudio, 194
Alvarez, Cristian, 171
Alvarez, Pamela, 242
Alves, Jesmmer, 167
Angulo Meza, Lidia, 350
Angulo, Alejandro, 171, 194
Araneda, Lia, 359
Aravena, Matías, 79
Araya Córdova, P. J., 87, 335
Arburua, Mariana, 92
Arpon, Sebastian, 191
Avanzini, Elbio, 381
Ayala Salgado, Fernando Andres, 307
Azar, Macarena, 84

Balderas Jaramillo, Fausto Antonio, 140
Barrera, Javiera, 84, 379
Baselli, Gianluca, 282
Bastos Ribeiro, Vitor, 259
Bearzotti, Lorena, 376
Beltrán, Rolando, 28
Beltran, Cristobal, 183
Blanquero, Rafael, 142
Blazquez, Carola, 245
Bordón, Maximiliano R., 293
Bucarey, Víctor, 321

Caldentey, René, 8
Campuzano, Giovanni, 170
Canales, Darío, 118
Canca, David, 299
Cancela, Hector, 250
Cancino, Valentina, 242
Canessa, Gianpiero, 197, 379
Canut De Bon, Dario, 16
Carrasco, Rodrigo A., 18, 84, 103, 282, 364, 379
Carrizosa, Emilio, 142
Carvajal, Jonathan Eduardo, 309
Castonguay, Diane, 167
Cazarin Da Silva, Tatiane, 31
Cerda, Mauricio, 115
Chavéz, Gustavo, 75
Che León, Bruno A., 18
Cholette, Susan, 327
Cifuentes, Arturo, 40
Concha, Iván, 239
Contreras Sandoval, Daniela, 101
Contreras, Felipe, 282
Contretras Bolton, Carlos, 130
Cornejo, Óscar, 75, 179
Cornejo, Javier, 338
Correa, Jose Rafael, 361
Corsano, Gabriela, 293
Cortés, Cristián, 115, 153
Cruz Reyes, Laura, 140
Cunico, Maria Laura, 269

Díaz Núñez, Fabián, 224, 335
de Araujo, Silvio Alexandre, 230
De La Fuente, Rodrigo, 239
De La Vega, Jonathan, 150
De Los Santos, Alicia, 299
De Sousa Rangel, Tamiris, 259
Della Vecchia, Eugenio, 321
Delle Donne, Diego, 202
Denis, Gabriela, 40
Dieker, A.B., 188
Durán, Guillermo A., 202
Duran Faundez, Cristian, 358
Duran, Orlando, 312

Epstein, Boris, 290
Escalona, Pablo, 171, 359

Escobar, John W., 180, 296
Espinoza C., Aldo, 106
Espinoza, Daniel, 78

Fernández, Eduardo, 140
Ferreyra, Ernesto, 92
Fiorotto, Diego, 230
Flores, José, 180
Flores, Julio Rolando, 269
Fumero, Yanina, 332

Gálvez, Daniel, 87
Gómez, Claudia, 140
Gallardo, Juan, 92
Gatica, Gustavo, 155, 180, 296
Gil, Cristiam, 153
González Araya, Marcela, 72, 350
Gonzaga, Clóvis Caesar, 256
Gonzalez Ramírez, Rosa G., 158, 214
Gonzalez, Hector, 370
Goycoolea, Marcos, 21, 38, 324
Granada, Mauricio, 296
Guarnaschelli, Armando, 217
Gutierrez Jarpa, Gabriel, 98
Gutierrez, Tomás, 40
Guzmán González, Constanza, 46

Hasson, David, 176
Hernández, Gonzalo, 353
Hill, Alessandro, 21
Homem-de-Mello, Tito, 10, 191, 367
Hormazábal Vildósola, Héctor Alonso, 219

Iñiguez, Adriana, 92
Iñiguez, Patricia, 92
Iriarte, Alfredo, 350

Jans, Raf, 230
Jiménez Cordero, Asunción, 142
Jofré, Pablo, 271

Koscina, Zdenko, 115

Lüer-Villagra, Armin, 46, 49, 52, 79
López, Mónica, 194
Laengle, Sigifredo, 145
Lagos, Guido, 188, 367
Lagos, Tomás, 279, 367
Lalla-Ruiz, Eduardo, 21
Lamas, Patricio, 38
Laporte, Gilbert, 299
Lara, Michel De, 304
Lavarello, Romina, 158
León, Roberto, 353
Lee Hernández, Camila, 49
Leonardini, Omar, 236
Lillo, Matías, 282
Linfati, Rodrigo, 101, 124, 180, 296
Lodi, Andrea, 9
Lorca, Álvaro, 253
Loyola Pugin, Carlos Javier, 307

Mac Cawley, Alejandro, 327, 381
Macuada, Claudio, 138
Malaguti, Enrico, 358
Maldonado, Sebastian, 158, 214
Mancilla Herrera, Alfonso Manuel, 64
Marín, Magdalena, 282
Marcilio, Débora Cintia, 256
Marenco, Javier, 202
Martín Barragán, Belén, 142
Matioli, Luiz Carlos, 256
Maturana, Javier, 16, 98, 376
Maturana, Sergio, 327, 381
Matus, Omar, 36, 90
Medina Durán, Rosa, 276, 358
Mejía, Gonzalo, 16, 205, 208
Mendoza Casseres, Daniel Alfonso, 121
Merigó, José M., 145
Mesa, Juan A., 299
Miranda, Jaime, 267
Miranda, Pablo A., 98
Modak, Nikunja Mohan, 145
Molinari, Cesare, 26
Monardes, Carlos, 327
Mondschein, Susana, 36, 84, 90, 379
Montagna, Jorge, 293, 332
Montané, Sergio, 67
Monteiro Da Hora, Henrique Rego, 259
Montero, Elizabeth, 127, 133
Montt, Cecilia, 217
Morabito, Reinaldo, 150
Moraga, Javier, 335
Morales, Nelson, 58, 61, 67, 318, 338, 370
Moreno, Eduardo, 103, 324
Moreno, Rodrigo, 279
Munari, Pedro, 150
Musalem, Andrés, 264, 271

Mussini, Rodolfo, 250

Nancel, Pierre, 58, 67
Navarro Espinosa, Alejandro, 279
Negro, Fernando, 92
Nelis, Gonzalo, 61
Niño, Elías, 28, 64
Ntaimo, Lewis, 197

Obreque, Carlos, 75, 170, 179
Oddershede, Astrid, 138, 227
Oening, Ana Paula, 256
Olivares, Marcelo, 271
Ordóñez, Fernando, 150, 176, 183, 279, 321
Ortiz Araya, Virna, 164

Pagnoncelli, Bernardo, 38, 40, 191, 197
Palacios, Fernanda, 267
Palominos, Pedro, 155, 227
Parada, Leandro, 219
Parada, Víctor, 112, 130
Paredes Belmar, Germán, 106, 236, 242, 245, 346
Parra Alvial, Diego, 245
Parra, Andrés, 58, 370
Peña Orozco, Diego León, 349
Peñailillo, Francisco, 285
Pereira, Fabian, 87
Pereira, Jordi, 224
Perez, Juan, 158
Periçaro, Gislaine Aparecida, 31, 256
Peypouquet, Juan, 26
Piazza, Adriana, 38
Pinto, Gabriela, 103
Pizarro, Dana Maria, 361
Plà Aragonés, Lluís Miquel, 72
Pradenas, Lorena, 219

Queyranne, Maurice, 11
Quezada, Franco, 335
Quezada, Luis, 138, 155, 227
Quijada, Francisca, 214

Ramirez Pico, Cristian David, 304
Rangel Redondo, Jairo Junior, 121
Rangel Valdez, Nelson, 140
Rebolledo Leiva, Ricardo, 350
Rebolledo, Rodrigo, 75, 179
Rey, Carlos, 130
Rey, Pablo A, 115, 153

Ribeiro, Ademir Alves, 31
Riff, María Cristina, 118, 133
Riquelme Rodriguez, Juan Pablo, 307
Riquelme, Paula, 276
Rivas Marchant, Mario Edgardo, 309
Rivera Cadavid, Leonardo, 349
Rivera Letelier, Orlando, 324
Rodríguez, Manuel, 318
Rojas Morales, Nicolás, 133
Rojas, Valentina, 61
Romero, Oscar, 205, 208
Rudnick, Hugh, 279

Sacaan, Rafael, 279
Sanhueza Soto, Pedro, 58
Sarmiento Arévalo, Zulay Onelys, 121
Sarmiento, Pablo, 183
Sauré, Denis, 367
Silva Chang, Gabriela, 52
Simpson, Gabriela, 227
Soto Concha, Raúl Fernando, 346
Soto Silva, Wladimir, 72
Stegmaier, Raúl, 194, 359

Tapia, Felipe, 296
Tarride, Mario, 87

Urtubia, Alejandra, 353

Vásquez Candia, Javier Alberto, 338
Vásquez, Oscar C., 87, 224, 335
Valdebenito, Manuel, 217
Valladão, Davi, 40
Varas Lillo, Alex, 155
Vecchietti, Aldo, 269
Vega, Daniel, 112
Veloso Poblete, Matias, 155
Verástegui, Felipe, 253
Vera, Jorge, 327, 381
Verdugo, Victor, 341
Vidal, Javier, 312
Viedman Agudelo, Stiven Andrés, 349
Villagrán, Nicolás, 242
Villasante, Juan Ignacio, 202
Voss, Stefan, 21
Vulcano, Gustavo, 361

Wegner Karas, Elizabeth, 256
Weintraub, Andrés, 202

Widzyk-Capehart, Eleonora, 318

Yang, Jian-Bo, 145

Yankovic, Natalia, 36, 90

Yuraszeck, Francisco, 208

This book was compiled in LaTeX using MikTeX 2.9
by Magdalena Marín and Rodrigo A. Carrasco.
The cover was designed by Francisca Sierralta.

The first edition of 50 copies was printed in November
2017, in Santiago, Chile.

ISBN: 978-956-393-272-0
9789563932720